

# 맥동압력조건에서 재생기를 통한 왕복유동의 압력강하 특성에 대한 연구

최성열, 남관우, 정상권  
한국과학기술원 기계공학과

## Investigation on the pressure drop characteristics of oscillating flow through regenerator under pulsating pressure conditions

Sungryel Choi, Kwanwoo Nam, Sangkwon Jeong  
Department of Mechanical Engineering, KAIST

sun gryel@mail.kaist.ac.kr, cryos@mail.kaist.ac.kr, skjeong@mail.kaist.ac.kr

**Abstract** - This paper proposes a new model of the pressure drop for more accurate description of oscillating flow through regenerator under pulsating pressure conditions in contrast to an existing model based on steady flow. For the universal uses of the oscillating flow model, non-dimensional parameters, which consist of Reynolds number, Valensi number, gas domain length ratio, oscillating flow friction factor and phase angle of pressure drop, are derived from the capillary tube model of the regenerator. Two correlation equations of the model are obtained from the experiments for the twill square screen regenerators under various operating frequencies and inlet mass flow rates. The oscillating friction factor is a function of only the Reynolds number and the phase angle of pressure drop is a function of the Valensi number and the gas domain length ratio. Experiment is also performed to examine the effects of the shape of screens.

**Key Words** - oscillating flow, pressure drop, regenerator.

### 기 호 설 명

$A$	단면적
$A_{\Delta P}$	압력강하의 진폭
$D$	재생기의 직경
$d_h$	수력직경
$d_w$	스크린의 선경
$f_{osc}$	왕복유동 마찰계수
$i$	$\sqrt{-1}$

$L$	재생기의 길이
$Ma$	Mach수
$\dot{M}$	유량의 진폭
$\dot{m}$	유량
$P$	압력
$R$	기체상수
$Re$	Reynolds수
$r, \theta, z$	원통형 좌표계
$T$	온도
$t$	시간
$U$	축방향 유속의 진폭
$u$	축방향 유속
$Va$	Valensi수

### 그리스 문자

$\gamma$	비열비
$\Delta P$	압력강하
$\epsilon$	팽창계수
$\mu$	점도
$\nu$	동점도
$\rho$	밀도
$\phi_{\Delta P}$	압력강하와 입구측 유량 사이의 위상차 $\psi$
	공극률
$w$	각주파수

### 하첨자

1	재생기의 입구측
2	재생기의 출구측
avg	재생기 양단간의 평균
c	모세관
m	시간에 대한 평균

### 윗첨자

*	무차원 변수
---	--------

## 1. 서 론

최근, 환경 문제에 관한 높은 관심과 고효율의 미래 에너지 시스템의 필요에 의해 스팀링 사이클 기관에 대한 깊은 연구가 행해지고 있다. 이러한 스팀링 엔진과 냉동기의 설계에 있어서 재생기를 통한 압력강하의 정확한 예측은 매우 중요하다. 기존의 많은 연구들은 이 압력강하에 대해 정상유동을 가정하여 그 상관식을 적용하고 있지만[1]-[2], 스팀링 기관의 재생기에서 일어나는 실제 유동은 왕복유동일 뿐만 아니라 맥동압력이 복합적으로 발생하므로 그 부적절한 가정에 의해 실제와의 불일치가 나타나는 것은 당연한 사실이다. 왕복유동의 압력강하를 표현하기 위한 노력으로써 Zhao 등은 최대 마찰계수와 사이클 평균 마찰계수를 각각 정의하여 그 상관식들을 얻었으며[3], Ju 등은 50Hz 주파수에서만 유속과 압력과 사이의 위상차에 관한 상관식을 언급한바 있다[4].

