

웨이브렛을 이용한 임펄스 노이즈 검출에 관한 연구

배상범* · 김 남 호*

*부경대학교 제어계측공학과

A Study on Detecting Impulse noise using Wavelet

Sang-Bum Bae* · Nam-Ho Kim*

*Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National Univ.

E-mail : blueskybsb@mail1.pknu.ac.kr

요 약

신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 시간 및 주파수 국부성을 가지므로, 다양한 신호를 해석하는데 용이할 뿐만 아니라, 다중 해상도 해석이 가능하므로 최근 여러 분야에 응용되고 있다. 그리고, 두 개의 웨이브렛 기저가 힐버트 변환쌍을 형성하도록 설계될 때, 웨이브렛 쌍은 펄스 형태의 데이터 검출에서 기존의 DWT보다 우수한 성능을 나타낸다. 따라서, 본 연구에서는 절단된 계수 벡터에 의해 설계된 두 개의 dyadic 웨이브렛 기저를 사용하여, 임펄스 노이즈의 위치를 검출하였다.

ABSTRACT

As a wavelet transform which is presented as a new technique of signal processing field has time and frequency localization capabilities, it's possible for multiresolution analysis as well as easy to analyze various signal. So it is being applied in many fields recently. And when two wavelet base were designed to form Hilbert transform pair, wavelet pair show superior performance than the existing DWT(discrete wavelet transform) in data detection of pulse type. Therefore in this paper, we detected position of impulse noise by using two dyadic wavelet base which is designed by truncated coefficient vector.

키워드

wavelet transform, Hilbert transform, truncated coefficient vector, dyadic wavelet

I. 서 론

신호처리 분야의 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 시간 및 주파수 국부성을 가지므로, 통계적 특성을 모르거나 시간적으로 예측하기 힘든 신호를 해석하는 데 용이하다.

그리고, 두 개의 웨이브렛 기저가 근사 힐버트 변환쌍을 형성하도록 설계될 때, 이러한 웨이브렛 변환쌍은 펄스 형태의 데이터 검출과 동일한 대역폭에서 비트 전송율을 증가시키는 분야 등에서 기존의 DWT에 비해 우수한 성능을 나타낸다.

따라서, 본 논문에서는 두 개의 필터가 근사 힐버트 변환 관계를 형성하도록 절단된 계수 벡터를 갖는 플랫폼 딜레이 필터를 사용한 웨이브렛 기저를 설계하여, 랜덤하게 발생하는 임펄스 노이즈의 위치를 검출하였으며, 기존의 B-wavelet 을 이용한 방법과 비교하였다.

II. 힐버트 변환쌍

본 논문에서는 완전히 복원할 수 있는 CQF (conjugate quadrature filter)를 사용하며, $h_0(n)$ 과 $h_1(n)$ 이 CQF 쌍이 되도록 다음의 식 (1), 식 (2)와 같이 정의한다[1].

$$\sum_n h_0(n) h_0(n+2k) = \delta(k) = \begin{cases} 1, & k=0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(L-n) \quad (2)$$

여기서, L 은 홀수의 정수를 나타내며, 자기 상관함수의 형태는 식 (3)과 같다. 그리고, 필터 $g_0(n)$ 과 $g_1(n)$ 은 동일한 방법에 의한 또 다른 CQF 쌍을 나타내며, 식 (4)를 만족할 경우 CQF

조건이 만족된다.

$$p_h(n) = \sum_k h_0(k)h_0(k-n) \quad (3)$$

$$p_h(2n) = p_g(2n) = \delta(n) \quad (4)$$

그리고, dilation과 웨이브렛 방정식은 다음의 식 (5), 식 (6)과 같으며, ϕ_g 와 ψ_g 는 동일한 방법으로 나타낸다.

$$\phi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_0(n)\phi_h(2t-n) \quad (5)$$

$$\psi_h(t) = \sqrt{2} \sum_n h_1(n)\psi_h(2t-n) \quad (6)$$

이때, 설계되어진 ψ_h 와 ψ_g 가 식 (7)을 만족할 경우 두 웨이브렛 기저는 힐버트 변환 관계에 있으며, 이러한 조건을 만족시키는 두 필터의 관계는 식 (8)과 같다.

