

전송 시스템에서 비선형 채널특성을 이용한 적응 등화기 알고리즘

안봉만[†], 임규만

전북과학대학 정보통신과, ‡ 초당대학교 전자공학과

Adaptive Equalization Algorithms of Channel Nonlinearities in Data Transmission Systems.

Ahn, Bong-Man[†], Im, Kyu-Man[‡][†] Division of information communications engineering, Jeonbuk Science College.[‡] Department of electronic engineering, Chodang University.

Abstract

This paper presents a nonlinear least squares decision feedback equalizer. Bilinear systems are attractive because of the ability to approximate a large class of nonlinear systems efficiently. The nonlinearity of channel is modeled using a bilinear system. The algorithms are derived by using the QR decomposition for minimization covariance matrix of prediction error by applying Givens rotation to the bilinear model. Result of computer simulation experiments that compare the performance of the bilinear DFE to two other DFE's in eliminating the intersymbol interference caused by a nonlinear channel are presented in the paper.

I. 서 론

부호의 간섭으로 왜곡된 신호를 보상하기 위한 방법으로 선형 적응 등화기가 많이 이용되고 있다. 선형 등화기의 구조는 직접형 필터(direct filter)와 격자필터(lattice filter) 형태로 구현 할 수 있고[1,2], 적응 알고리즘은 최소 평균 제곱(least mean squares : LMS) 알고리즘과 최소 자승(least squares : LS)계열의 알고리즘으로 나눌 수 있다.

근래에 선형 등화기로는 통신 채널 특성을 잘 적응시키지 못하는 많은 환경이 대두되기 시작하였다. 이 경우 선형 결정배환등화기(decision feedback equalizer ; DFE)의 등화 능력이 제한된다. 이를 해결하는 방법으로 채널 등화기에 대한 모델을 비선형 모델로 구현하려는 노력들이 수행되었다.[3] 비선형 모델중 대표적인 것으로 Volterra 시스템이 있다. Volterra 시스템은 비선형 필터를 정확히 근사화 할 수 있으나 많은 수의 계산을 필요

로 한다.[4] 최근에 비선형 시스템을 모델링할 수 있는 다른 다항식, 즉 쌍선형(bilinear) 시스템에 대한 연구가 진행되고 있다. 쌍선형 시스템은 Volterra 시스템에 비하여 적은 수의 계수를 이용하여 많은 비선형 시스템을 근사화 할 수 있고 또한 쌍선형 시스템은 임의의 정밀도를 갖는 어떤 Volterra 시스템도 유한한 수의 계수를 가지고 근사화 할 수 있다는 장점을 지니고 있다.[4] 쌍선형 시스템에 대한 연구는 참고문헌 [5]는 직접형(direct-form) 구조와 최소자승 알고리즘과 이에 대한 변형에 대하여 다루고 있으나 계산이 매우 복잡하고 수치적(numerical problem)인 문제점을 지니고 있다. 쌍선형 시스템의 경우 채널 등화기, beamforming, 의용전자 등의 분야에서 널리 이용하고 있다.[6-7]

본 논문에서는 비선형 필터를 이용한 적응 등화기에 대한 성능 평가에 대한 논문이다. 사용한 알고리즘은 최소 자승 계열의 QR 분해법을 이용하였다. 그리고 필터의 구조는 직접형 구조를 이용하였다. 본 논문의 구성은 2절에서는 채널 등화기에 대하여 간단히 논의하였다. 또한 3절에서는 쌍선형 시스템의 QR 분해 알고리즘에 대하여 다루었다. 그리고 4절에서는 컴퓨터 모의 실험을 나타내었으며 마지막으로 결론을 맺었다. 본 논문의 컴퓨터 모의 실험 결과 Volterra 및 쌍선형 결정등화기의 성능은 미소한 차이를 두고 있었다. 또한 QR 분해법을 적용한 쌍선형 결정등화기가 Volterra 결정등화기 보다 수치적 안정도가 우수함을 알 수 있었다.

II. 채널 등화기

본 논문에서 다루고자하는 통신 채널은 다음과 같다.

