점탄성 유체 유동의 3차원 수치해석

권영일, 윤재륜
서울대학교 재료공학부

3 Dimensional Numerical Simulation of the flow of Viscoelastic fluid

Youngil Kwon, Jae Ryoun Youn
School of Materials Science and Engineering, Seoul National University

서론

고분자 재료의 유동현상은 여러 가지 플라스틱 제품을 생산하고 설계하는 사람들에게 많은 관심의 대상이 되어 왔다. 고분자 재료를 사용해서 제품을 성형할 때, 유동과정 중에 고분자가 겪게 되는 역학적, 열적 과정들에 따라서 최종 제품의 형상이나 물성이 많은 영향을 받게 되기 때문에 이를 제어하기 위해서는 고분자 재료의 유동현상을 잘 이해해야 한다. 고분자 재료를 성형할 때 쓰이는 금형은 제작비용이 높기 때문에 될 수 있는 대로 시행착오를 거치지 않고 해석적 방법을 통해 최종 제품의 형상과 물성을 예측할 수 있는 것이 좋다. 이를 위해 고분자 재료의 유동현상에 대한 많은 연구가 수행되어 왔다. 고분자 재료는 점탄성 거동을 보이기 때문에 이를 고려하기 위한 여러 모델들과 수치적인 방법들을 고려하여야 한다. 본 연구에서는 검사 체적 유한 요소법 (Control Volume Finite Element Method)을 이용하여 고분자 유체의 유동을 수치적으로 모사하였다.

이론

3차원 비압축성 점탄성 유체의 유동현상을 지배하는 방정식은 다음과 같다.

Continuity equation:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

Momentum equation:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho u_k u_i\right)=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial S_{ik}}{\partial x_k}$$

고분자 유체의 점탄성적 거동을 모사하기 위하여 다음과 같은 Phan-Thien-Tanner 모델을 사용하였다.

$$S_{ij}=2\eta_N d_{ij}+\tau_{ij}$$

$$g\tau_{ij}+\lambda\overset{\nabla}{\tau}_{ij}=2\eta_{m0}d_{ij}$$

$$\overset{\nabla}{\tau}_{ij}=\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(u_k\tau_{ij}\right)-\left(L_{ik}-\xi d_{ik}\right)\tau_{kj}-\left(L_{jk}-\xi d_{jk}\right)\tau_{ki}$$

$$g=1+\frac{\lambda\varepsilon}{\eta_{m0}}\tau_{ii}$$

위의 운동량 보존 방정식과 점탄성 모델을 풀기 위해 Rajagopalan et al. 이 제안한 elastic-viscous split stress (EVSS) formulation 을 이용하였다.

수치해석

검사 체적 유한 요소 법은 Prakash 가 제안한 equal-order CVFEM 을 사용하였다. CVFEM 은 FEM 등의 다른 방법에 비해 memory 나 CPU time 이 적게 들기 때문에 복잡한 3 차원 점탄성 해석 등에 유리하다. 또한 tetrahedral element 를 사용하기 때문에 정렬 격자계를 많이 사용하는 FVM 과는 달리 해석형상이 복잡한 경우에도 잘 적용할 수 있다. 이 방법은 풀고자 하는 지배방정식이 다음과 같은 보존법칙을 만족할 때 사용할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Lambda\Phi)+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\Lambda u_k\Phi\right)=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x_k}\right)+S_\Phi$$

이를 검사 체적에 대하여 적분 하면 다음과 같은 형태가 된다.

$$\int_{\delta t}\int_{\Delta V}\Lambda\frac{\partial\Phi}{\partial t}\mathrm{d}V\mathrm{d}t+\int_{\delta t}\int_{\Omega_{cv}}J_k n_k\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}t=\int_{\delta t}\int_{\Delta V}S_\Phi\mathrm{d}V\mathrm{d}t$$

여기에서

$$J_k = \Lambda u_k \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}$$

이를 보간 방정식을 써서 이산화 형태로 나타내면 다음과 같이 정리된다.

$$a_P \Phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + \bar{S}_c + a_P^0 \Phi_P^n$$

$$a_P = \sum_{nb} a_{nb} + a_P^0 - \bar{S}_P$$

위의 식을 이용하여 연속방정식, 운동량 보존 방정식, 점탄성 모델을 동시에 해석하였다.

결론

본 연구에서는 점탄성 유체의 삼차원해석을 위한 기초연구를 수행하였으며 연구결과를 복잡한 형상을 가지는 성형물에 적용하고자 한다. 예를 들어 추관체 정형용 임플랜트(Fig. 1,2) 등의 형태에 이를 적용하여 유동장을 풀고 이를 이용해 제품의 최종 형태나 물성을 예측할 예정이다

후기

This study was supported by the Korea Science and Engineering Foundation (KOSEF) through the Applied Rheology Center (ARC), an official KOSEF-created engineering research center (ERC) at Korea University, Seoul, Korea.

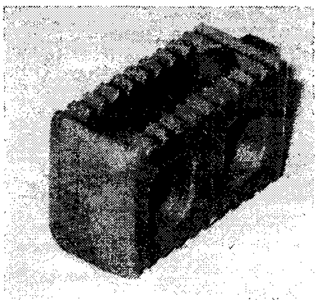

Fig. 1. Vertebral cage.

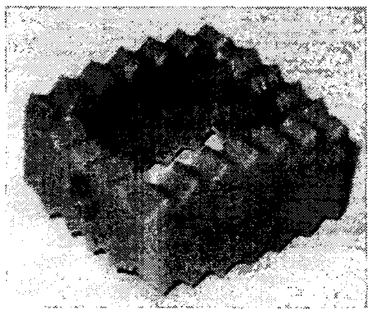

Fig. 2. Cervical cage.

참고문헌

1. Kim, J., Youn, J. R. and Hyun, J. C.: Korea-Australia Rheology Journal, 13(2), 97-106 (2001).
2. Minkowycz, W. J., Sparrow, E. M., Schneider, G. E. and Pletcher, R. H.: "Handbook of Numerical Heat Transfer", John Wiley & Sons, INC., New York, (1988).
3. Xue, S. C., Tanner, R. I. and Phan-Thien, N.: Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 180, (1999).
4. 유경민, 윤재륜: 유변학회, 유변학의 이론과 응용, 147 (2002).