본 연구에서는 입구측 유량을 기준으로 하여 압력강하를 마찰계수와 위상각의 두 가지 변수들로 표현함으로써 실제의 왕복유동을 더욱 정확히 표현하고자 하였다. 또한, 이 두 변수에 대한 상관식을 얻기 위한 실험에 앞서, 재생기에 관한 모세관 모델로부터 무차원화를 수행하여 상관식의 유용성을 높이고자 하였다. 네 가지 종류의 스크린 재생기들에 대해 작동 주파수와 유량을 변화시켜가며 실험을 실행하였으며 그 중 한 종류에 대해서는 두개를 제작하여 결과의 일관성을 확인하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 정상 유동 모델과 왕복 유동 모델

스팀링 기관의 재생기에 발생하는 실제 유동은 왕복 유동이지만, 많은 기존의 연구들은 다음 식(1)과 같은 정상 유동의 압력강하 모델을 사용하고 있다.

$$\Delta P = A_{\Delta P} \cdot \frac{\dot{m}_{avg}}{\dot{M}_{avg}} \quad (1)$$

$$\text{여기서, } \dot{m}_{avg} = \dot{M}_{avg} \cdot \exp(i\omega t)$$

본 연구에서는 실제 왕복 유동을 더욱 정확히 묘사하기 위한 방법으로 다음 식(2)와 같은 모델을 제안한다.

$$\Delta P = A_{\Delta P} \cdot \exp(i\phi_{\Delta P}) \cdot \frac{\dot{m}_1}{\dot{M}_1} \quad (2)$$

$$\text{여기서, } \dot{m}_1 = \dot{M}_1 \cdot \exp(i\omega t)$$

이러한 입구측 유량을 기준으로 하여 압력강하를

$A_{\Delta P}$ 와  $\phi_{\Delta P}$ 의 두 변수로 표현하는 방식을 왕복유동 모델이라 칭한다.

### 2.2 왕복 유동 모델의 무차원화

왕복 유동 모델을 일반적으로 사용하기 위해서는 실험에 앞서 그 모델에 부합되는 의미 있는 무차원수를 찾아야한다. 먼저, 재생기를  $d_h$ 의 수력직경을 가지는 수많은 모세관의 다발로 가정하였는데 그 값은 다음 식(3)와 같이 재생기의 공극률과 재생물질의 선경에 대한 식으로 표현된다.

$$d_h = d_w \cdot \frac{\psi}{1-\psi} \quad (3)$$

한 개의 모세관을 통해 흐르는 입구측 유량과 압력강하는 다음 식(4),(5)와 같고 식(6),(7)과 같은 지배방정식을 가진다.

$$\dot{m}_{c,1} = \dot{M}_{c,1} \cdot \exp(i\omega t) \quad (4)$$

$$\Delta P = A_{\Delta P} \cdot \exp(i(\omega t + \phi_{\Delta P})) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (7)$$

지배방정식(6),(7)에  $u = \dot{m}_c / \rho A_c$ 를 대입하면 다음과 같은 식(8),(9)를 얻는다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A_c} \frac{\partial \dot{m}_c}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\rho \left[ \frac{1}{A_c} \frac{\partial(\dot{m}_c / \rho)}{\partial t} + \frac{\dot{m}_c}{\rho A_c^2} \frac{\partial(\dot{m}_c / \rho)}{\partial z} \right] = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{A_c} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial(\dot{m}_c / \rho)}{\partial r} \right) \quad (9)$$

위 식들에 사용된 변수들은 다음과 같이 무차원화된다.

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_m}, \quad P^* = \frac{P}{P_m}, \quad \dot{m}_c^* = \frac{\dot{m}_c}{\dot{M}_{c,1}}, \quad A_c^* = \frac{A_c}{d_h^2},$$

$$r^* = \frac{r}{d_h}, \quad z^* = \frac{z}{L} \quad \text{and} \quad t^* = t \cdot \omega$$

무차원화된 변수들을 식(8),(9)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 의미 있는 무차원수를 포함하는 식이 유도된다[5].