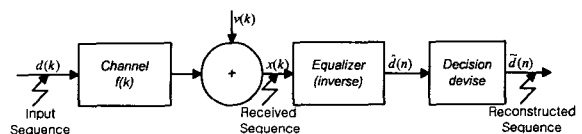


그림 1. 베이스밴드 통신 시스템.

Fig. 1. Block diagram of a baseband communication system.

그림 1.의 유한 메모리를 갖는 통신 채널은 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$x(n) = f(d(n+k), d(n+k-1), \dots, d(n), \dots, d(n-i)) + v(n) \quad (1)$$

여기서 $d(n)$ 은 채널에 인가할 입력 데이터이고, $f(\dots)$ 은 채널의 동작을 나타내는 함수이다. 그리고 $v(n)$ 은 잡음이다. $x(n)$ 은 시간 n 에서 채널의 출력을 나타낸다. $f(\dots)$ 는 $d(n)$ 의 선형 함수이다.

일반적인 선형 결정계환등화기를 사용하면 심볼간 간섭(intersymbol interference ; ISI)의 효과를 감소시킬 수 있다. 이러한 선형 결정계환등화기는 다음과 같이 모델링 될 수 있다.

$$\tilde{d}(n) = \sum_{i=-r}^k a_i(n-1)x(n-i) + \sum_{i=1}^s b_i(n-1)\tilde{d}(n-i) \quad (2)$$

여기서 r, k, s 는 양의 정수이다.

함수 $f(\dots)$ 가 $d(n)$ 의 비선형 함수 일 때, 일반적인 2차 Volterra 결정계환등화기의 구조는 다음과 같다.

$$\tilde{d}(n) = \sum_{i=-r}^k a_i(n-1)x(n-i) + \sum_{i=1}^s b_i(n-1)\tilde{d}(n-i) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_{i,j}(n-1)\tilde{d}(n-i)\tilde{d}(n-j) \quad (3)$$

그리고 본 논문에서 사용할 쌍선형 결정계환등화기의 구조는 다음과 같다.

$$\tilde{d}(n) = \sum_{i=-r}^k a_i(n-1)x(n-i) + \sum_{i=1}^s b_i(n-1)\tilde{d}(n-i) + \sum_{i=-r}^k \sum_{j=1}^s c_{i,j}(n-1)x(n-i)\tilde{d}(n-j) \quad (4)$$

III. QR 분해법을 이용한 쌍선형 결정계환등화기

2장에서 살펴본 비선형 결정계환등화기는 그림 2.와 같다.

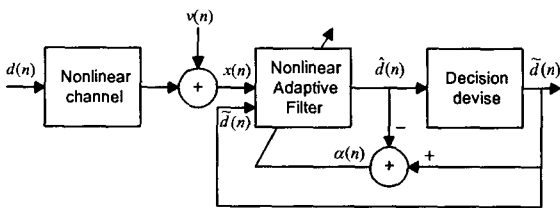


그림 2. 비선형 결정계환등화기

Fig. 2. Block diagram of nonlinear decision feedback equalizer.

망각 요소(forgetting factor)를 포함하는 최소 자승의 비용함수는 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\xi(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} [\alpha(i)]^2 \quad (5)$$

여기서 $\alpha(i)$ 는 다음과 같다.

$$\alpha(n) = \tilde{d}(n) - \hat{d}(n) = \tilde{d}(n) - \mathbf{w}^T(n) \mathbf{u}(n) \quad (6)$$

$$\mathbf{u}(n) = [x(n+r), \dots, x(n-k), \tilde{d}(n-1), \dots, \tilde{d}(n-s), x(n+r)\tilde{d}(n-1), \dots, x(n-k)\tilde{d}(n-s)]^T = [u_1(n), u_2(n), u_3(n), \dots, u_{M_T}(n)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{w}(n) = [a_{-r}(n), \dots, a_k(n), b_1(n), \dots, b_s(n), c_{-r,1}(n), \dots, c_{k,s}(n)]^T = [w_1(n), w_2(n), w_3(n), \dots, w_{M_T}(n)]^T \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{u}(n)$ 와 $\mathbf{w}(n)$ 은 각각 시간 n 에서 탭 입력벡터와 탭 계수벡터이다. $M_T = s(r+k) + 2s + r + k + 1$ 이다. 식(5)에서 가중치 요소는 $\lambda (0 < \lambda \leq 1, i=1, 2, \dots, n)$ 이다.

