

## 단일관절 유연성 로보트 팔에 대한 비선형 관측기

임 규 만\*, 안 봉 만\*\*

\*초당대학교 전자공학과, \*\*전북과학대학 정보통신공학부

## Nonlinear Observer for One-Link Flexible Robot Arm

\*Kyu-Mann Im, \*\*Bong-Man Ahn

\*Department of Electronic Engineering, Chodang University

\*\*Division of Information and Communications, Chonbuk Science College

### Abstract

When a flexible arm is rotated by a motor about an axis through the arm's fixed end, transverse vibration may occur. The motor torque should be controlled in such a way that the motor rotates by a specified angle, while simultaneously stabilizing vibration of the flexible arm so that it is arrested at the end of rotation. In this paper, we propose nonlinear observer for one-link flexible arm. Then based on the error dynamic equation between the plant dynamic equation and the nonlinear observer dynamic equation of the flexible one-link arm, Lyapunov candidate function is applied to achieve a stable deterministic nonlinear feedback controller for the regulation of joint angle.

### I. 서 론

자동화 생산에 있어서 신속한 작업을 하기 위해서는 로보트 매니퓰레이터(manipulator)의 움직임이 고속화되어야 하며, 경제적인 측면에서는 경량이며 유연성(flexibility)을 갖어야만 한다. 현재는 하중이 크고 강체(Rigid Body)인 로보트 매니퓰레이터가 자동화 생산에 널리 활용되고 있으나 자동화 생산에 있어서 경량이며 유연성을 갖는 로보트 매니퓰레이터의 활용이 필연적이라 할 수 있다. 오늘날 활용되고 있는 산업용 로보트의 작업물에 대한 하중률은, 인간이 3 대 1의 하중률을 가지는데 비하여, 1대 10에서 1대 30[1]정도로 매우 낮다. 이는 현재 자동화 생산작업에 활용되고 있는 대부분의 로보트 매니퓰레이터가 강체로 구성되어 있기 때문으로 에너지 효율면에 있어서도 매우 비경제적이다. 따라서 이들 강체 로보트 매니퓰레이터를 경량의 유연성 로보트(flexible robot) 매니퓰레이터로 대체함으로써 고속동작을 용이하게 함은 물론 경제적인 이득을 도모 할 수 있다. 차세대 로보트 산업의 목표중의 하나는 소형화이며, 이는 경량의 유연한 로보트의 개발을 통해서만 가능하다. 그러나 이러한 경량의 유연성 로보트 매니퓰레이터는 강체로보트 매니퓰레이터에 비하여 강성이 작으므로 큰 하중을 다루거나, 고속작업시 구조적인 현상에 의하여 기계적인 진동이(vibration)이 발생하게 된다. 이러한 진동은 매

니플레이터의 위치제어에 있어서 정밀도 및 안정도에 큰 영향을 미치며 특히 고속의 움직임에 있어서는 이러한 문제점이 더욱 심각하다. 이러한 사실은 유연한 로보트 매니퓰레이터에 대한 동력학적 방정식에 근거한 새롭고 개인한 제어기의 개발을 요구한다. 1980년대 중반부터 국내 외의 로보트에 관한 제어 연구가 주로 강체 로보트 매니퓰레이터를 대상으로 한 움직임 제어 및 힘(force), 토크(torque) 제어에 관한 내용이며[2],[3], 이러한 사실은 강체 로보 매니퓰레이터의 다이나믹스 탄성로보트 매니퓰레이터에 비하여 비교적 간단하기 때문에 기존의 제어 이론을 적용하기 쉽기 때문에 분석할 수 있다.

최근에 유연성 로보트 팔을 제어 하기 위하여 많은 제어 알고리즘이 제시되었으나, 거의 많은 접근 방식이 안정도 분석 없이 PD 또는 PID를 토대로 연구가 진행되어 왔다. 그러한 이유로는 유연성 로보트 팔에 대한 동력학 방정식이 복잡한 비선형 방정식이기 때문에 불수있다. 유연성 로보트 팔 제어 문제들이 대부분 선형 궤환(linear feedback) 방법을 통하여 이루어져 왔으며, 최근 강체 로보트 팔에 적용되어 왔던 computed torque 방법과 비슷한 기술을 사용하는 비선형 제어법[4],[5]이 연구 되어왔으며 다른 한편으로는 강체 로보트 팔 제어에 대하여 적응제어에 관련한 많은 논문들이 발표되었다.

