

감수곡선으로부터 저수지 모형의 매개변수 결정

전민우*, ○조용수**, 연구방***

1. 서론

유량감수곡선으로부터 유역 저류함수의 매개변수를 선형과 비선형에 대하여 결정한다. 선형의 경우 유량~시간 경사에 의한 방법, 저류량~유량 경사에 의한 방법, 시간에 따르는 유량의 변화율과 유량을 방안에 나타내어 기울기로서 매개변수를 구하는 방법을 제시하고, 비선형의 경우 저류량~유량 경사에 의한 방법, 시간에 따르는 유량의 변화율과 유량의 경사에 의한 방법을 적용한다.

2. 저류함수형 유출모형의 기본이론

2.1 선형(線形)모형

저류량(S)과 유출량(Q)의 관계는 식 (1)과 같은 선형식으로 나타나며, 시간(t)으로 미분하므로 식 (2)와 같다. 여기서, 저류상수 K는 지체시간을 나타내며 수문연속방정식은 식 (3)과 같다.

$$S = KQ \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = K \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \quad (3)$$

식 (3)에서 $I = 0$ 이라 두고 식 (3)에 식 (2)를 대입하면, 식 (4)가 되며, 이를 적분하면 감수곡선인 식 (5)를 얻는다. 여기서 Q_0 는 임의시간 t에서의 유량을 의미하며 식 (5)에서 K는 직선의 기울기를 나타낸다. 식 (5)의 양변에 자연대수를 취하여 정리하면, 식 (6)과 같다.

$$-Q = K \frac{dQ}{dt} \quad (4)$$

$$Q_t = Q_0 e^{-\frac{t}{K}} \quad (5)$$

$$K = -\frac{t}{\ln\left(\frac{Q_t}{Q_0}\right)} \quad (6)$$

2.2 비선형(非線形)모형

저류량 S와 유출량 Q의 관계는 식 (7)과 같이 비선형식으로 표시되며 여기서 k와 m은 매개변수이다.

$$S = kQ^m \quad (7)$$

Laurenson(1964)은 저류량과 유출량간의 비선형성을 식 (8)과 같이 나타내고, Porter(1975) 그리고 Boyd와 Bufill(1989)은 비선형 지체시간을 유출량의 함수인 식 (9)와 같이 표시하였다. 여기서 a, n은 매개변수이다.

$$S = K(Q) \cdot Q \quad (8)$$

$$K(Q) = aQ^{-n} \quad (9)$$

식 (8)을 시간 t에 대하여 미분하면 식 (10)과 같고, 식 (9)를 유량 Q에 대하여 미분하면 식 (11)과 같다.

$$\frac{dS}{dt} = Q \frac{dK}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dt} + K \frac{dQ}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{dK}{dQ} = -anQ^{-n-1} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고 식 (3)의 연속방정식을 적용하면 식 (12)를 얻고, 이 식을 적분하면 식 (13)과 같은 비선형 저수지모형에 대한 감수곡선을 얻는다.

$$-Q = aQ^{-n}(1-n) \frac{dQ}{dt} \quad (12)$$

* 정희원, 충북대학교 교수

** 정희원, 충북대학교 토목공학과 박사과정 수료 및 재학

*** 정희원, 충청대학 건설환경시스템과 교수

$$Q^{-n} = Q_0^{-n} - \frac{n}{a(n-1)} \cdot t \quad (13)$$

3. 저류함수형 유출모형의 매개변수결정

3.1 선형모형

1) $Q \sim t$ 경사에 의한 방법

식 (5)의 양변에 대수를 취하면 식 (14)와 같은 직선식으로 나타나며 감수부 유량 Q 와 시간 t 를 반대수지에 나타내어 그 기울기로서 K 를 구할 수 있다.