식(5)을 최소화하는 최적의 계수벡터 $\hat{\mathbf{w}}(n)$ 은 다음과 같은 정규 방정식(normal equation)의 형태로 얻어진다.

$$\Phi(n) \hat{\mathbf{w}}(n) = \theta(n) \quad (9)$$

$$\Phi(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{u}(i) \mathbf{u}^T(i) = \lambda \Phi(n-1) + \mathbf{u}(n) \mathbf{u}^T(n) \quad (10)$$

$$\theta(n) = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}(i) d(i) = \lambda \theta(n-1) + \mathbf{u}(n) d(n) \quad (11)$$

여기서 $\Phi(n)$ 은 $(M_T \times M_T)$ 인 상관행렬이고, $\theta(n)$ 은 $(M_T \times 1)$ 인 상호 상관 행렬이다. $\Phi(n)$ 의 역행렬은 역행렬 공리(matrix inversion lemma)를 이용하여 얻을 수 있다.

QR 분해법을 이용하기 위하여 $n \times 1$ 인 오차 벡터를 고려하여 보자.

$$\mathbf{e}(n) = \begin{bmatrix} e(1) \\ \vdots \\ e(n) \end{bmatrix} = \mathbf{d}(n) - \mathbf{A}(n) \hat{\mathbf{w}}(n) \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{A}(n)$, $\mathbf{d}(n)$ 은 각각 $n \times n$ 인 데이터행렬, $n \times 1$ 인 원하는 응답 벡터이다.

$$\mathbf{A}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T(1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}^T(n) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{d}(n) = [\tilde{d}(1), \tilde{d}(2), \dots, \tilde{d}(n)]^T \quad (14)$$

위의 식(12)를 이용하여 최소자승 비용함수(cost function)을 행렬 형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\xi(n) = \mathbf{e}^T(n) \mathbf{\Lambda}^2(n) \mathbf{e}(n) \quad (15)$$

$\mathbf{\Lambda}(n)$ 은 $n \times n$ 인 지수가중치(exponential weighing) 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{\Lambda}(n) = \text{diag} [\lambda^{(n-1)/2}, \lambda^{(n-2)/2}, \dots, \lambda^{1/2}, 1] \quad (16)$$

식(15)을 유클리디언 노름(Euclidean norm) 형태로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\xi(n) = \|\mathbf{\Lambda}(n) \mathbf{e}(n)\|^2 \quad (17)$$

유니터리(unitary) 행렬을 벡터의 노름에 곱하여도 노름은 변하지 않는다는 성질을 이용하면 위의 식은 다음

과 같이 표현된다.

$$\xi(n) = \| Q(n) \Lambda(n) e(n) \|^2 \quad (18)$$

여기서 $Q(n)$ 은 $n \times n$ 인 유니터리 행렬이다.

행렬 $Q(n) \Lambda(n) e(n)$ 을 재 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q(n) \Lambda(n) e(n) &= Q(n) \Lambda(n) [d(n) - A(n) \widehat{w}(n)] \\ &= Q(n) \Lambda(n) d(n) \\ &\quad - Q(n) \Lambda(n) A(n) \widehat{w}(n) \end{aligned} \quad (19)$$

위의 식에서 $n > M$ 인 경우 유니터리 행렬 $Q(n)$ 은 $\Lambda(n) A(n)$ 을 다음과 같이 직교 삼각화 시킨다.

$$Q(n) \Lambda(n) A(n) = \begin{bmatrix} R(n) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad n > M \quad (20)$$

$$Q(n) \Lambda(n) d(n) = \begin{bmatrix} p(n) \\ v(n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

식(20)과 식(21)을 식(19)에 대입하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Q(n) \Lambda(n) e(n) &= \begin{bmatrix} p(n) \\ v(n) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R(n) \\ 0 \end{bmatrix} \widehat{w}(n) \\ &= \begin{bmatrix} p(n) - R(n) \widehat{w}(n) \\ v(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $R(n)$ 은 공분산 데이터 행렬의 cholesky 요소로 상삼각(upper triangular) 행렬이 된다.