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + 2 \cdot \frac{1}{A_c^*} \frac{\partial m_c^*}{\partial z^*} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{A_c^*} \frac{\partial (m_c^*/\frac{1}{2}^*)}{\partial t^*} + 2 \cdot \frac{m_c^*}{\frac{1}{2}^* A_c^{*2}} \frac{\partial (m_c^*/\frac{1}{2}^*)}{\partial z^*} \right]$$

$$= - \frac{2}{\rho^* \cdot M_B^2} \cdot \frac{\partial P^*}{\partial z^*}$$

$$+ \frac{1}{Va} \cdot \frac{1}{A_c^* r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial (m_c^*/\frac{1}{2}^*)}{\partial r^*} \right) \quad (11)$$

여기서,  $\rho^*$ (팽창계수)  $\equiv M_{c,1}/\frac{1}{2} m d_h^2 w L$

$Va$ (Valensi수)  $\equiv d_h^2 w / \rho$

$Ma$ (Mach수)  $\equiv M_{c,1}/\frac{1}{2} m d_h^2 \sqrt{\rho^* R T_m}$

팽창계수는 Reynolds수와  $d_h/L$ 로 정의되는 가스 영역 길이 비(gas domain length ratio)로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho^* = \frac{1}{4} \times Re \times \frac{d_h}{L} \times \frac{1}{Va} \quad (12)$$

여기서,  $Re \equiv \frac{U_1 d_h}{\rho} = \frac{4 M_1 d_h}{\frac{1}{4} \rho \frac{1}{2} m D^2 \omega}$ ,

$$M_1 = \frac{\rho D^2}{d_h^2} M_{c,1}$$

또한, 주어진 압력강하 모델 식(5)로부터  $\Delta \rho_P$ 와 다음과 같이 정의되는 왕복유동 마찰계수( $f_{osc}$ )를 의미 있는 무차원수로 선택할 수 있다.

$$f_{osc} \equiv \frac{A_{\rho P} d_h}{2 \frac{1}{2} m U_1^2 L} = \frac{\frac{1}{4} \rho^2 d_h D^4 \frac{1}{2} m}{32 L} \cdot \frac{A_{\rho P}}{M_1^2}$$

결과적으로, 압력강하에 대한 왕복 유동 모델은

Table 1. Five regenerator specimens used in experiments

Type of wire mesh	Number of screens packed in regenerator tube	Wire diameter $d_w$ [mm]	Porosity $\square$	Hydraulic diameter $d_h$ [mm]	Note
#400 twill 1st.	1261	20	0.679	42.31	
#250 twill	1039	30	0.697	69.01	
#200 twill	691	40	0.679	84.61	
#200 plain	827	40	0.680	85.00	Effect of weave style (Effect of shape)
#400 twill 2nd.	1261	20	0.679	42.31	Effect of fabrication (Repeatability test)

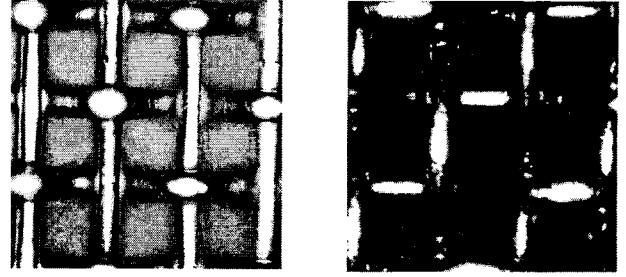


Fig. 1. Magnified pictures of plain and twill mesh ( $\times 500$ , left: plain, right: twill)

다음과 같은 함수관계를 가질 것으로 예상된다.

$$f_{osc} = function \left( Re, Va, Ma \text{ and } \frac{d_h}{L} \right) \quad (13)$$

$$\Delta \rho_P = function \left( Re, Va, Ma \text{ and } \frac{d_h}{L} \right) \quad (14)$$

재생기를 통해 흐르는 유동은 작은  $Ma$ 수 영역에 있으므로 식(13),(14)는 다시 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$f_{osc} = function \left( Re, Va \text{ and } \frac{d_h}{L} \right) \quad (15)$$

$$\Delta \rho_P = function \left( Re, Va \text{ and } \frac{d_h}{L} \right) \quad (16)$$