$$\log Q_t = -\frac{1}{K} t + \log Q_0 \quad (14)$$

2) $S \sim Q$ 경사에 의한 방법

감수곡선의 임의시간 t 에서 유역내 저류 되어 있는 저류량은 시간 t 의 유량감수곡선 전체 부피와 같으며 이를 수식으로 나타내면 식 (15)와 같다. 감수곡선이 끝나는 시점의 유량을 Q_e 라하면 초기의 K 값을 사용하여 ΔS 를 식 (16)에 의하여 계산한다.

$$S_t = \int_0^t Q_t dt \approx \sum Q_t \Delta t \quad (15)$$

$$\Delta S = K \cdot Q_e \quad (16)$$

식 (16)에 의하여 계산된 ΔS 를 모든 S_t 에 더한 후 새로운 K 값이 계산되며 이와 같은 계산을 K 값이 일정한 값에 수렴할 때까지 반복 계산한다.

3) $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사에 의한 방법

식 (4)를 Q 에 대한 미분형태로 정리하면, 식 (17)과 같다.

$$-\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{K} Q \quad (17)$$

3.2 비선형모형

1) $S \sim Q$ 경사에 의한 방법

$$S_t = \int_t^{\infty} Q_t \cdot dt = \sum Q_t \cdot \Delta t \quad (18)$$

식 (18)은 Q_i 값과 저류량 S_t 와 일치하는 유량 Q_t 를 이용하여 식 (9)의 a 와 n 값을 구할 수 있다.

선형 $Q \sim t$ 경사에 의한 방법과 동일하게 감수곡선 중지후의 저류량 ΔS 를 보정하기 위하여 초기의 a 와 n 값을 사용하여 ΔS 는 식 (19)와 식 (20)에 의하여 계산된다.

$$\Delta S = K(Q_e) \cdot Q_e \quad (19)$$

$$K(Q_e) = aQ_e^{-n} \quad (20)$$

2) $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사에 의한 방법

식 (12)를 $\frac{dQ}{dt}$ 에 대하여 정리하면 식 (21)과 같이 $\frac{dQ}{dt}$ 와 Q 의 관계식을 얻는다.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{a(n-1)} Q^{1+n} \quad (21)$$

식 (21)의 양변에 대수를 취하면 $\log(\frac{dQ}{dt})$ 와 $\log Q$ 는 선형의 관계를 가지므로 이때의 매개변수 a 와 n 은 $\frac{dQ}{dt}$ 와 Q 의 기울기로서 얻을 수 있다.

4. 실제유역에 대한 적용

4.1 대상유역 및 수문자료

본 연구에서 사용되는 매개변수와 관계식의 적용성을 검토하기 위하여 대상유역을 IHP 대표유역인 금강 수계의 보청천내 기대, 산성지점을 선정하였고, 기대, 산성지점의 1983년에서 1989년까지의 수문관측치를 사용하였다.

4.2 매개변수의 결정

기대와 산성유역의 감수부유량자료를 사용하여 매개변수를 결정하였다. 선형의 경우 3가지 방법에 따라 저류상수 K 를 구하였으며 비선형의 경우 2가지 방법에 따라 구하였다. 산성유역은 표 1, 2 기대유역은 표 3, 4와 같다.

표 1. 선형모형의 매개변수(산성)

Events	Q~t Slope Method		S~Q Slope Method		dQ/dt~Q Slope Method	
	K (hr)	Corre. coeff	K (hr)	Corre. coeff	K (hr)	Corre. coeff
83.06.19	20.06	0.995	18.43	0.993	16.92	0.877
83.08.23	26.16	0.997	22.79	0.993	21.76	0.889
84.06.06	21.23	0.994	16.40	0.993	20.65	0.793
84.06.18	22.47	0.995	22.00	0.976	15.33	0.874
85.07.12	10.22	0.965	9.43	0.950	5.23	0.979
85.09.18	10.74	0.990	11.05	0.967	6.81	0.979
86.07.09	7.36	0.993	7.21	0.986	8.68	0.811
86.08.13	20.89	0.999	15.18	0.998	22.16	0.790
87.06.01	18.23	0.974	11.72	0.979	18.70	0.455
87.06.07	21.66	0.994	18.59	0.998	21.59	0.908
87.08.07	15.38	0.991	12.47	0.991	15.54	0.696
87.08.20	16.89	0.996	17.55	0.997	19.47	0.937
87.08.24	18.39	0.986	10.54	0.978	15.10	0.764
87.08.29	5.83	0.996	6.47	0.996	5.13	0.946