본 논문에서는 유한요소법(finite element)과 lagrangian 접근 방법을 이용하여 단일 관절 유연성 로보트 팔에 대한 동력학 방정식(dynamic equation)[5]을 유도하고 플랜트 내부의 상태를 검출할 수 없다고 가정하고 다른 또 하나의 상태를 도입, 플랜트와 같은 비선형 관측기를 설계한다. 본 논문의 구성은 2장에서는 가정모드 및 lagrangian 방정식을 이용하여 관절 끝부위에 부하 하중을 갖는 단일관절 유연한 팔의 동력학 방정식을 유도하고, 3장에서는 플랜트를 토대로 한 비선형관측기를 설계하며, 4장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하고 5장에서는 결론을 맺는다.

### II. 유연한 동력학적 모델

본 장에서는 Bernoulli-Euler Beam 이론 및 가정모드 방정식을 이용하여 그림.1과 같이 관절 끝부분에 부하를 갖는 단일관절 유연한 로보트 팔에 대한 동력학적 모델을 유도한다. 본 논문에서는 로보트 팔 길이 :  $L$ , 허브의

관성모멘트 :  $J_k$ , 관절의 단위 길이당 질량 :  $\rho$ , 관절의 Young의 계수 :  $E$ , 관절의 횡면적 :  $A$ , 그리고 횡면적 관성 모우멘트 :  $I$ 로 정의 하였다. 로보트 팔에 미소한 휨이 발생되어진다고 가정하고,

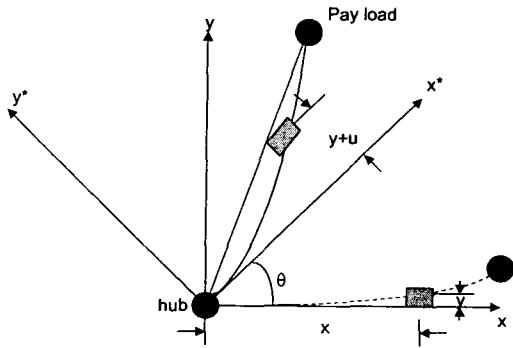


그림 1. 단일관절 유연한 로보트 팔

Bernoulli-Euler Beam 이론을 적용하면 관절에 대한 동력학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 u(\xi, t)}{\partial \xi^4} + \rho AL^4 \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기에서  $\xi = x/L$ 은 관절의 길이를 정규화한 변수를 의미한다. 함수  $u(\xi, t)$ 를 시간과 공간함수의 곱으로 분리하여 다음과 같이 표현하며

$$u(\xi, t) = \phi(\xi) \delta(t) \quad (2)$$

식(1)에 의하여 각각의 시간함수  $\delta(t)$ 와 공간함수  $\phi(\xi)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta(t) = \exp(jwt), \quad w^2 = \frac{\beta^4 EI}{\rho AL^4} \quad (3)$$

$$\phi(\xi) = C_1 \sin \beta \xi + C_2 \cos \beta \xi + C_3 \sinh \beta \xi + C_4 \cosh \beta \xi \quad (4)$$

관절의 경계조건을 만족하는  $\beta$ 의 값은 무한히 많으며 이를 각각은 관절의 변형에 대한 공간상의 형태함수를 특정 짓는다. 또한 이러한  $\beta$  값에 대응하여 관절의 시간에 대한 함수의 고유진동 주파수  $w$ 가 결정된다. 관절의 hub 부위 및 끝점의 하중에 대한 경계조건으로부터 다음과 같은 식이 만족된다.

$$\phi(\xi) \Big|_{\xi=0} = 0 = \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d^2\phi(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} = \frac{J_L \beta^4}{\rho AL^3} \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=1} \quad (6)$$

$$\frac{d^3\phi(\xi)}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} = \frac{M_L \beta^4}{\rho AL} \phi(\xi) \Big|_{\xi=1} \quad (7)$$

여기서  $M_L, J_L$ 은 각각 관절 끝점의 부하질량 및 관성모

멘트를 나타낸다. 식(5),(6),(7)으로 부터 다음과 같은 식을 얻으며

$$C_3 = -C_1, \quad C_4 = -C_2, \quad (8)$$

$$Q(\beta) \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

여기서  $\beta$ 의 값은  $2 \times 2$  행렬  $Q(\beta)$ 의 행렬식이 "0"이 되도록 하는 다음과 같은 식을 만족하도록 찾으면 된다.

$$(1 + \cos \beta \cosh \beta) - M\beta(\sin \beta \cos \beta - \cos \beta \sinh \beta) \\ - J\beta^3(\sin \beta \cosh \beta + \cos \beta \sinh \beta) \\ + MJ\beta^4(1 - \cos \beta \cosh \beta) = 0 \quad (10)$$

여기서  $M = M_L / \rho AL$ ,  $J = J_L / \rho AL^3$ .