### 3. 실험

#### 3.1 재생기

재생기에 일반적으로 사용되는 스테인리스 스틸 스크린은 선경(wire diameter)과 직조형태(weave style)에 따라 분류할 수 있다. 스크린의 선경은 공극률과 함께 식(3)에 의해 모세관 모델의 수력직경을 결정하게 된다. 본 연구에서는 선경에 따라서 세 가지 종류의 재생기(#400 능직, #250 능직, #200 능직)를 선택하여 제작하였다. 또한, 직

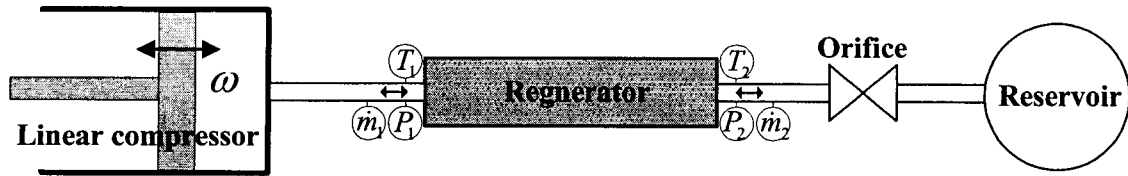


Fig. 2. Schematic diagram of experimental apparatus

조 형태에 따라서 평직(plain square)과 능직 (twill square)으로 구분할 수 있는데, Fig.1.에서 볼 수 있는 것같이 평직은 하나의 선 간격으로 직조된 반면, 능직은 두 개의 선 간격으로 직조되어 있다. 직조 형태에 따른 영향을 알아보기 위하여 #200 평직 스크린 재생기를 제작하여 #200 능직 스크린 재생기와 비교하였다. 네 가지 종류의 재생기에 더하여 또 하나의 #400 능직 스크린 재생기를 제작 실험하였는데 결과의 반복성(Repeatability)과 신뢰성(Reliability)을 확인하고자 함이다. 이상의 다섯 개의 재생기에 대한 특성은 Table 1.에 나타나 있는데, 고찰의 편의성을 위해서 모든 재생기의 공극률을 3% 이내로 일치 시킨 것을 볼 수 있다.

### 3.2 실험 장치 및 측정

Fig.2.는 재생기 양단의 유량, 압력, 온도를 측정하는 실험장치의 개략도이다. 선형 압축기(linear compressor)는 실험장치에 장착되는 직경 12.25 mm, 길이 85 mm의 재생기 시편 내부에 왕복유동과 맥동압력을 형성 시킨다. 이러한 선형 압축기는 인버터(45~80Hz)와 변압기에 의해 제어되어, 작동 주파수와 유량의 변화에 따른 측정 데이터를 얻을 수 있다. 재생기 양단에는 두쌍의 열선(hot wire; TSI model 1260A-T1.5)과 압전 압력센서(piezoelectric pressure transducer; Kistler model 601A)가 설치되어 있어 각 양단의 유량과 동압을 측정하는데, 이 센서들은 응답속도가 빠르므로 시간지연을 보정할 필요가 없다. 실험장치에 관한 내용은 참고문헌[6]에 자세하게 기술되어 있다.

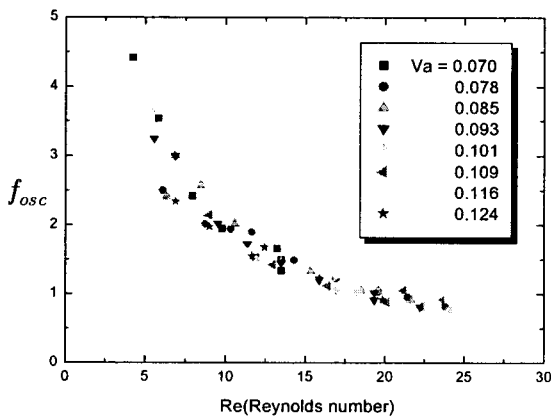


Fig. 3-1. Oscillating friction factor of #400 twill mesh

다. 왕복유동 모델은 압력과 유량 변화를 1차 조화 함수(1st. harmonic function)형태로 가정하고 있지만, 그 실제 변화는 고차 성분을 포함한다. 그러므로 실제의 압력과 유량 파형의 일차성분만을 선택 함으로서  $A_{\Delta P}$ 와  $\phi_{\Delta P}$ 를 계산하고 무차원화 된 왕복 유동모델의 상관식을 유도하였다.

