

# 동기 및 비동기 CDMA를 위한 다중 사용자 검출기의 성능 해석

\*박 미 선, \*장은 영, \*\*김 영 민, \*변 건 식

\*동아대학교, \*\*부산기능대학

## Performance Analysis of Multiuser Detector for Synchronous and Asynchronous CDMA

\*Mi-sun Park, \*Eun-young Jang, \*\*Young-min Kim, \*Kun-sik Byon

\*Donga University, \*\*Busan Polytechnic College

### 요 약

다중 사용자 검출은 CDMA 시스템에서 가장 큰 문제인 원근 문제를 해결해 주는 하나의 방법이다. 동기식 다중 사용자 검출기는 크게 선형과 비선형으로 나누어지며, 선형 검출기에는 역상관기, MMSE 검출기, LMS 검출기, RLS 검출기가 있다. 비선형 검출기에는 SIC, PIC, DFD 등이 있으며, 본 논문에서는 동기식 선형 및 비선형 다중 사용자 검출기와 비동기식 다중 사용자 검출기의 특성과 성능을 비교 평가하고, 학습 계열이 필요 없는 블라인드 다중 사용자 검출기를 위의 검출기 성능과 비교 평가함으로써 학습 계열을 이용할 수 없는 상황에서 같은 성능으로 블라인드 다중 사용자 검출기를 사용할 수 있음을 확인하였다.

### I. 서 론

기존 CDMA 시스템에서는 각 사용자를 별도로 취급하며, 다른 사용자에서의 MAI를 잡음으로 취급한다. 따라서 전력 제어를 하지 않을 때 원근 문제를 발생한다. 그러나 전력 제어 기술은 엄격한 제어를 요구하기 때문에 상당한 어려움이 존재한다. 즉 전력 제어를 하지 않고 원근 문제를 해결할 수 있는 기술이 다중 사용자 검출 기술이다. 다중 사용자 검출기는 다른 사용자의 간섭을 잡음으로 취급하지 않고 간섭으로 인식하여 제거함으로써 시스템 용량을 증가시킬 수 있는 기술이다. 본 논문에서는 동기식 선형 및 비선형 다중 사용자 검출기와 비동기식 다중 사용자 검출기의 특성과 성능을 비교 평가하고, 학습 계열이 필요 없는 블라인드 다중 사용자 검출기를 위의 검출기 성능과 비교 평가함으로써 학습 계열을 이용할 수 없는 상황에서 같은 성능으로 블라인드 다중 사용자 검출기를 사용할 수 있음을 확인하였다.

### II. 다중 사용자 검출기

K명의 사용자를 가진 동기 CDMA 시스템은 식(1)과 같이 표현된다.

$$y_k = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + \sigma n(t), \quad t \in [0, T] \quad (1)$$

여기서  $s_k$ 는  $k$ 번째 사용자의 확산 파형이고,  $b_k$ 는  $k$ 번째 사용자의 입력비트,  $A_k$ 는  $k$ 번째 사용자의 수신 진폭이다.  $n(t)$ 는 전력 스펙트럼 밀도가 1인 AWGN이다. T는 데이터율의 역수이다.

동기 CDMA에서, 확산 계열의 상호 상관은 식(2)와 같으며 상호 상관 행렬은  $R = \{\rho_{ij}\}$ 과 같이 정의된다.

$$\rho_{ij} = \langle s_i, s_j \rangle = \sum_{k=1}^N s_i(k) s_j(k) \quad (2)$$

여기서 N은 확산 계열의 길이이다.

#### 1. 정합필터

정합 필터는 전통적인 상관기를 사용하는 단일 사용자 검출기이며, 다른 사용자의 신호를 잡음으로 처리하므로 사용자 수가 증가할 때, MAI가 커짐으로서 원근 문제를 발생하여 전력 제어가 필요하다

식(3)은 k번째 정합 필터 출력이다.

$$y_k = A_k b_k + \sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk} + n_k \quad (3)$$

여기서,  $\rho_{jk} = \langle s_j, s_k \rangle = \int_0^T s_j(t) s_k(t) dt$  이다.

식 (3)에서 첫 번째 항은 수신기의 희망 성분, 두 번째 항은 MAI 성분, 세 번째 항은 잡음 성분이다.

따라서 정합 필터는 식(3)에서 MAI를 잡음으로 처리하기 때문에 시스템 성능이 열화된다.