$$\Psi_g(\omega) = \begin{cases} -j\Psi_h(\omega), & \omega > 0 \\ j\Psi_h(\omega), & \omega < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$G_0(\omega) = H_0(\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{for } |\omega| < \pi \quad (8)$$

그리고, 등가적으로 디지털 필터 $g_0(n)$ 은 $h_0(n)$ 이 half-sample 지연된 것이다.

$$g_0(n) = h_0(n-1/2) \quad (9)$$

본 논문의 접근법은 힐버트 변환 관계를 형성하기 위해 올패스 필터의 설계 과정을 포함하며, 다음의 식 (10)은 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터를 나타낸다[2].

$$A(z) = \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (10)$$

$$D(z) = 1 + \sum_{n=1}^N d(n)z^{-n} \quad (11)$$

식 (11)의 계수 벡터 $d(n)$ 은 다음의 식 (12)와 같으며, $(x)_n$ 은 rising factorial을 나타낸다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{N}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (12)$$

그러나, 일반적으로 올패스 필터의 계수값은

index n 과 함께 급속히 감소하며, zero에 근접한 계수값은 필터의 특성에 큰 영향을 미치지 않으므로, 식 (12)는 다음의 식 (13)으로 나타낼 수 있다. 여기서, $n = 1, 2, \dots, N$ 이며, $M \geq N$ 인 차수 M 을 선택하여 필터의 특성을 가변할 수 있다.

$$d(n) = (-1)^n \binom{M}{n} \frac{(\tau-N)_n}{(\tau+1)_n} \quad (13)$$

III. 웨이브렛 쌍에 의한 노이즈 검출

본 논문에서는 힐버트 변환쌍을 형성하는 두 개의 웨이브렛 기저를 생성하기 위해 orthogonal 접근법을 사용하였으며, 두 개의 저역통과 스케일링 필터가 전달함수의 형태에서 다음의 식 (14)와 같이 τ -sample의 지연을 갖는 올패스 필터를 포함하도록 설계한다.

$$G_0(z) = H_0(z) \frac{z^{-N}D(1/z)}{D(z)} \quad (14)$$

식 (14)로부터 $G_0(z)$ 는 $H_0(z)$ 와 올패스 필터로 구성되어 있음을 확인 할 수 있으며, 각각의 전달함수를 다음의 두 식과 같이 들 수 있다.

$$H_0(z) = F(z)D(z) \quad (15)$$

$$G_0(z) = F(z)z^{-N}D(1/z) \quad (16)$$

따라서, 저역통과 스케일링 필터가 다음의 식 (17), 식 (18)과 같은 orthonormal 웨이브렛 쌍을 구하며, 여기서 $d(n)$ 은 half-sample 지연을 갖도록 선택된다.

$$h_0(n) = f(n) * d(n) \quad (17)$$

$$g_0(n) = f(n) * d(N-n) \quad (18)$$

만약, 올패스 시스템 $A(z)$ 가 식 (19)와 같은 근사 half-sample 지연이라면, 그때 식 (8)은 식 (20)으로 된다.

$$A(\omega) \approx e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{around } \omega = 0 \quad (19)$$

$$G_0(\omega) \approx H_0(\omega)e^{-j\frac{\omega}{2}} \quad \text{around } \omega = 0 \quad (20)$$

이것은 식 (13)에서 $\tau = 1/2$ 을 대입한 올패스 필터를 선택하여 구한다.

그리고, 식 (15)와 식 (16)은 파라미터 K 를 포함하도록 다음의 식들과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K \quad (21)$$

$$H_0(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K D(z) \quad (22)$$

$$G_0(z) = Q(z)(1 + z^{-1})^K z^{-N} D(1/z) \quad (23)$$

식 (3)의 전달함수 형태는 다음의 식 (24)와 같으며, $P_g(z)$ 는 동일한 방법에 의해 나타낼 수 있다. 따라서, $P_h(z)$ 또는 $P_g(z)$ 로부터 동일하게 식 (25)를 유도할 수 있다.