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 능직 스크린 재생기에 대한 결과와 상관식

#400 능직 스크린 재생기에 대한 결과는 Fig.3-1과 Fig.3-2에 나타나 있다.  $f_{osc}$ 은 정상유동에서의 마찰계수와 비슷한 Reynolds수와의 함수관계를 가지고 있지만 Valensi수에는 무관함을 확인할 수 있다. 반면,  $\phi_{\Delta P}$ 는 Valensi수와는 선형적인 관계가 있지만 Reynolds수에는 독립적이다. 두 무차원수의 데이터 분산은 일차성분을 선택하는 과정에서 발생하는 에러로 보인다. #250 능직, #200 능직 스크린 재생기에 대해서도 같은 경향을 볼 수 있었다. Fig.4-1과 Fig.4-2는 #400, #250, #200 능직 재생기들에 대한 결과를 상호 비교한 것으로서, 이로부터 식(15),(16)에 나타나 있는 가스 영역 길이 비의 영향을 볼 수 있다. 이는 재생기들이 선경에 따라 수력직경이 변하고 따라서, 다른 가스 영역 길이 비를 갖기 때문이다.  $f_{osc}$ 은 가스영역 길이 비에 무관한 반면,  $\phi_{\Delta P}$ 는 그것에 큰 영향을 받는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 식(15),(16)은 다음과 같이 정리 될 수 있다.

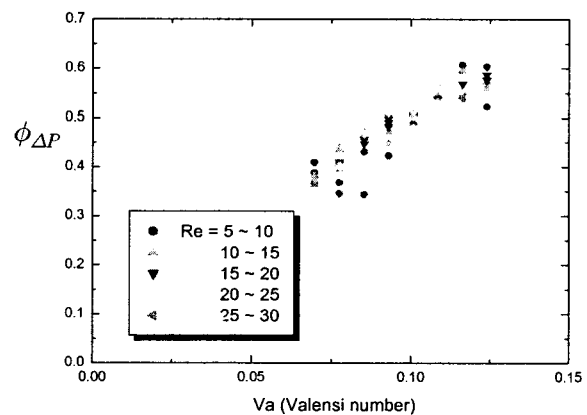


Fig. 3-2. Phase difference of #400 twill mesh

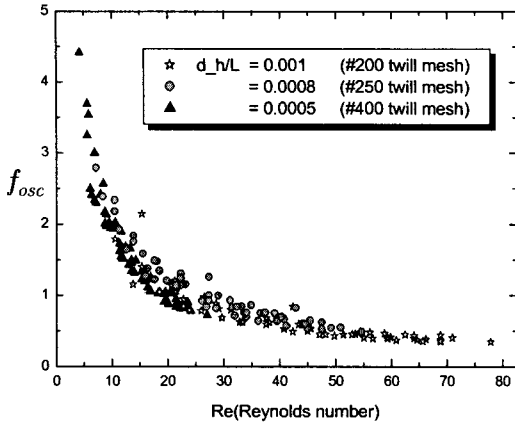


Fig. 4-1. Comparison among oscillating friction factors of #400, #250 and #200 twill mesh