#### 2. 선형 다중 사용자 검출기

##### 2.1 선형 다중 사용자 검출기의 구성

그림1은 선형 다중 사용자 검출기의 구성도이다. 선형 검출기는 입출력 관계가 식(4)와 같다.

$$y_{lin} = Ly \quad (4)$$

L의 구조에 따라 선형 검출기 형태는 달라진다. 가장 간단한

L의 형태는 항등 행렬을 취하는 구조이며 정합 필터가 된다.

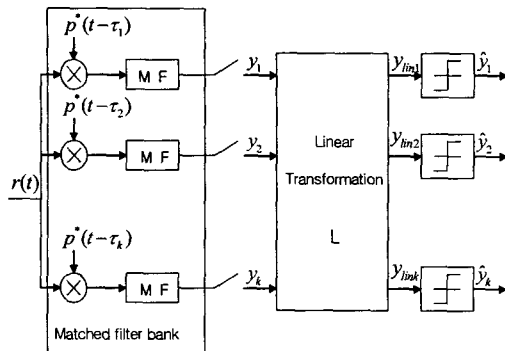


그림 1 선형 검출기

2.2 역 상관기

식(3)을 벡터로 표현하면 식(5)와 같다.

$$y = RAb + n \quad (5)$$

여기서 R은 정규화된 상관 행렬이며,  $y = [y_1, \dots, y_K]^T$ ,  $b = [b_1, \dots, b_K]^T$ ,  $A = \text{diag}[A_1, \dots, A_K]$ , n은 평균 0의 가우시안 랜덤 벡터이다.

역상관 검출기는 정합 필터 출력에  $R^{-1}$ 을 곱한다. 여기서  $R^{-1}$ 은 다중 사용자 상호 상관 행렬의 역행렬이다. 역상관 검출기의 출력은 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \text{sgn}(R^{-1}(RAb + n)) \\ &= \text{sgn}(Ab + R^{-1}n) \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)과 같이 역상관기는 MAI를 제거할 수 있다. 그러나 식(6)의 둘째 항과 같이 잡음이 증폭이 되고, 행렬의 크기가 클 때, 역행렬 계산이 복잡하게 된다.

2.3 MMSE 검출기

MMSE 검출기는 역상관기의 잡음 증폭 문제를 개선한 것이다. 검출기 출력의 자승 평균 에러가 최소가 되도록 최적의 무계값을 구하면 식(7)과 같다.

$$L_{MMSE} = R + \left(\frac{N_0}{2}\right) \cdot A^{-2})^{-1} \quad (7)$$

식(7)과 같이 MMSE 검출기는 역상관기와 같은 잡음 증폭은 없지만 수신 신호 대 잡음 비를 추정해야 하고, 역행렬을 계산해야 한다.

2.4 LMS 검출기

MMSE를 최급 강하법을 사용하여 최적 무계값을 구하는 것이며 최적 무계값을 구하는 갱신 규칙은 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} w[j] &= w[j-1] - \\ &u(w^T[j-1]y[j] - b[j])y[j] \end{aligned} \quad (8)$$

그러나 식(11)에서 알 수 있듯이 최적 무계값을 구하기 위해서 첫 번째 데이터 비트  $b_1$ 을 알 필요가 있다. 따라서 전송 시작 전에 학습 계열을 보내야 한다.

2.5 RLS 검출기

RLS 검출기는 수렴 속도를 빠르게 하기 위한 방법으로 최적 무계값 갱신 규칙은 식(9)와 같다.

$$w(n) = w(n-1) + K(n)g(n) \quad (9)$$

$$K(n) = \frac{P(n-1)y(n)}{\lambda + y(n)^T P(n-1)y} \quad (10)$$

$$g(n) = (b_1 - w^T y) \quad (11)$$

$$P(n) = \frac{P(n-1) - K(n)y(n)^T P(n-1)}{\lambda} \quad (12)$$

여기서  $K(n)$ 은 칼만 이득,  $y(n)$ 은 학습 신호,  $b_1$ 은 입력 벡터,  $w(n)$ 은 계수 벡터,  $g(n)$ 은 오차 신호이고  $\lambda$ 는 망각 계수이다.

입력 벡터  $y(n)$ 과 계수 벡터  $w(n)$ 은

$$y(n) = \begin{pmatrix} y(n) \\ y(n-1) \\ \vdots \\ y(n-M) \end{pmatrix}, \quad w(n) = \begin{pmatrix} w_0(n) \\ w_1(n) \\ \vdots \\ w_M(n) \end{pmatrix}$$

과 같다.