표 2. 비선형 모형의 매개변수(산성)

Events	S~Q Slope Method			dQ/dt~Q Slope Method		
	a	n	Corre. coeff	a	n	Corre. coeff
83.06.19	38951	0.16	0.973	122222	0.20	0.880
83.08.23	42522	0.01	0.956	124405	0.12	0.859
84.06.06	54677	0.12	0.953	118423	0.12	0.825
84.06.18	53253	0.16	0.967	107432	0.13	0.924
85.07.12	252914	0.58	0.954	49241	0.11	0.911
85.09.18	113650	0.44	0.975	83876	0.24	0.964
86.07.09	22753	0.22	0.911	87393	0.24	0.825
86.08.13	34204	0.02	0.959	90772	0.02	0.891
87.06.07	117768	0.18	0.970	137694	0.14	0.954
87.08.07	26460	0.04	0.965	91566	0.01	0.669
87.08.20	71062	0.19	0.938	80384	0.02	0.934
87.08.24	56755	0.09	0.989	120164	0.29	0.551
87.08.29	188706	0.44	0.985	48318	0.16	0.967

표 3. 선형 모형의 매개변수(기대)

Events	Q~t Slope Method		S~Q Slope Method		dQ/dt~Q Slope Method	
	K (hr)	Corre. coeff	K (hr)	Corre. coeff	K (hr)	Corre. coeff
83.06.19	14.19	0.998	14.11	0.998	12.71	0.974
83.07.14	25.22	0.982	24.44	0.993	25.06	0.947
83.08.23	12.46	0.984	10.08	0.985	15.38	0.729
83.09.04	25.03	0.999	20.58	0.999	25.81	0.919
84.06.06	9.89	0.995	10.51	0.997	11.71	0.973
84.06.18	13.26	0.997	12.21	0.999	13.99	0.987
84.06.24	25.50	0.992	23.56	0.996	22.83	0.898
84.07.12	18.42	0.999	13.36	0.999	19.46	0.902
85.08.17	15.95	0.989	11.62	0.996	17.23	0.830
85.08.29	19.20	0.998	9.31	0.999	19.49	0.872
85.09.06	28.84	0.987	22.48	0.984	22.57	0.943
85.09.18	9.47	0.997	8.87	0.999	10.04	0.993
86.06.28	14.16	0.973	15.73	0.997	17.51	0.958
86.07.11	10.15	0.980	10.49	0.987	13.76	0.860
86.08.27	21.67	0.997	15.14	0.998	22.52	0.844
87.06.01	33.51	0.982	25.95	0.989	25.06	0.969
87.06.07	11.84	0.996	18.08	0.999	19.06	0.959
87.08.07	18.95	0.991	12.31	0.990	17.13	0.786
87.08.09	10.51	0.992	7.78	0.996	10.47	0.872
87.08.24	8.17	0.986	7.41	0.992	9.60	0.817
88.07.17	12.92	0.994	7.96	0.998	13.19	0.853
89.09.10	26.86	0.962	17.24	0.952	17.91	0.940

표 4. 비선형 모형의 매개변수(기대)