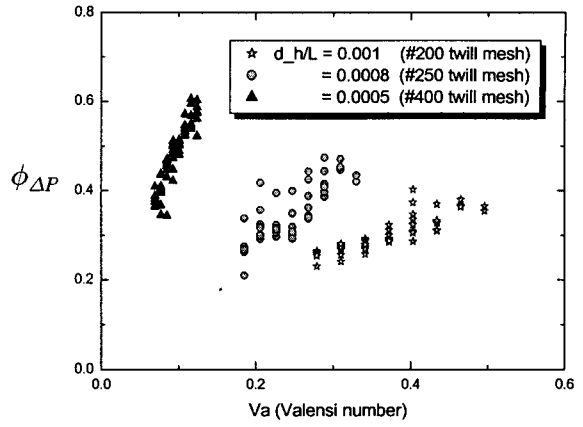


Fig. 4-2. Comparison among phase differences of #400, #250 and #200 twill mesh

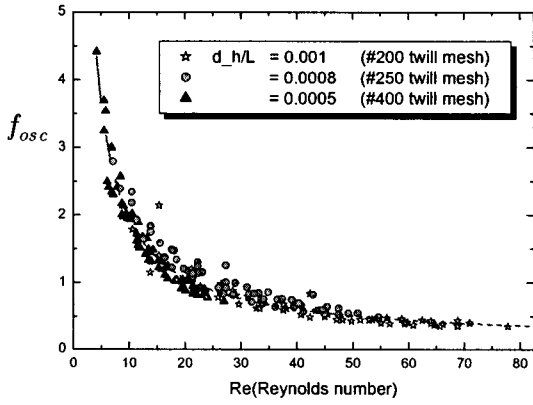


Fig. 5-1. Correlation of oscillating friction factor

$$f_{osc} = function(Re) \quad (17)$$

$$\phi_{\Delta P} = function\left(Va \text{ and } \frac{d_h}{L}\right) \quad (18)$$

$f_{osc}$ 의 상관식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$f_{osc} = \frac{16.453}{Re} + 0.608 \cdot Re^{-0.308} \quad (19)$$

가스 영역 길이 비에 의해  $\phi_{\Delta P}$ 의 모든 데이터는 한 곡선 안에 들어오지 않지만,  $\phi_{\Delta P} \cdot (d_h/L)^{2.621}$ 로 정의되는  $\phi_{\Delta P}^*$ 를 Valensi수에 대해 나타내 보면 하나의 직선에 잘 들어오는 것을 확인할 수 있다[7]. 따라서,  $\phi_{\Delta P}$ 는 다음과 같은 상관식으로 표현할 수 있다.

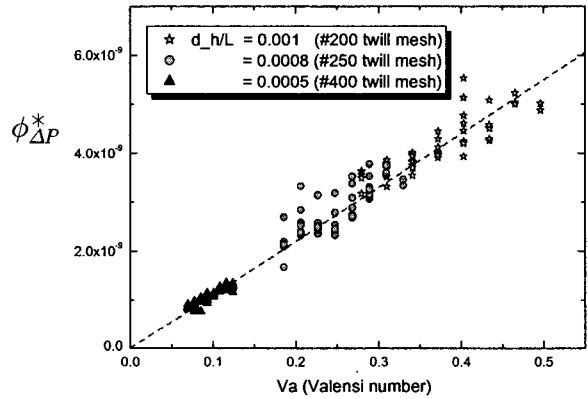


Fig. 5-2. Correlation of phase difference

$$\phi_{\Delta P} = 0.11 \times 10^{-7} \cdot \left(\frac{d_h}{L}\right)^{-2.621} \cdot Va \quad (20)$$

Fig. 5-1과 Fig.5-2는 이러한 상관식들이 실험값들과 잘 일치함을 보여주고 있다.

4.2 능직과 평직 스크린에 대한 결과 비교 #200 능직 스크린 재생기와 #200 평직 스크린 재생기는 직조형태를 제외하고 선경과 공극률을 포함한 다른 재생기 물성들은 모두 일치하므로 그들 결과를 비교함으로써 직조형태의 영향을 알 수 있다. Fig.6-1과 Fig.6-2는 이러한 결과 비교를 나타내고 있는데,  $\phi_{\Delta P}$ 는 두 재생기가 거의 일치하여 직조형태에 따른 영향이 없는 것으로 보인다.  $f_{osc}$ 에 있어서는 평직 스크린 재생기가 능직 스크린 재생기보다 다소 큰 값을 가지는 것으로 보아  $f_{osc}$ 는 직조형태 즉, 재생물질의 형상에 영향을 받는 것으로 보인다. 이렇게 왕복유동모델의 상관식들이 형상에 대한 정보를 가지고

