

시간의존성 점탄성 유동의 수치해석적 연구

권영돈, 김시조*

성균관대학교 응용화학부

안동대학교 기계공학부*

Numerical investigation of time-dependent viscoelastic flows

Youngdon Kwon, See Jo Kim*

School of Applied Chemistry and Chemical Engineering,

Sungkyunkwan University

Department of Mechanical Engineering, Andong National University*

서론

점탄성 유체는 유동 하에서 여러 비선형 현상을 나타낸다. 또한 탄성 효과의 존재에 기인하여, 유동장이 일정하게 주어지더라도 점성유체와는 달리 복잡한 시간의존성 또는 주기적 유동현상을 보이는 것으로 알려져 있다. 이와 같은 사실은 지금까지 주로 실험적 연구에 의하여 밝혀져 왔으며, 이론적 현상 규명은 미미한 것이 사실이다. 본 연구에서는 적절한 점탄성 구성방정식을 이용하여, 점탄성 유동에서 소위 benchmark test로 알려져 있는 4:1 축소관 유동과 사출성형의 mold filling 유동에서 점성유체에서는 관찰되지 않는 시간 의존적 점탄성 유동현상을 기술하고자 한다.

이론

점탄성 유체의 역학적 성질을 기술하기 위한 구성방정식으로 Leonov모형을 선택하였으며, 운동방정식, 연속방정식과 함께 다음과 같이 표현된다.

$$\overset{\nabla}{\mathbf{c}} + \frac{1}{2\theta} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^m \left(\mathbf{c}^2 + \frac{I_2 - I_1}{3} \mathbf{c} - \delta \right) = \underline{\underline{0}}, \quad \boldsymbol{\sigma} = -p\delta + 2\eta_0 s \mathbf{e} + (1-s)G \left(\frac{I_1}{3} \right)^n \mathbf{c},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1)$$

위에서 \mathbf{c} 는 탄성변형률, θ 는 완화시간, δ 는 unit tensor, $\boldsymbol{\sigma}$ 는 응력, p 는 압력, η_0 는 영전단률 점도, s 는 retardation parameter, \mathbf{e} 는 변형률 속도 텐서, G 는 전단 탄성계수, \mathbf{v} 는 속도, ρ 은 밀도, I_1 과 I_2 는 \mathbf{c} 의 first와 second invariant이다. Leonov 모델은 이전 연구에 의하여 Hadamard 안정성과 소산안정성의 두 가지 조건을 모두 만족시키며, 또한 실험값과의 일치성도 우수한 유일한 점탄성 구성 방정식이라 할 수 있다.

유동해석을 위한 기본 알고리즘으로 SU (streamline upwinding)와 DEVSS (discrete elastic viscous stress splitting)을 적용한 유한요소법을 사용하였다. 또한 높은 Deborah수 유동에서 수치해석 알고리즘의 안정성을 위하여 필요한 경우 유리함수 보간법(rational function interpolation)을 적용하였고, 사출성형의 mold filling을 효율적으로 수치모사하기 위하여 automatic remeshing 기법을 사용하였다.

결과 및 고찰

Fig.1과 Fig.2에 수치해석에 의하여 얻어진 대표적 결과가 나타나 있다. 먼저 Fig.1에 보인 사출성형의 cavity filling 유동에서 용융선단(melt front)이 정상 상태(steady state)의 일정한 곡면을 이루기 전에 불안정한 거동을 보이며, 적어도 일반 점성유체에 비하여 점탄성 유체가 유동에서 용융선단이 불안정 유동을 나타낼 가능성이 매우 큼을 보여준다. 이는 빠른 유속에서 flow mark를 나타내는 주요 원인으로 생각된다.

Fig.2는 Deborah수가 110인 높은 유속 하에서 각기 다른 순간에 나타나는 corner vortex의 시간에 따른 변화를 보여준다. (a)에서 왼편의 vortex 중심이 (b)의 경우에 비하여 upstream 쪽으로 치우쳐 있음이 명확히 나타나 있다. 또한 vortex가 시간에 따라 심하게 요동치는 결과를 얻을 수 있다.

본 연구에 의하여 점탄성 유동해석에서 중요한 문제로 생각되었던 불안정 유동 현상의 해석 가능성이 증명되었다. 즉 점탄성이 보이는 시간 의존적 유동현상을 적어도 정성적으로 기술할 수 있는 구성방정식이 존재함이 증명되었다. 그러나 유동현상의 완전한 해석을 위한 수치 해석적 기법은 아직 존재하지 않는 듯 하

다. 본 연구의 축소판 유동해석에서 mesh가 세밀해지면 수치해가 불안정하여 결과를 구하는 것이 여전히 불가능하며, 점탄성 유동해석에서 이러한 mesh 수렴성의 문제는 해결되지 않고 있다.