위의 식에서 비용함수를 최소화하는 최적의 계수벡터와 최소 오차제곱의 합(minimum value of the sum of error squares)는 다음과 같이 구해진다

$$R(n) \widehat{w}(n) = p(n) \quad (23)$$

$$\xi_{\min}(n) = \| v(n) \|^2 \quad (24)$$

순환적인 형태의 비선형 결정계환등화기를 위한 QRD-RLS 알고리즘은 다음과 같이 구해진다. 순환과정을 편리하게 나타내기 위하여 $d(n)$ 을 $\bar{e}^{(1)}(n)$ 으로 나타내고 $\bar{e}(n)$ 을 $\bar{e}^{(i)}(n)$ 으로 나타내자. 그리고 $u(n)$ 의 요소들을 $u_k^{(i)}(n) : k=1, 2, \dots, M_T$ 으로 표시하기로 하자. 그러면 i 번째 요소 $u_i^{(i)}(n)$ 를 소거하기 위하여 회전 행렬 $J_i(n)$ 을 이용하면 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} c_i(n) & 0^T & s_i(n) \\ 0 & I & 0 \\ -s_i(n) & 0^T & c_i(n) \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \lambda^{1/2} r_{ii}(n-1) & \dots & \lambda^{1/2} r_{i, M_T}(n-1) & \lambda^{1/2} p^{(i)}(n-1) \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots \\ u_i^{(i)}(n) & \dots & u_{M_T}^{(i)}(n) & \bar{e}^{(i)}(n) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_{ii}(n) & r_{i, i+1}(n) & \dots & r_{i, M_T}(n) & p^{(i)}(n) \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & u_{i+1}^{(i+1)}(n) & \dots & u_{M_T}^{(i+1)}(n) & \bar{e}^{(i+1)}(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

$$J_i(n) = \begin{bmatrix} c_i(n) & 0^T & s_i(n) \\ 0 & I & 0 \\ -s_i(n) & 0^T & c_i(n) \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서 $u_k^{(i)}(n)$, $c_i(n)$, $s_i(n)$ 및 $r_{ii}(n)$ 은 다음과 같이 구하여 진다.

$$u_k^{(i)}(n) = u_k(n), \quad k=1, 2, \dots, M_T \quad (27)$$

$$r_{ii}(n) = \sqrt{\lambda r_{ii}^2(n-1) + [u_i^{(i)}(n)]^2} \quad (28)$$

$$c_i(n) = \frac{\lambda^{1/2} r_{ii}(n-1)}{r_{ii}(n)} \quad (29)$$

$$s_i(n) = \frac{u_i^{(i)}(n)}{r_{ii}(n)} \quad (30)$$

이상으로 얻어진 QR 분해법을 이용한 최소자승 알고리즘은 다음의 표와 같이 나타낼 수 있다. 표 1.의 QR 분해법을 이용한 최소자승 알고리즘은 곱셈과 나눗셈의 계산량은 $2M_T^2 + 7M_T + 1$ 이고 제곱근의 수는 M_T 이다.

표 1. 비선형 결정계환등화기를 위한 QRD-RLS 알고리즘
Table 1. The QRD-RLS algorithm for nonlinear decision feedback equalizer