Events	S~Q Slope Method			dQ/dt~Q Slope Method		
	a	n	Corre. coeff	a	n	Corre. coeff
83.06.19	120485	0.21	0.996	129958	0.19	0.936
83.07.14	101757	0.06	0.966	156317	0.09	0.864
83.09.04	89999	0.07	0.991	96010	0.01	0.956
84.06.18	55092	0.05	0.990	59213	0.03	0.977
84.06.24	111219	0.08	0.982	140535	0.09	0.840
84.07.29	46262	0.16	0.960	68488	0.13	0.769
85.08.17	60496	0.12	0.919	138306	0.13	0.584
85.08.29	82642	0.36	0.850	296746	0.36	0.877
85.09.02	119168	0.20	0.888	324076	0.20	0.631
85.09.06	138522	0.19	0.918	252168	0.23	0.875
85.09.18	107305	0.27	0.958	165360	0.23	0.992
86.06.28	84491	0.20	0.935	163309	0.19	0.947
86.08.27	62452	0.17	0.926	196857	0.19	0.815
86.09.01	67583	0.10	0.972	211539	0.14	0.730
86.09.19	231145	0.14	0.980	212562	0.17	0.948
87.06.01	169166	0.25	0.912	215734	0.21	0.893
87.06.07	152430	0.23	0.970	201846	0.20	0.939
87.07.05	64453	0.20	0.946	315571	0.25	0.558
87.08.07	59383	0.11	0.943	176811	0.11	0.853
87.08.09	53295	0.25	0.920	137181	0.29	0.877
87.08.24	37876	0.17	0.956	87897	0.15	0.793
88.07.17	48243	0.19	0.925	172895	0.19	0.824
88.07.23	68887	0.31	0.944	160417	0.28	0.963
89.09.10	142961	0.27	0.939	229287	0.25	0.760

4.3 유출수문곡선

유량 감수곡선으로부터 구한 매개변수의 정확도를 검증하기 위하여 얻어진 매개변수를 사용하여 유효강우로부터 직접유출을 계산하고, 그 결과를 선형과 비선형에 대하여 기대와 산성유역의 수문곡선을 실측치와 함께 선형은 1983.7.14일(기대)의 강우사상에 대하여 3가지 방법을 이용하여 그림 1에 나타내었다. 비선형은 2가지 방법을 이용하여 1987.8.20(산성)의 강우사상에 대하여 그림 2에 나타내었다. 그리고, 각 방법별로 매개변수의 평균을 구하여 매개변수검정에 이용되지 않은 기대와 산성유역의 강우사상에 대하여 유출예측을 하였으며 그 결과는 그림 3~4와 같다. 그림에서 나타낸바와 같이 실측치와 계산치는 비교적 잘 일치하고 있으며, 본 연구에서는 비선형에 비하여 선형모형의 경우가 더 잘 일치함을 알 수 있다.

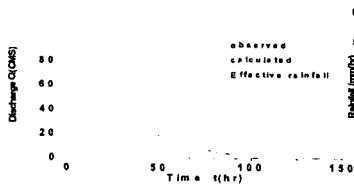


그림 1.a) 선형에서 수문곡선의 비교 (기대, $Q \sim t$ 경사방법, 1983. 7. 14)

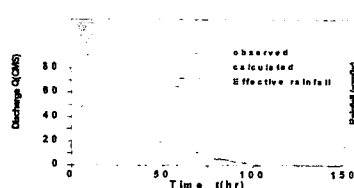


그림 1.b) 선형에서 수문곡선의 비교 (기대, $S \sim Q$ 경사방법, 1983. 7. 14)

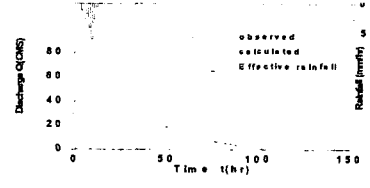


그림 1.c) 선형에서 수문곡선의 비교 (기대, $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사방법, 1983. 7. 14)

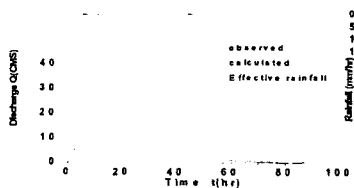


그림 2.a) 비선형에서 수문곡선의 비교 (산성, $S \sim Q$ 경사방법, 1987. 8. 20)

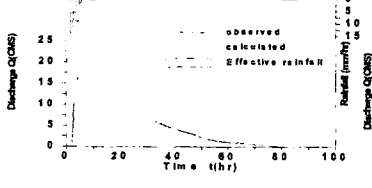


그림 2.b) 비선형에서 수문곡선의 비교 (산성, $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사방법, 1987. 8. 20)