$$P_h(z) = H_0(z)H_0(1/z) \quad (24)$$

$$P(z) = Q(z)Q(1/z) \cdot (z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z) \quad (25)$$

위의 식 (25)에서 $P(z) = P_h(z) = P_g(z)$ 이며, $(z+2+z^{-1})^K D(z)D(1/z)$ 은 앞의 과정들로부터 파라미터 K, M, N 을 사용하여 얻을 수 있다. 그리고, $R(z)$ 를 식 (26)과 같이 두었을 때, $r(n) = r(-n)$ 이고, $P(z)$ 가 halfband의 조건을 만족하는 최소 길이의 $r(n)$ 을 구한 뒤, $h_0(n)$ 과 $g_0(n)$ 이 CQF의 조건을 만족하도록 최소차수 $Q(z)$ 를 spectral factorization을 통해 구한다.

$$R(z) = Q(z)Q(1/z) \quad (26)$$

위의 과정으로부터 설계된 웨이브렛 변환쌍에 의해 입력된 데이터는 각기 다른 웨이브렛 계수를 생성한다. 그리고, 두 계수 벡터들은 근사적으로 half-sample 지연 관계를 형성하며, 이러한 관계로부터 입력 데이터의 edge 성분과 임펄스 노이즈를 분리할 수 있다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 설계된 웨이브렛 쌍에 의한 임펄스 노이즈 검출 성능을 비교하기 위해, 테스트 신호로서 Blocks와 HeaviSine을 사용하였다. 테스트 신호의 길이는 2048 sample, sample rate 200[kHz], 그리고 각기 다른 크기와 부호, 지속시간을 갖는 노이즈를 원신호에 중첩하여 시뮬레이션 하였다.