<i>Initialization before algorithm starts (n=0)</i>	
DO (T1-1)-(T1-2), for $i=1, 2, \dots, M_T$	
$r_{ii}(0) = 0$	(T1-1)
DO (T1-2), for $j=i+1, \dots, M_T$	
$r_{ij}(0) = 0$	(T1-2)
<i>Iteration Procedure</i>	
DO (T1-3)-(T1-14), for $n=1, 2, 3, 4, \dots$	
$\{ \text{training mode } \bar{d}(n) = d(n) \}$	
$\{ \text{data mode } \bar{d}(n) = \text{decision}[\bar{d}(n)] \}$	
$\bar{e}^{(1)}(n) = \bar{d}(n)$	(T1-3)
$\alpha(n) = 1.0$	(T1-4)
DO (T1-5)-(T1-13), for $i=1, 2, \dots, M_T$	
$u_i^{(1)}(n) = u(n-i+1)$	(T1-5)
DO (T1-6)-(T1-13), for $i=1, 2, 3, \dots, M_T$	
$r_{ii}(n) = \sqrt{\lambda r_{ii}^2(n-1) + [u_i^{(i)}(n)]^2}$	(T1-6)
IF $r_{ii}(n) = 0$ THEN $c_i(n) = 1.0 : s_i(n) = 0.0$	(T1-7)
ELSE $c_i(n) = \frac{\sqrt{\lambda} r_{ii}(n-1)}{r_{ii}(n)} : s_i(n) = \frac{u_i^{(i)}(n)}{r_{ii}(n)}$	(T1-8)
END IF	
$\alpha(n) = c_i(n) \alpha(n)$	(T1-9)
DO (T1-10)-(T1-11), for $j=i+1, \dots, M_T$	
$u_j^{(i+1)}(n) = c_i(n) u_j^{(i)}(n) - s_i(n) r_{ij}(n-1)$	(T1-10)
$r_{ij}(n) = c_i(n) r_{ij}(n-1) + s_i(n) u_j^{(i)}(n)$	(T1-11)
$\bar{e}^{(i+1)}(n) = c_i(n) \bar{e}^{(i)}(n) - s_i(n) p^{(i)}(n-1)$	(T1-12)
$p^{(i)}(n) = c_i(n) p^{(i)}(n-1) + s_i(n) \bar{e}^{(i)}(n)$	(T1-13)
$e(n) = \alpha(n) \bar{e}^{(M_T+1)}(n)$	(T1-14)

IV. 컴퓨터 모의 실험

본 장에서는 일반적인 결정등화기와 2차 Volterra 결정 등화기 및 쌍선형 결정등화기의 성능을 비교한다. 이때 사용될 등화기의 채널은 다음과 같다.

$$q(n) = 0.08d(n+2) - 0.12d(n+1) + d(n) - 0.12d(n-1) + 0.08d(n-2) \quad (32)$$

그리고 메모리가 없는 비선형 함수는 다음과 같다.

$$x(n) = q(n) + 0.016q(n)^2 + v(n) \quad (33)$$

채널의 입력 데이터는 가우시안 잡음을 생성하여 유색 잡음으로 변환한 후 2 레벨(± 1)로 변환 후에 사용하였다. $v(n)$ 은 측정잡음으로 채널의 입력과 다른 가우시안 잡음을 사용하였다. 그리고 적당한 신호 대 잡음비로 조절하여 사용하였다. 쌍선형 결정등화기의 탭수는 $k=4$, $r=2$, $s=4$ 를 사용하여 총 31탭을 사용하였고, Volterra 결정등화기에서는 $k=4$, $r=2$, $s=4$ 를 사용하여 총 35탭을 사용하였다. 그리고 일반적인 결정등화기에서는 $k=7$, $r=10$, $s=18$ 을 사용하여 총 29탭을 사용하였다. 망각계수 λ 는 0.9995를 사용하였고, 사용한 데이터의 수는 10,000개 50블럭을 사용하였다.

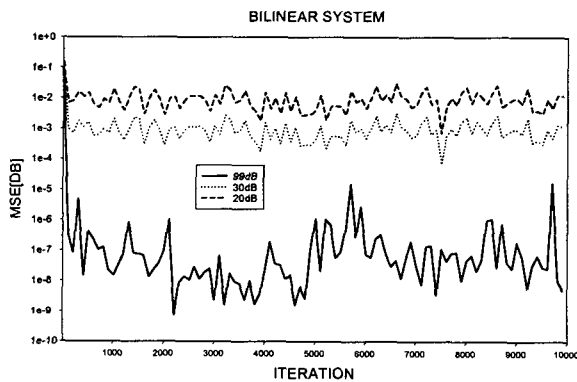


그림 3. 쌍선형 결정등화기의 학습속곡선
Fig. 3. Learning curves of bilinear DFE.