RLS 알고리즘은, 통상 식(13)와 같이 초기화된다. 여기서,  $\alpha$ 는 임의의 작은 실수이다.

$$P(0) = \frac{1}{\alpha} I, \quad w(0) = 0 \quad (13)$$

3. 비선형 다중 사용자 검출기

비선형 다중 사용자 검출기는 간섭 제거기라 하며, 이러한 검출기의 기본 이론은 각 사용자의 MAI의 추정 부분을 다른 사용자 신호에서 빼는 것이다. 이 비선형 다중 사용자 검출기에는 SIC, PIC, DFD 등 세 가지가 있다.

SIC 검출기는 가장 강한 사용자의 신호를 판정하여 재생하고, 수신신호에서 빼는 것을 여러 단계를 거침으로서, 모든 사용자의 신호를 검출하는 방법이다. 약한 사용자 측에서 보았을 때 MAI가 크게 감소하게 된다.

SIC 검출기와 달리 PIC 검출기는 각 사용자에 대한 모든 MAI를 병렬로 추정하고 동시에 제거한다. 정합 필터 출력에 추정 진폭과 확산 부호를 곱해 지연된 추정을 얻어 MAI를 추정 후 수신 신호에서 빼는 검출기이다.

결정 제한 검출기(DFD)는 가장 강한 사용자가 제일 먼저 판정되고, 더 약한 사용자들은 이 판정을 이용 한다.

$R = F^T F$ 이며, F는 하 삼각 행렬이다. 필터 뱅크의 출력에  $(F^T)^{-1}$ 을 곱하면, k번째 가장 강한 사용자 신호가 처음에 복조된다. 그리고 이 판정은 두 번째 사용자 신호에서 MAI를 빼는데 사용한다. 이하 같은 동작이 반복하여 신호를 검출하는 검출기이다.

4. 비동기 다중 사용자 검출기

이제까지 앞에서 논의된 검출기는 동기식이다. 비동기인 경우는, 사용자가 다음과 같은 비트 스트림을 보낸다는 것을 고려하여야 한다.

$$b_k[-M], \dots, b_k[0], \dots, b_k[M]$$

동기식을 기본으로 하여 비동기 경우로 일반화하면 식

(14)와 같이 표현한다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k(t) \cdot b_k(t - \tau_k) \cdot s_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (14)$$

여기서  $\tau_k$ 는 사용자  $k$ 에 대한 시간 오프셋이다.

비동기 채널에서, 각 비트의 부호는 서로 중첩하기 때문에, 부분 상관을 사용한다. 예를 들면, 그림2와 같이 2 사용자가 각 3비트를 송신한다고 하자.

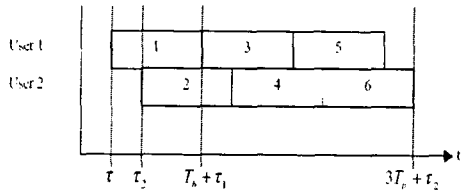


그림 4 비동기 채널에서의 송신 계열

즉, 비동기 경우는 6 사용자 문제와 동가이고, 각 사용자는 시간 간격  $3T_b + \tau_2 + \tau_1$ 내에 한 비트를 송신하는 것과 같다. 즉,  $6 \times 6$  행렬의  $R$ 이 되며,  $\rho_{i,k}$ 는 비트  $i$ 에 관련된 부호와 비트  $k$ 에 관련된 부호 사이의 부분 상관계수이다.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{2,1} & 1 & \rho_{3,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{2,3} & 1 & \rho_{4,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{3,4} & 1 & \rho_{5,4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{4,5} & 1 & \rho_{6,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_{5,6} & 1 \end{pmatrix}$$

즉, 비동기 검출기는 동기 검출기에서 나타나는 상관 행렬이 확장된 것과 같다.

### 5. 블라인드 검출기

LMS 알고리즘의 수렴은 수신 진폭, 상호 상관과 채널 조건이 일정하다는 가정에 기초한다. 그러나 이러한 파라미터 중 하나가 갑자기 변한다면, 결정 지향 연산 모드에서, 검출기가 잘못된 판정을 하기 시작하거나 고정 연산 모드에서 무게는 더 이상 최적이지 아니기 때문에, 무게는 수렴하지 않을 것이다. 이렇게 되면 다시 학습 계열의 전송을 요구하게 된다.

따라서, 데이터를 모르고 동작하는 적응 알고리즘이 필요하다. 채널 입력을 모르고 동작하는 알고리즘을 블라인드 알고리즘이라 한다.

본 논문에서는 블라인드 방법으로 최소 출력 에너지(MOE : Minimum Output Energy) 방법을 사용한다. 최소 출력 에너지 방법은 출력 에너지의 형태가 MSE와 같기 때문에 출력 에너지를 최소화 하면 MAI가 최소가 된다는 방법이다.

