

점대칭 확장을 이용한 웨이블릿 변환

최성훈, 정원용

경남대학교 정보통신공학과

Wavelet Transform with Point-Symmetric Extension.

Seong-hun Choi, Won-yong Chong

Information & Telecommunication Engineering, Kyungnam University

요약

타일링을 통해 손실 압축된 데이터에 대해 점대칭 확장(point symmetric extension)을 사용하면 경계에서의 인공물(artifact)들을 줄일 수 있다. 실제 확장 샘플 없이 경계 필터(boundary filter)를 사용하는 것과 같은 효과를 내는 방법을 리프팅(lifting)을 사용하여 수행할 수 있다.

본 논문에서 사용된 필터는 PR 특성을 준수하고, 경계 근처에서 어떠한 후처리 기술이나 이웃하는 타일들로부터의 추가정보 없이 경계 인공물들을 현저히 감소시켰다.

서론

영상 코딩 시스템들에서 가장 심각한 인공물들 중의 하나는 블럭킹(blocking)이다. 인간의 시각은 에지들에 민감하기 때문에, 이들 왜곡들이 특히 균일한 영역에서 두드러진다. 블럭킹 인공물들은 큰 영상들이 작은 크기의 영상들로 나누어지고 독립적으로 압축되어질 때 생긴다. 복잡도를 줄이기 위해 타일링(tiling)을 사용하지만 매우 두드러진 블럭킹이 발생한다. 블럭킹 인공물을 줄이는 문제는 널리 연구되어졌지만^{[1]-[4]}, 많은 추가적 복잡성 때문에 실제 시스템에 거의 적용되어지지 않았다. 이것은 휴대용 영상 장비에 대해서는 중요한 요소가 될 수 있으나 데스크탑 어플리케이션에서는 어느 정도 효과적이다.

논문의 관심은 타일 경계(tile boundary) 사이의 불연속의 제거이다. 타일 에지에서의 왜곡은 인접하는 타일들과 관계없이 타일의 경계의 내부영역들에서 나타난다. 연구의 목적은 계산적 과부하와 과도한 메모리의 요구 없이 타일 경계 사이의 불연속 문제를 다루는 강인한 부밴드 분해(subband decomposition)의 알고리즘을 제안하는 것이다.

II. 점대칭 확장

그림 1과 같은 점대칭 신호 확장을 부밴드 해석/합성에 적용하는 것이 본 연구의 근본 접근 방법이다.^{[5][6]} 지금까지의 연구는 경계에서 에어리징 제거(aliasing cancellation)를 성취하지 못했기 때문에 확장은 현저한 왜곡과 성능의 저하를 초래하였다. 그러나,

본 연구에 따르면, 완벽한 복원(Perfect Reconstruction : PR)은 점대칭 확장 신호로 가능하며, 홀수 길이 신호들에 대한 해를 그림 2에 보인다.

N 샘플을 가진 신호 $X[n]$ 의 길이는 홀수라고 가정한다. 전체 샘플 점대칭은 다음과 같이 정의된다.

$$X[n] = \begin{cases} 2X[0] - X[-n], & n < 0 \\ 2X[N-1] - X[2(N-1) - n], & n \geq N \end{cases} \quad (1)$$