이제 Lagrangian 접근방식을 이용하여 단일관절 유연한 로보트 팔의 동력학 모델에 대한 동력학 방정식을 유도 한다. 그림1에서와 같이 관절상의 미소 부분에 대한 위치를  $R$ 로 정의하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R = x i^* + (y + u) j^* \quad (11)$$

$$R = \frac{\partial x}{\partial t} i^* + \frac{\partial(y + u)}{\partial t} j^* + \theta k^*(x i^* + (y + u) j^*) \\ = (x - \theta(y + u)) i^* + (\dot{y} + \dot{u} + x \theta) j^* \quad (12)$$

그러므로

$$\| R \|^2 = (\dot{x} - \theta(y + u))^2 + (\dot{y} + \dot{u} + x \theta)^2 \quad (13)$$

이 성립되며, 따라서 유연한 팔의 각 부분의 운동에너지 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{hub} : u = 0, \dot{u} = 0, \dot{y} = 0$$

$$T_{\text{hub}} = \frac{1}{2} [\int_{\text{hub}} (x^2 + y^2) dm] \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2$$

$$\text{link} : \dot{x} = 0, y = 0, \dot{y} = 0$$

$$T_{\text{beam}} = \frac{1}{2} [\int_{\text{beam}} (x^2 + y^2) dm] \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_{\text{beam}} (u^2 + 2 \dot{u}x \theta) dm \\ \cong \frac{1}{2} [\int_{\text{beam}} x^2 dm] \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_{\text{beam}} (u^2 + 2 \dot{u}x \theta) dm \\ \cong \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_{\text{beam}} (u^2 + 2 \dot{u}x \theta) dm$$

$$\text{load} : x = L, \dot{x} = 0, \dot{y} = 0$$

$$u(x, t) = u(L, t), \dot{u}(x, t) = \dot{u}(L, t)$$

$$T_{L1} = \frac{1}{2} [\dot{\theta}^2 u(L, t)^2 + (\dot{u}(L, t) + L \theta)^2] M_L$$

$$T_{L2} = \frac{1}{2} J_L [\theta + \frac{\partial \dot{u}(L, t)}{\partial x}]^2$$

여기서  $J_h$ : 허브관성,  $J_b$ : 링크관성.

Strain 에너지  $U$ 는 다음과 같다.

$$U = \int_0^L \frac{EI}{2} (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2})^2 dx \quad (14)$$

Distortion  $\delta u$  동안에 점성력에 의하여 형성되는 가상에너지  $\delta W_E$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta W_E = - \int_0^L (f u(x, t) \delta u) dx \quad (15)$$

여기서  $f$ : 점성 마찰계수.

모오드 항의 유한 수  $m$ 을 고려하여 즉,

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^m \phi_i(x) \delta_i(t) \quad (16)$$

다음과 같이 Lagrangian 방정식을 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W_E}{\partial q_i} = F_i, \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

여기서

$T$ : 전체운동에너지 ( $T_{hub} + T_{beam} + T_{L1} + T_{L2}$ )

$U$ : strain에너지

$W_E$ : 점성마찰에너지

$F_i$ : 가해진 힘,

$q_i$ : generalized variables

$$q_1 = \theta, q_2 = \delta_1, \dots, q_{m+1} = \delta_m$$

$$F_1 = u, F_2 = 0, \dots, F_{m+1} = 0 .$$

위의 관계로 부터 다음과 같은 동력학 방정식이 유도된다.

$$D(\delta) \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} + C(\delta, \theta, \dot{\delta}, \ddot{\theta}) \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서  $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m]^T$  이고,  $d_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$d_{11} = J_h + J_b + J_L + M_L L^2 + (M_L \phi_e^T \delta)^2$$

$$d_{1j} = M_L L \phi_{j-1,e} + \frac{J_L}{L} \dot{\phi}_{j-1,e} + \sigma_{j-1}, \quad j=2, 3, \dots, m+1$$

$$d_{ii} = m_b + M_L \phi_{i-1,e}^2 + J_L \frac{\phi_{i-1,e}^2}{L^2}, \quad i=2, 3, \dots, m+1$$

$$d_{ij} = M_L \phi_{i-1,e} \phi_{j-1,e} + \frac{J_L \phi_{i-1,e} \phi_{j-1,e}}{L^2}, \quad i=2, 3, \dots, m+1, j \neq i$$