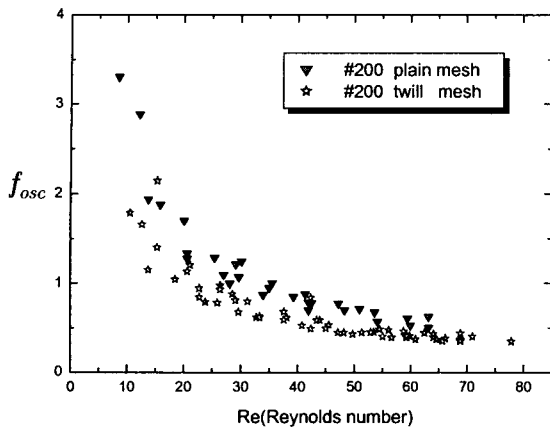


Fig. 6-1. Comparison between oscillating friction factors of twill and plain mesh

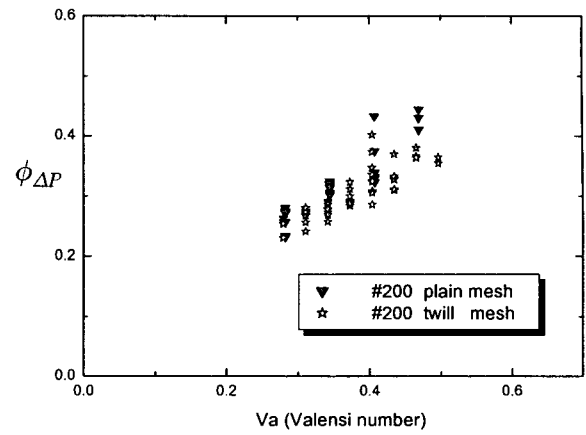


Fig. 6-2. Comparison between phase angles of twill and plain mesh

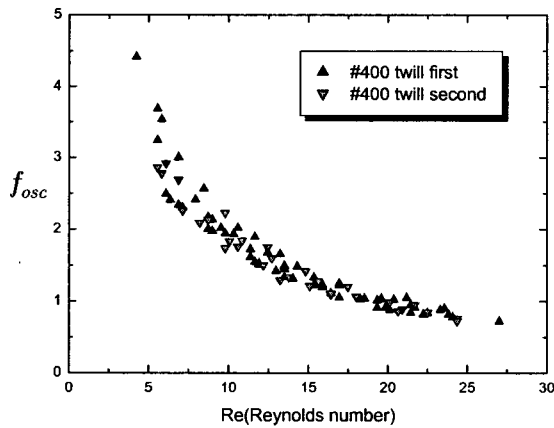


Fig. 7-1. Repeatability test in oscillating friction factor

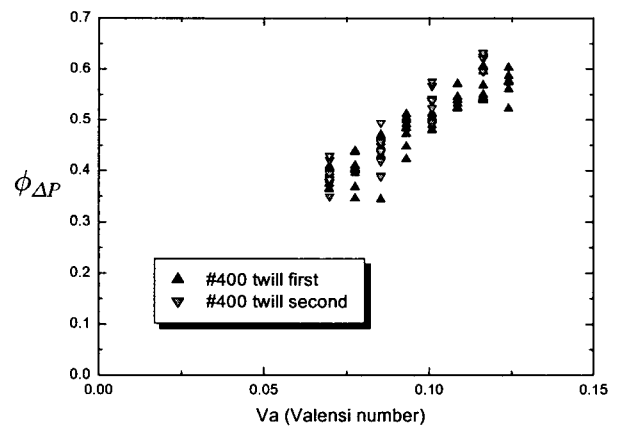


Fig. 7-2. Repeatability test in phase difference

있지 못한 것은 무차원수 도출과정에서 사용된 모세관 모델의 한계성에 기인한 것으로 보인다.