수신기의 출력에너지는 식(15)와 같다.

$$E(\langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1 \rangle)^2 = \mathbf{A}_1^2 +$$

$$\sum_{k=2}^K A_k^2 (\rho_{1k} + \langle \mathbf{s}_k, \mathbf{x}_1 \rangle)^2 + N_0(1 + \|\mathbf{x}_1\|^2) \quad (15)$$

식(15)의 첫 항은 신호 에너지이고, 나머지 두개의 항은 간섭 에너지(MAI+잡음)를 나타낸다.

출력 에너지를 최소화 하기 위한  $\mathbf{x}_1$ 을 선택한다는 것은 간섭 에너지를 최소화 하는 것이므로, MOE는 식(16)와 같다.

$$MOE(\mathbf{x}_1) = E(\langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1 \rangle)^2 \quad (16)$$

블라인드 적응 MUD의 갱신 규칙은 식(17)과 같다.

$$\mathbf{x}_1[i] = \mathbf{x}_1[i-1] - \mathbf{u} \mathbf{Z}[i](\mathbf{y}[i] - \mathbf{Z}_{MF}[i]\mathbf{s}_1) \quad (17)$$

여기서,  $\mathbf{Z}_{MF}[i] \approx \langle \mathbf{y}[i], \mathbf{s}_1 \rangle$ ,

$\mathbf{Z}[i] \approx \langle \mathbf{y}[i], \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1[i-1] \rangle$  이다.

## III. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 앞에 설명되어진 검출기들의 성능을 평가하기 위한 시뮬레이션을 실시하였다.

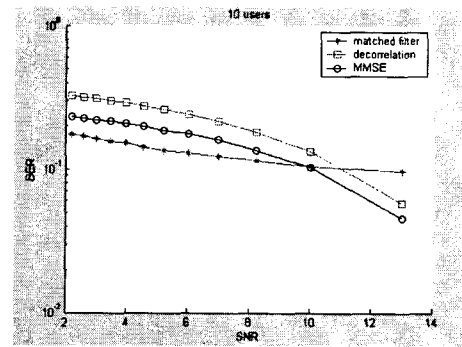


그림 5. 정합 필터, 역 상관기, MMSE 성능비교

그림 3은 10명의 사용자 일 때 정합필터, 역 상관기, MMSE를 비교한 그림이다. SNR이 커질 수록 MMSE와 역 상관기의 성능이 더 우수하지만, 오히려 SNR이 낮을 때 정합 필터의 성능이 더 우수함을 알 수 있다.

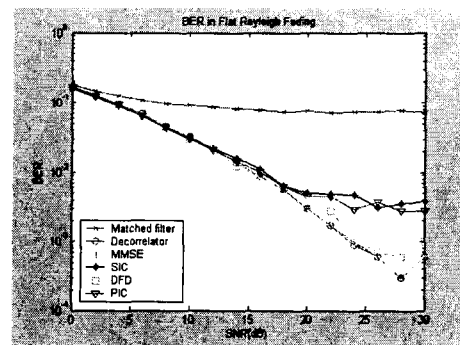


그림 6. 레일리 페이딩 하에서의 성능

그림 4는 레일리 페이딩 하에서, 단일 경로일 때의 성능이다.

그림에서 정합 필터의 성능이 제일 나쁘고 나머지 검출기들의 성능은 유사함을 확인할 수 있다.

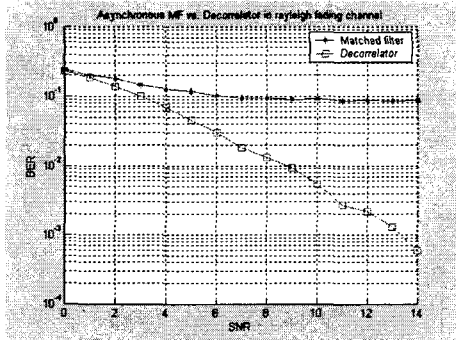


그림 7. 레일리 페이딩 채널에서의 비동기 정합 필터와 역 상관기의 성능

그림5는 레일리 페이딩 하에서, 단일 경로일 때, 비동기식 역상관 검출기와 정합 필터 성능을 비교한 것이다. 시뮬레이션 상에서 코드 길이는 31, 4명의 사용자를 사용하였으며, 사용자 당 지연은 4비트 지연을 가진다. 그림에서 알 수 있듯이 정합 필터에 비해 역상관기가 우수한 성능을 가짐을 알 수 있다.