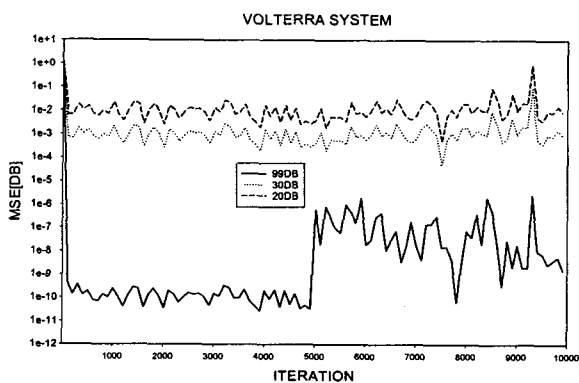


그림 4. Volterra 결정등화기의 학습속곡선
Fig. 4. Learning curves of Volterra DFE

그림 3은 쌍선형 결정등화기의 평균자승오차를 나타내고 있다. ∞ 데시벨과, 30데시벨에서 볼 때 500회 이내에 수렴하지만 수렴하고 난 후 평균자승 값의 변화가 심함을 알 수 있다. 그림 4는 Volterra 결정등화기의 평균자승오차를 나타낸다. 쌍선형 결정등화기와 같이 500회

이내에서 수렴함을 알 수 있고 수렴 후 평균자승오차의 변화가 심하고 ∞ 데시벨의 5000회 정도에서 약간의 발산이 있었던 것을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서 유도한 QR 분해법은 일반적으로 시스템 력 어레이 형태의 구조를 매우 쉽게 얻을 수 있어 VLSI 화 하기 쉬운 장점과 유한 어장 효과(finite word length effect)에 강인한 회전 행렬을 사용하여 데이터 행렬을 삼각화 시키므로 기존의 직접형 필터에 비하여 계산의 효율성이 높고 수치적 안정도가 높은 장점이 있다. 모의시험 결과에서 비선형 채널에 대한 시스템 식별에 대한 연구 더 진행되어야 할 것으로 생각되고, Volterra 결정등화기와 쌍선형 결정등화기는 일반적인 비선형 상황에 적용하여도 어느 정도의 성능 발휘를 할 수 있음을 알 수 있었다.

앞으로 연구는 본 논문에 되어 있지 않은 비선형 등화기를 사용한 성능 평가와 블라인드 적응 등화기에 대한 응용이 더 이루어져야 되고, 그리고 격자 필터 구조로 알리들의 개발이 이루어 져야 한다.

참고문헌

- [1]D. N. Godard, "Channel equalization using a Kalman filter for fast data transmission," IBM J. Res Develop., vol. 18, pp. 267-273, May 1974.
- [2]E. H. Satorius and S. T. Alexander, "Channel equalization using adaptive lattice algorithms," IEEE Trans. Comm., vol. COM-27, pp.899-905, June 1979.
- [3]N. Kalouptsidis and S. Theodoridis, Adaptive System Identification and Signal Processing Algorithms, Prentice Hall International (UK)
- [7] M. Bellafemina and S. Benedetto, "Identification and equalization of nonlinear channels fir digital transmission," Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems, pp. 1477-1480, June 1985.
- [4]R. W. Brockett, "Volterra series and geometric control theory," Automatica, vol. 12, pp. 167-176, 1976.
- [5]S. A. Billings and W. S. F. Voon, "Least squares parameter estimation algorithms for nonlinear systems," Int. J. System Sci., vol. 15, no. 6, pp. 601-615, 1984.
- [6]H. K. Baik and V. J. Mathews, "Adaptive lattice bilinear filters," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 41, no. 6, pp.2033-2046, June, 1993.
- [7]안봉만, 황지원, 백흥기, "QR 분해법을 이용한 적응 쌍선형 격자 알고리즘," 대한전자공학회 논문지, 제31권, B편, 제10호, pp.32-43, 10월, 1994.