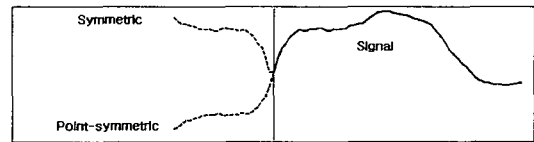


Fig. 1 신호 확장

그림 2와 같이 얻어진 신호는 무한대로 확장될 수 있다. 그러나, 식(1)은 N 샘플만으로도 신호를 완벽하게 묘사하기에 충분하다는 것을 보이고있다. 웨이블릿 해석은 평균을 나타내는 $S[m]$ 과 차를 나타내는 $D[m]$ 의 두 개의 부밴드를 만든다. 홀수 길이를 가지는 웨이블릿 필터에서, 출력 신호 $S[m]$ 은 점대칭 구조를 가지고, $M = (N+1)/2$ 샘플만으로도 충분히 나타낼 수 있다. 동시에, $D[m]$ 은 anti-symmetric 구조를 가진다. 데이터 복원 시, $S[m]$ 과 $D[m]$ 은 그림 2(d),(e)와 같이 확장되고, 역변환을 통해 출력을 그림 2(f)에 나타낸다. 이 특성들로 단지 N 웨이블릿 계수들로부터 $X[n]$ 을 완벽하게 복원할 수 있다. 만약 양자화가 적용되지 않는다면 PR 특성을 보존하기 때문에 출력은 $X[n]$ 과 같다.

짝수 길이 신호의 경우, 확장은 식(1)에 따라 수행되어진다. 그러나 웨이블릿 계수들의 재배열(reordering)이 요구된다. 짝수 길이 신호를 점대칭으로 확장한 후, 웨이블릿 변환을 시키면 $D[m]$ 의 마지막 값 $D[M-1]$ 은 $M=N/2$ 일 때 항상 0이다. 다운 샘플링하는 동안 잃어버린 $X[N-1]$ 에 대한 정보를 이 위치에 저장할 수 있고, 다음과 같이 재배열한다.

$$\begin{aligned} D[M-1] &= S[M-1] - X[N-1] \\ S[M-1] &= X[N-1] \end{aligned} \quad (2)$$

재배열 이후 두 부밴드는 같은 수의 샘플 M 을 포함한다. 합성 부분에서 역방향 데이터 재배열(backward data reordering)은 다음과 같이 요구되어진다.

$$\begin{aligned} S[M-1] &= D[M-1] + S[M-1] \\ D[M-1] &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

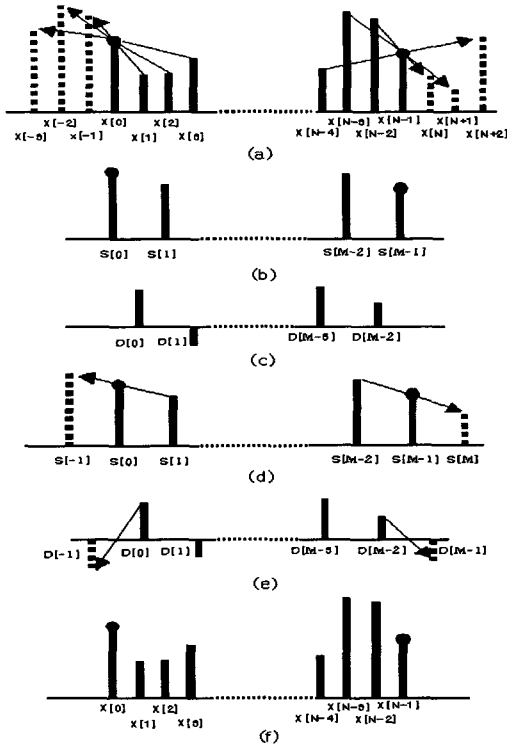


Fig. 2 (a) 이산 입력 신호의 점대칭 확장, (b)~(e) 변환된 신호들의 even, odd 부분, (f) 복원된 신호

이러한 재배열은 웨이블릿 필터에 따라 적절하게 적용되어 지나 필수적인 것이 아니다. 그러나 두 부밴드에서 웨이블릿 계수들이 같은 수가 되어야 하는 압축 시스템의 경우에는 필요하다.