또한,

$$\phi_e^T = \phi^T |_{\xi=1} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m] |_{\xi=1}$$

$$\phi_{i,e} = \phi_i |_{\xi=1}$$

$$\phi_e^T = [\phi_{1,e}, \phi_{2,e}, \dots, \phi_{m,e}]$$

$$\dot{\phi}_{i,e} = \frac{d\phi_i(\xi)}{d\xi} |_{\xi=1}$$

$$\sigma_i = \rho A L^2 \int_0^1 \phi_i(\xi) dx, \quad i=1, 2, \dots, m$$

행렬  $C(\delta, \theta, \dot{\delta}, \ddot{\theta})$ 는 다음식과 같이 Coriolis와 Centrifugal 항으로 나타낼 수 있으며,

$$C(\delta, \theta, \dot{\delta}, \ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} M_L(\phi_e^T \delta)(\phi_e^T \dot{\delta}) & M_L \ddot{\theta}(\phi_e^T \delta) \phi_e^T \\ -M_L \ddot{\theta}(\phi_e \phi_e^T) \delta & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

동가 스프링 상수 행렬  $K$ 와 댐핑행렬  $F$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = diag(k_1, k_2, \dots, k_m) \quad (20)$$

$$F = diag(f_1, f_2, \dots, f_m) \quad (21)$$

여기서  $k_i$ 와  $f_i$ 는 각각 다음과 같다.

$$k_i = \frac{EI}{L^2} \int_0^1 \left[ \frac{d^2 \phi_i(\xi)}{d\xi^2} \right]^2 d\xi, \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$f_i = - \int_0^1 f \phi_i^2(\xi) d\xi, \quad i=1, 2, \dots, m$$

위의 식에서 행렬  $D(\delta) - 2C(\delta, \theta, \dot{\delta}, \ddot{\theta})$ 가 교대 행렬임을 알 수 있다. 여기에서 동력학 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{11}(\delta) & d_{12}^T \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}(\delta, \dot{\delta}) & c_{12}(\dot{\theta}, \delta)^T \\ -c_{12}(\dot{\theta}, \delta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

### III. 비선형 관측기 설계

본 절에서는 식(22)와 같은 동력학 방정식에 대한 비선형 관측기를 설계하기 위하여 다음과 같은 일반적인 비선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in R^n, u \in U \subset R^k$$

$$y = h(x), \quad y \in R^k \quad (23)$$

여기서

$f: R^n \times R^m \rightarrow R^n$ ,  $h: R^n \rightarrow R^k$  연속이고, 원점  $(0, 0) \in R^n \times R^m$ 은  $f$ 에 대해서 평형점  $f(0, 0) = 0$ 이며, 입력공간은  $0 \in R^m$ 의 근방(neighborhood)  $U$ 에서 취하는 값들로 모두 측정 가능한 시간의 함수로 이루어진다.

$f(x, u) = g(x, h(x), u)$ ,  $(x, u) \in R^n \times R^m$ 이고 모든  $u \in U$ 와 충분히 작은  $e = x - z \in R^n$ 에 대하여

$$\Psi_1(\|x - z\|) \leq W(x, z) \leq \Psi_2(\|x - z\|) \quad (24)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial W}{\partial z} g(z, h(x), u) \leq -\Psi_3(\|x - z\|) \quad (25)$$

를 만족하는 연속적으로 미분 가능한 함수 (Smooth Function)  $W: R^n \times R^m \rightarrow R^+$ 이고, strictly increasing 연속함

수  $\Psi_i: R^+ \rightarrow R^+$ ,  $\Psi_i(0) = 0, i=1, 2, 3$  을 만족하는 다음과 같은 연속함수가 존재한다면 시스템 식(23)은 Weakly Detectable 하다고 한다.

$$g: R^n \times R^k \times R^m \rightarrow R^n, g(0, 0, 0) = 0 \quad (26)$$

앞의 정의에 따라서 시스템 식(26)이 Weakly Detectable 하다면 시스템  $\dot{z} = g(z, h(x), u)$ 는 시스템 식(23)에 대해서 비선형 관측기를 설계할 수 있게된다. 즉, 모든 초기상태  $x(0), z(0) \in R^n$  와  $e(0) = x(0) - z(0) \in R^n$ 에 대해서

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) - z(t) = 0 \text{ 된다.} [6] \quad \blacksquare$$