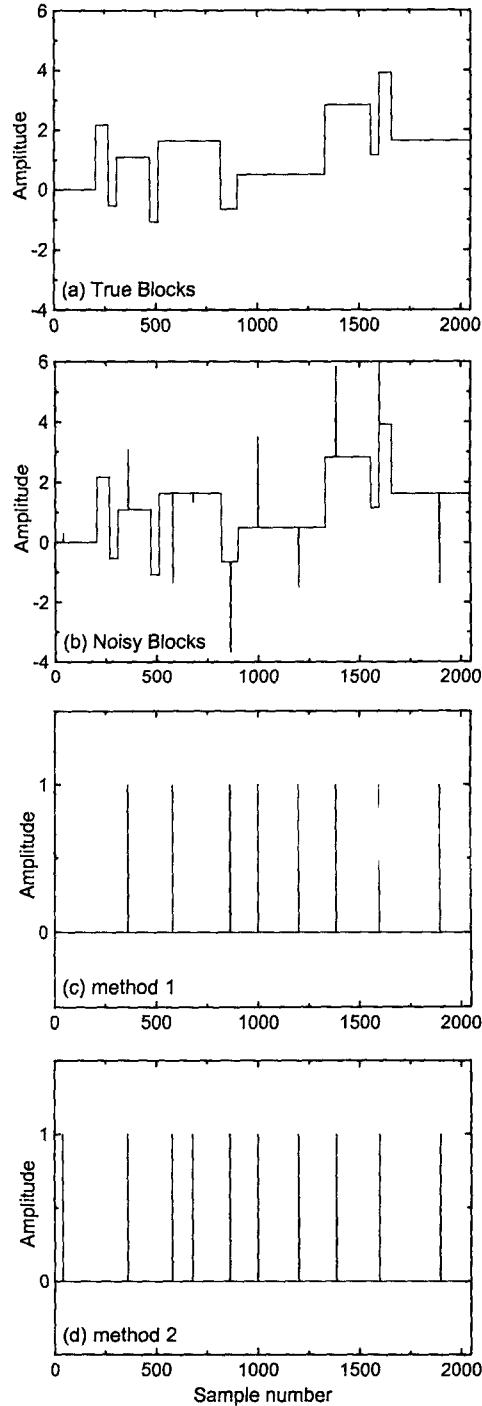


그림 1. Blocks 신호

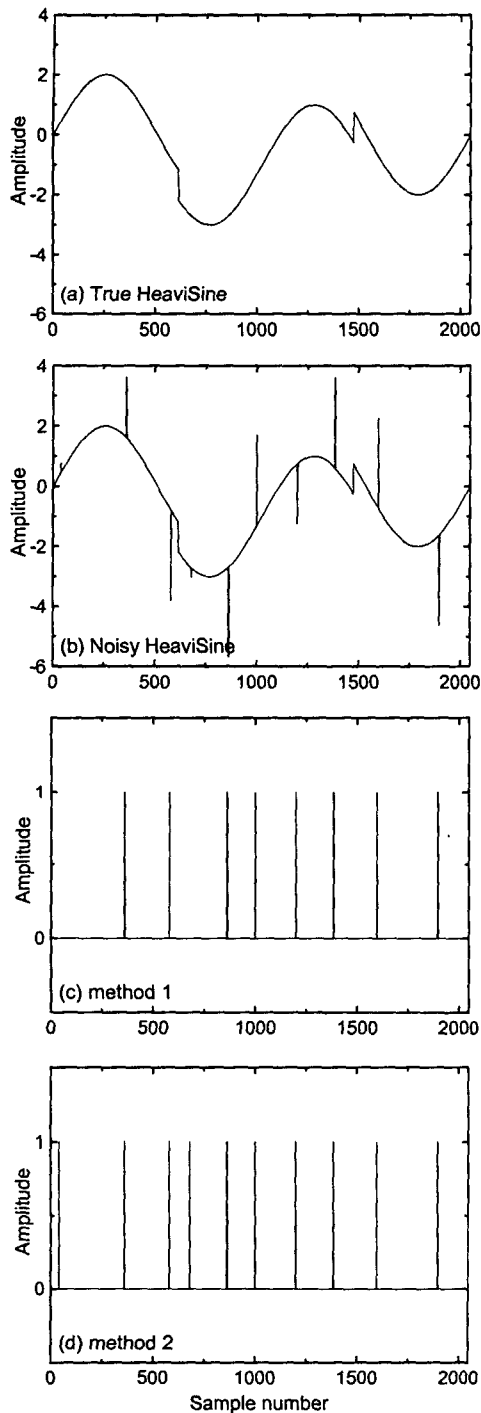


그림 2. HeaviSine 신호

그림 1과 그림 2는 각각의 테스트 신호에 대한 시뮬레이션 결과이다. 각각의 그림에서 그림 (a)는 원신호, 그림 (b)는 원신호에 임펄스 노이즈가 중첩된 noisy 신호이다. 그리고, 그림 (c)의 method 1은 B-wavelet에 의한 검출결과이며, 그림 (d)의 method 2는 본 논문에 의해 설계된 웨이브렛 쌍에 의한 검출결과를 나타내고 있다.

시뮬레이션 결과, 각각의 테스트 신호에 대해서 method 1은 두 개의 임펄스 노이즈를 검출하지 못하였으나, method 2는 임펄스 노이즈와 신호의 edge 성분을 우수하게 분리, 검출하고 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 임펄스 노이즈를 검출하기 위해 힐버트 변환쌍을 형성하는 두 개의 웨이브렛 쌍을 설계하였다. 객관적인 판단을 위해 테스트 신호로서 Blocks와 HeaviSine을 사용하였으며, 임펄스 노이즈는 동일한 시간에 각기 다른 크기와 부호로 테스트 신호에 중첩되었다.

시뮬레이션 결과, 본 논문에서 제안된 방법이 기존의 임계치 적용 방법보다 우수한 검출 성능을 나타내어, 신호처리의 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

참고문헌

- [1] M. J. T. Smith and T. P. Barnwell, III, "Exact reconstruction for tree-structured subband coders", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-34, pp. 431-441, June 1986.
- [2] J. P. Thiran, "Recursive digital filters with maximally flat group delay", IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-18, pp. 659-664, Nov. 1971.
- [3] N. G. Kingsbury, "Complex wavelets for shift invariant analysis and filtering of signals", Appl. Comput. Harmon. Anal., vol. 10, no. 3, pp. 234-253, May. 2001.
- [4] C. Herley and M. Vetterli, "Wavelets and recursive filter banks", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 41, pp. 2536-2556, Aug. 1993.