### 4.3 신뢰성 및 반복성 실험 결과

앞에서 얻은 상관식들을 포함한 실험결과의 신뢰성을 높이기 위해서는 모든 물성들이 같은 두 개의 재생기에 대해 실험을 실시하여 그 결과들을 비교하는 과정이 필요하다. 본 연구에서는 두 개의 #400 능직 스크린 재생기를 제작하여 실험결과를 비교하였는데, 그 결과들이 완전히 일치하는 것을 Fig.7-1과 Fig.7-2에서 볼 수 있다. 따라서, 제작에 기인한 결과의 비일관성은 없으며, 신뢰성을 확보할 수 있었다.

## 5. 결론

본 연구에서는 맥동압력조건에서 재생기를 통한 왕복유동의 압력강하를 더욱 사실적으로 기술하기 위해서 기존의 정상상태의 압력강하 모델과

다른 왕복유동모델을 제안 하고 그 모델의 무차원화 된 상관식을 실험으로부터 얻었는데, 그 주요 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 제안된 왕복유동모델의 일반화된 사용을 위해서 실험에 앞서 재생기의 모세관 모델로부터 무차원수를 유도하였다. 그 유도된 무차원수 그룹은 Reynolds수( $Re$ ), Valensi수( $Va$ ), 가스영역 길이비( $d_w/L$ ), 왕복유동 마찰계수( $f_{osc}$ ), 압력강하 위상각( $\phi_{\Delta P}$ )으로 구성되어 있다.

2) 왕복유동모델의 상관식을 얻기 위해 세 가지 종류의 재생기(#400 twill, #250 twill, #200 twill)에 대해 실험을 실시하였는데, 그 결과를 보면 왕복유동 마찰계수는 Reynolds수의 함수이며, 압력강하 위상각은 Valensi수와 가스영역 길이비의 함수임을 알 수 있었다.

3) 능직 스크린 재생기에 대한 실험으로부터 얻은 왕복유동모델의 상관식은 다음과 같다.

$$f_{osc} = \frac{16.453}{Re} + 0.608 \cdot Re^{-0.308}$$

$$\phi_{\Delta P} = 0.11 \times 10^{-7} \cdot \left(\frac{d_h}{L}\right)^{-2.621} \cdot Va$$

4) 재생물질 형상의 영향을 알아보기 위해 능직과 평직 스크린 재생기의 결과를 비교하였는데, 압력 강하 위상각에는 형상의 영향이 없는 반면, 왕복유동 마찰계수에서는 그 영향을 확인할 수 있었다.

5) 동일한 물성을 가지는 두 개의 재생기에 대해 신뢰성 및 반복성 실험이 실시되었는데, 그 결과로부터 본 연구 실험들의 신뢰성을 확보하였다.

### [참 고 문 헌]

[1]I. Urieli and D.M. Berchowitz, "Stirling cycle engine analysis", Adam Hilger Ltd, 1984  
 [2]Kays and London, "Compact heat exchanger" 3rd. ed., McGraw-Hill, 1984  
 [3]T.S. Zhao and P. Cheng, "Oscillatory pressure drops through a woven-screen packed column subjected to a cyclic flow", Cryogenics, Vol. 36, No. 5, pp. 333~341, 1996

[4]Y. Ju, Y. Jiang and Y. Zhou, "Experimental study of the oscillating flow characteristics for a regenerator in a pulse tube cryocooler", Cryogenics, Vol. 38, No. 6, pp. 649~656, 1998  
 [5]J.M. Lee, P. Kittel, K.D. Timmerhaus and R. Radebaugh, "Useful scaling parameters for the pulse tube", Advances in Cryogenic Engineering, Vol. 41, pp. 1347~1355, 1996  
 [6]K. Nam and S. Jeong, "Measurement of the cryogenic regenerator characteristics under oscillating flow and pulsating pressure", presented at the 2002 Korea-Japan Joint workshop and submitted to Cryogenics  
 [7]J.L. Bhagoria, J.S. Saini and S.C. Solanki, "Heat transfer coefficient and friction factor correlations for rectangular solar air heater duct having transverse wedge shaped rib roughness on the absorber plate", Renewable Energy, Vol. 25, pp. 341~369, 2001