위 이론을 토대로 식(22)으로 부터 Modal  $\delta_1$  를 고려한 비선형 관측기를 설계하기 위해서 동력학 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{11}(\delta_1) & d_{12} \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}(\delta_1, \delta_1) & c_{12}(\theta_1, \delta_1)^T \\ -c_{12}(\theta_1, \delta_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \delta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta_1 + F\delta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

여기서 다음과 같이 정의하면

$$\theta = x_1, \theta = x_2, \delta_1 = x_3, \delta_1 = x_4 \quad (28)$$

시스템에 동적 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{d_{12}M_L\phi^2x_2^2x_3}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad -\frac{2d_{22}M_L\phi^2x_2x_3x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad +\frac{d_{12}(x_4f_1 + x_3k_1)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad +\frac{d_{22}u}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2x_3^2} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{M_L\phi^2x_2^2x_3(c + x_3^2M_L^2\phi^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad +\frac{2d_{12}M_L\phi^2x_2x_3x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad -\frac{(kx_3 + fx_4)(c + M_L^2\phi^2x_3^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \\ &\quad -\frac{d_{12}u}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2x_3^2} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서  $c = J_h + J_b + J_L + M_L L^2$ .

따라서 비선형관측기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\dot{z}_3 = z_4 - k_p(a_1 - a)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= -\left( \frac{z_3x_2M_L\phi^2(c + z_3^2M_L^2\phi^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \right. \\ &\quad \left. -\frac{z_3z_4d_{12}M_L\phi^2}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \right) x_2 \\ &\quad -\frac{x_2z_3z_4d_{12}M_L\phi^2}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \\ &\quad -\frac{(z_4f_1 + z_3k_1)(c + z_3^2M_L^2\phi^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \\ &\quad -\frac{d_{12}u}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \\ &\quad -\frac{k_p(a_1 - a)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22}M_L^2\phi^2z_3^2} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서

$$\alpha = \frac{180}{\pi} (x_1 + \phi x_3), \quad a_1 = \frac{180}{\pi} (x_1 + \phi z_3).$$

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

비록 유연한 팔이 무한수의 진동 모드를 가질수 있으나 진동 정조가 모드중 첫번째 모드에 90% 이상을 가지고 있으므로 제어기는 유한수의 진동 모드에 근거하여 전개할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 첫번째 모드만을 고려하여 동력학 방정식(23)을 유도하고 제어기를 설계하였다. 동력학 방정식(23)에서 변수들을 알고 있다고 가정할 경우, 제어문제는  $\delta(t)$  가 "0"벡터로 수렴하는 동안 조인트 각 변위  $\theta(t)$  가 원하는 궤적  $\theta_d(t)$  를 추적하는 문제이다. 본 논문에서는 hub쪽에서의  $\theta(t)$  와  $\theta(t)$ , 그리고 끝점의 휨 각도  $\alpha(t)$ 에 대해서는 센서를 통하여 정보를 얻을 수 있다고 가정하고  $\theta(t)$  와  $\theta(t)$  정보를 이용하여  $\delta(t)$ 에 대한 관측기를 구성하였으며, 시스템의 물리적 상은 표1.과 같다.

표1. 유연성 로봇팔의 물리적 매개변수

$\rho$	$2.700 \times 10^3$	$kg/m^3$
$A$	$2.432 \times 10^{-5}$	$m^2$
$L$	$5.0 \times 10^{-1}$	$m$
$M_L$	$1.2738 \times 10^{-2}$	$kg$
$J_L$	$1.4727 \times 10^{-6}$	$kg \cdot m^2$
$E$	$0.657 \times 10^{10}$	$N/m^2$
$I$	$8.188 \times 10^{-12}$	$m^4$