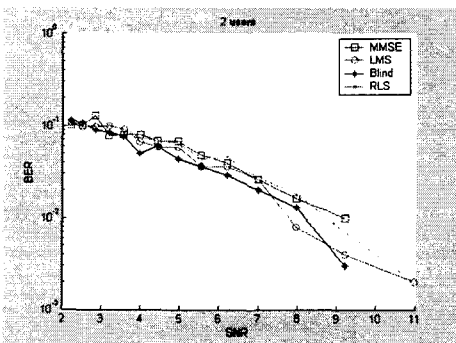


그림 8. MMSE, LMS, Blind, RLS 성능 비교

그림 6는 사용자가 2명인 경우 성능을 비교한 것이며, LMS 알고리즘에서 학습 비트는 1000개, 스텝 크기는 0.01로 하였다. 이 때 성능 비교를 위해 블라인드 검출기는 스텝 크기를 0.005로 하였다. Blind는 학습 신호가 필요 없으므로 MMSE, LMS, RLS와 비교하는 것은 불가능하다. 그러나 본 논문에서는 단순한 비교를 해보았다. 그림에서 볼 수 있듯이 네가지 모두 비슷한 성능을 가짐을 알 수 있다.

그림 7은 LMS와 RLS의 수렴 속도를 비교한 것이다. LMS 보다 RLS가 훨씬 빠르게 수렴한다는 것을 확인할 수 있다.

그림 8은 블라인드 알고리즘에서  $x_1$ 의 수렴 속도를 스텝크기를 달리해서 나타낸 것이다. 위에 그림은 스텝크기가 0.01일 때이고 아래쪽 그림이 스텝크기가 0.001일 때이다. 스텝크기가 작을 수록 어려움이 줄어든다. 그리고 그림 7의 LMS나 RLS와 비교하면 블라인드가 훨씬 수렴 속도가 느림을 알 수

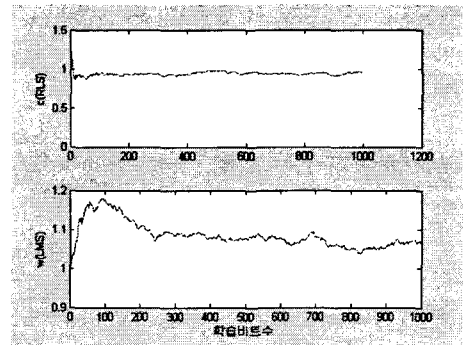


그림 9 RLS와 LMS의 수렴속도 비교

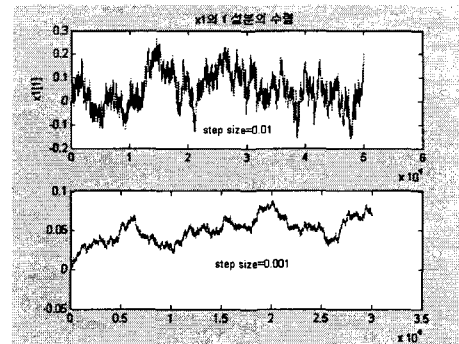


그림 10 스텝크기에 따른  $x_1$ 의 수렴속도 비교

#### IV. 결 론

본 논문은 다중 사용자 검출기의 성능을 비교 평가한 것이다. 역상관기와 MMSE 검출기는 상관 구조를 이용함으로써 정합 필터에 비해 성능이 우수함을 확인할 수 있다. 그러나 SNR이 작을 때, 정합 필터가 오히려 MMSE나 역 상관기에 비해서 성능이 우수함을 알 수 있다. 또한 정합 필터에 비해 역상관기는 잡음이 증폭되고, MMSE 검출기는 수신 진폭을 알 필요가 있다. LMS와 RLS는 반복법을 이용한 알고리즘으로 성능은 유사하지만, 수렴 속도 면에서 RLS가 빠름을 알 수 있으며, 블라인드 검출기는 학습 계열을 필요로 하지 않지만 수렴 속도가 LMS에 비해 느림을 알 수 있다. 따라서 다중 사용자 검출기는 채널 정보, 학습 계열의 이용 여부, 복잡도, 수렴 속도 등의 여러 가지 요소를 고려하여 선택할 필요가 있음을 알 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] Arun Avudainaygam, linear and adaptive linear multiuser detection in CDMA system, fall. 2001.
- [2] Frederic Sarrat, Multiuser detection techniques for Code-Division Multiple Access, Dec 8, 2002.
- [3] LOR Sum-Fai, Adaptive Multiuser Interference Cancellation, June 2000.