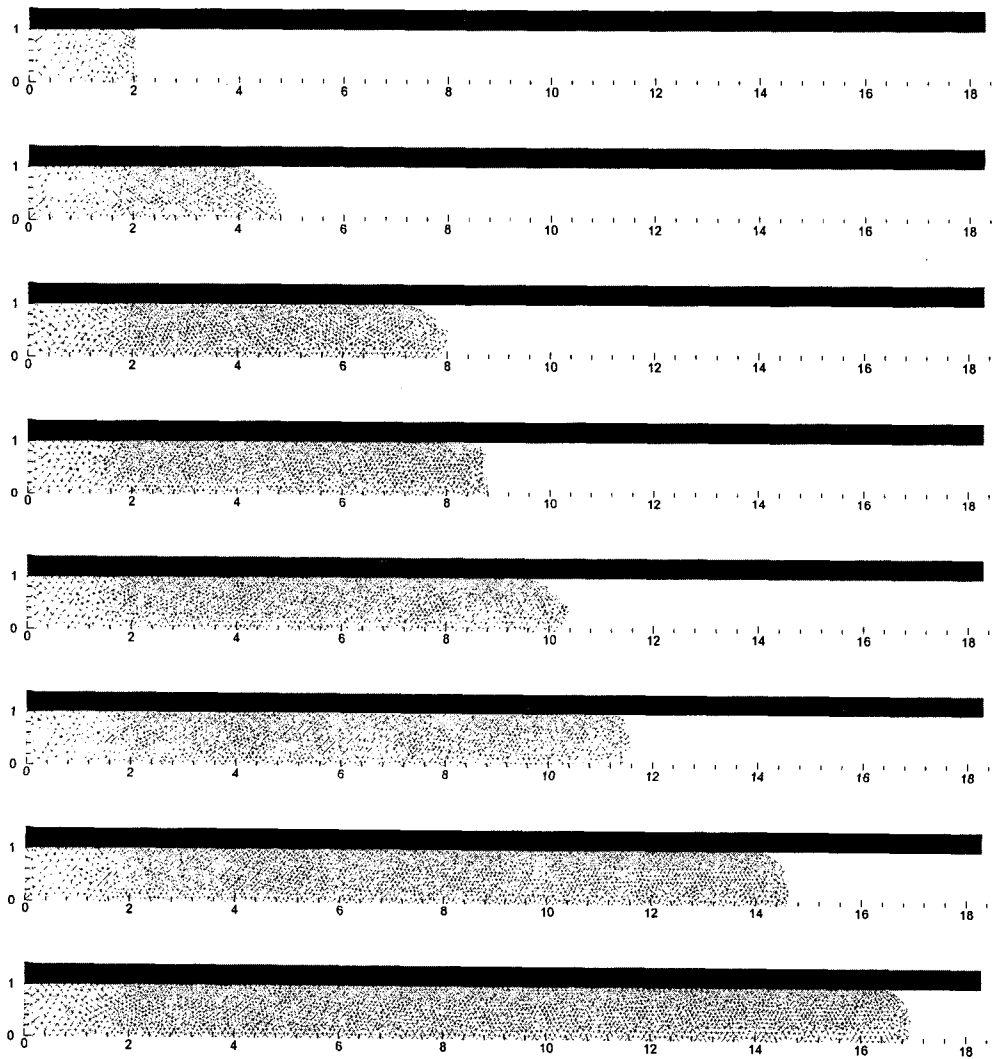


Fig.1. Straight channel filling flow in the injection molding process at various time instants ($De=0.2$).

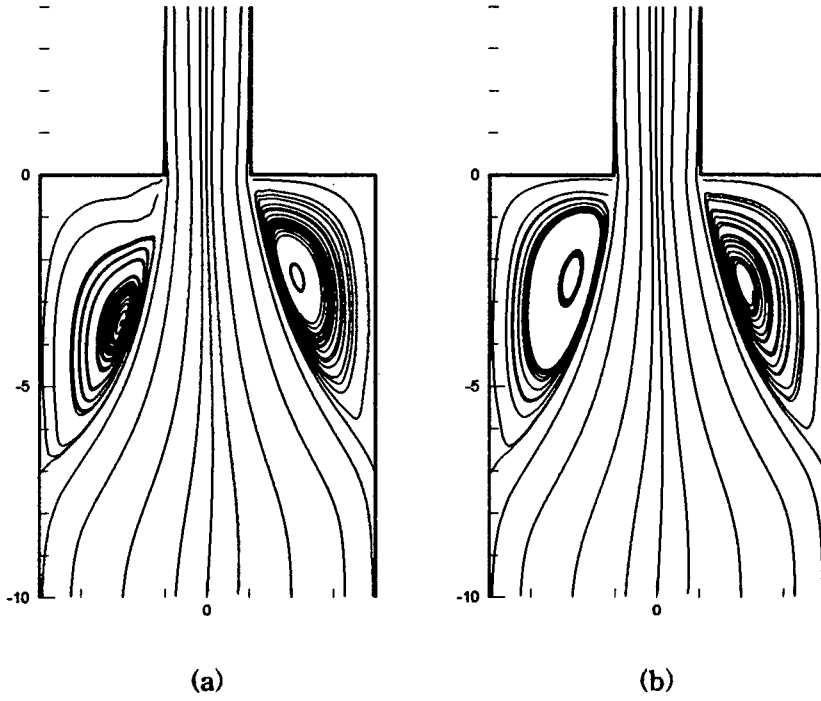


Fig.2. Streamlines for $De=110$ at (a) $t/\theta=8$ and (b) $t/\theta=8.5$.