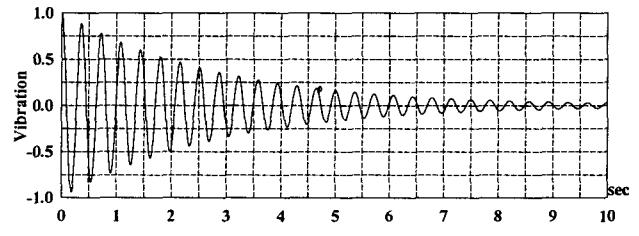
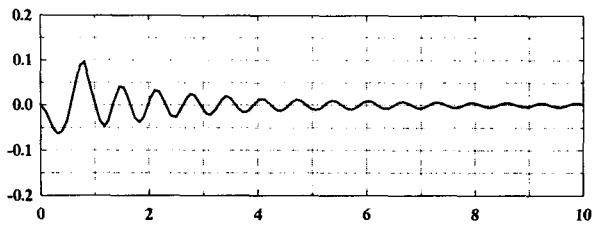
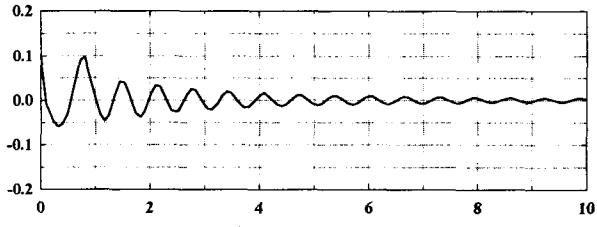
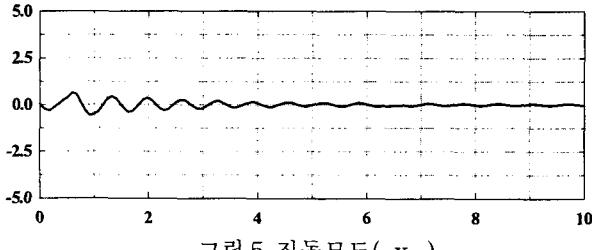
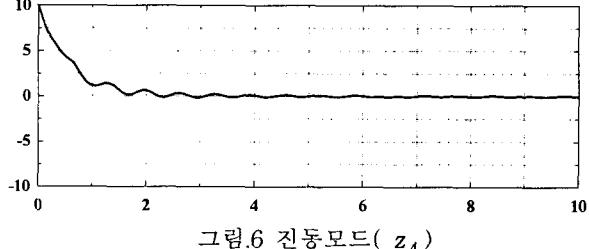


그림2. 진동모드( $u = 0$ )

그림.3 진동모드(  $x_3$  )그림.4 진동모드(  $z_3$  )그림.5 진동모드(  $x_4$  )그림.6 진동모드(  $z_4$  )

### 참 고 문 헌

- [1] P.Kopacek, K.Desoyer and P.Lugner, "Modeling of flexible robots an introduction," IFAC symposium, Karlsruhe, FRG, pp.20-28, Oct., 1988.
- [2] J.J.Craig, P.Hsu, and S.S.Sastry, "Adaptive control of mechanical Manipulators," Proc. of IEEE Int'l Conference on Robotics and Automation, pp.190-195, April, 1986.
- [3] M.W.Spong, R.Ortega, and R.Kelly, "Comment on adaptive manipulator control : A case study," IEEE Trans. Automatic Contr., vol.35, pp.761-762, Jun, 1990.
- [4] S.Nicosia, P.Tomei and A.Tornambe, "Nonlinear control and observation algorithms for a single-link flexible arm," Int. J. Control, vol.49, NO.3, pp.827-840, 1989.
- [5] A.D.Luca and B.Siciliano, "Trajectory control of a nonlinear one-link flexible arm," Int. J. Control, vol.50, NO.5, pp.1699 - 1715, 1989.
- [6] J.Tsinias, "A generalization of Vidyasagar's Theorem on stabilizability using state detection," Syst. Contr. Lett., vol.17, pp.37-42, 1991.
- [7] Woonchul Ham, "Adaptive Control Based on Explicit Model of Robot Manipulator," IEEE Trans. Automatic Contr., vol.38, pp.654-658, 1993.

### V. 결 론

본 논문에서는 단일 관절 유연성 로보트의 비선형 동력학 방정식으로부터 modal( $\delta_i$ )을 고려하여 관측기를 설계 하였으며, modal( $\delta_i$ )만을 고려하여 비선형 관측기를 설계 했을 경우에도 그 결과가 좋은 특성을 가진다는것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 알 수 있었으며, 허브 각도와 끝점에서의 진동이 서로 반비례적인 성질(nonminimum phase property)이 있음을 새롭게 알 수 있었다. 앞으로 더욱 연구되어야 할 부분으로서는 two-link flexible robot에 대해서도 관측기 설계가 확장되어야 하며, 적절한 최소의 진동모드를 갖으면서도 가급적 빠르게 추종될 수 있도록하는 알고리즘에 대해서 연구가 진행되어야 하며, 대부분 비선형 시스템의 경우 동력학 방정식이 복잡하므로 이에 대한 stabilization 문제, 안정도 분석, 또한 비선형 제어법칙, 그리고 비선형 관측기의 observability criterion에 대해서 연구 되어야 할 것이다.