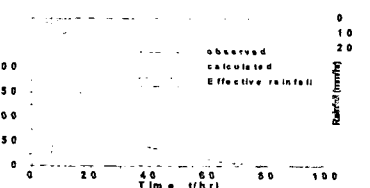


그림 3.a) 선형에서 수문곡선의 예측 (기대, $Q \sim t$ 경사방법, 1990. 8. 19)

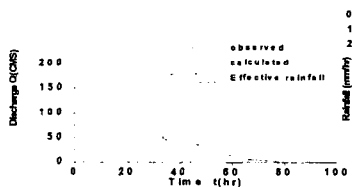


그림 3.b) 선형에서 수문곡선의 예측 (기대, $S \sim Q$ 경사방법, 1990. 8. 19)

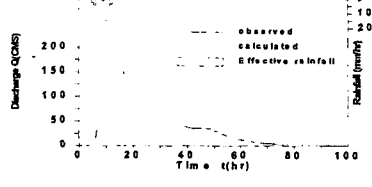


그림 3.c) 선형에서 수문곡선의 예측 (기대, $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사방법, 1990. 8. 19)

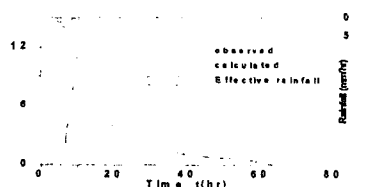


그림 4.a) 비선형에서 수문곡선의 예측 (산성, $S \sim Q$ 경사방법, 1992. 8. 24)

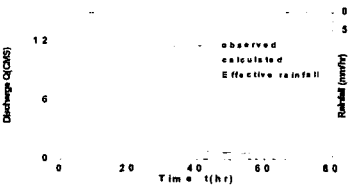


그림 4.b) 비선형에서 수문곡선의 예측 (산성, $\frac{dQ}{dt} \sim Q$ 경사방법, 1992. 8. 24)

5. 결론

1. 선형과 비선형저수지모형의 저류량-유출량관계를 나타내는 매개변수는 강우자료를 사용하지 않고 유량감수곡선만으로부터 결정할 수 있다. 이와 같이 결정된 매개변수는 선형 또는 비선형 유출추적모형을 사용하여 유효강우로부터 직접유출 수문곡선을 예측하는데 사용될 수 있다.
2. 선형모형의 경우 감수부유량 Q 와 시간 t 를 반대수지에 나타내어 그 기울기로서 저류상수를 결정하는 $Q \sim t$ 경사에 의한 방법이 타 방법에 비하여 실측치에 더욱 가깝게 재현하고 있는 반면에 비선형모형의 경우 저류량 S 와 유출량 Q 를 양대수지에 나타내어 그 기울기로서 매개변수를 결정하는 $S \sim Q$ 경사에 의한 방법이 더욱 우수하게 나타났다.
3. 기대와 산성유역에 적용한 결과 실측치와 계산치는 대체적으로 매우 양호하게 일치하고 있으며, 일반적으로 비선형모형은 선형모형에 비하여 강우-유출현상을 보다 더 실측치에 가깝게 재현할 수 있으나 본 연구에서는 비선형보다 선형모형에서 더욱 실측치를 잘 재현하고 있다. 이는 본 연구에서 기대와 산성유역에서의 강우-유출이 선형모형의 적용이 더 실용적임을 의미한다.

참 고 문 헌

1. Boyd, M. J., and Bufill, M. C.(1989). "Determining runoff routing model parameters without rainfall data." *J. of hydrology*, Vol. 108, pp. 281-294.
2. Laurenson, E. M. (1964). "A catchment storage model for runoff-routing." *J. of hydrology*, Vol. 2, pp. 141-163.
3. Porter, J., W.(1975). "A Comparison of Hydrologic and Hydraulic Catchment Routing Procedures", *J. of Hydrology*, Vol. 24, pp. 333-349.