III. 경계 인공물의 제거

비록 PR(perfect reconstruction)을 가지는 웨이블릿 해석/합성이 다른 확장을 이용해서 가능하다고 하더라도, 점대칭 확장은 흥미로운 특성을 가지고 있다. 점대칭 확장의 사용은 경계의 복원이 양자화 잡음에 의한 영향을 적게 받는다. 일반적인 대칭 확장을 그림 3에 설명한다. 그림 3(a)의 1-D 신호를 2개의 겹쳐짐이 없는 타일 1과 타일 2로 분할한다. 타일 경계는 신호에 의해 z 점을 지난다. 각 타일들은 대칭적으로 확장되어지고, 웨이블릿 해석이 적용되고, 다음에 양자화와 합성이 이어진다. 복원된 값 역시 같은 대칭의 형태를 가진다. 그러나 양자화가 고주파수 요소, $D[m]$ 을 줄였기 때문에 복원된 부분들은 원래 신호보다 더 부드러워진다. 해석/합성 필터들은 컨벌루션이 실행될 때 신호를 전체 신호로 덧붙여진 확장으로 다룬다. 이것은 복원 후 타일 2가 z 위로 가고 타일 1이 z 아래로 가는 이유이다. 그림 3(b)는 복원된 신호가 어떻게 보이는지를 보여준다. 신호가 점 z 에 수렴하지 않음을 명확히 보여준다. 이로 인해 예리한 불연속이 두 타일 사이에 나타난다.

그림 3(c)의 점대칭 확장을 이용한 방법은 앞에서 설명한 방법과 다르게, 부드러운 계수들은 z 를 통과하고, 점대칭 특성을 가진다. 비록 확장이 경계 범위 내에서 원래 신호의 추정이 나쁘다 하더라도, 점 z 에의 수렴은 양쪽에서 모두 이루어진다.

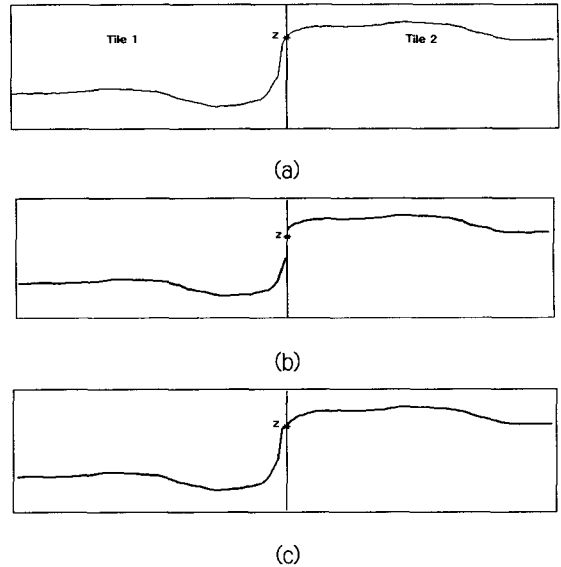


Fig. 3 (a) 입력 신호, (b) 일반적인 대칭 확장을 이용해 복원한 신호 (c) 점대칭 확장을 이용해서 복원한 신호

IV. 등가 경계 필터

위에 기술한 방법은 컨벌루션에 기반을 두고 있다. 유한길이 신호 $X[n]$ 이 N 샘플을 가진다고 가정한다. 먼저 웨이블릿 변환을 적용하기 이전에, 입력 신호 $X[n]$ 을 E 샘플만큼 점대칭적으로 확장하여 $X_e[n]$ 을 얻고 여기에 웨이블릿을 적용하면 $N+E$ 로 확장된 신호 $Y[n]$ 을 얻는다. 그러나 실제로는 $Y[n]$ 을 나타내는데 단지 N 샘플만으로 충분하기 때문에 E 샘플만큼의 불필요한 확장을 하게 되었고 그만큼 메모리를 차지하게 된다.

그 대안으로, 위와 같은 효과를 내는 경계 필터 $h_e[k]$ 를 사용하여 표현할 수 있다. 그 저역 필터는 식(4)와 같이 나타내어지는데, 필터가 경계에 접근할 때 그 계수들이 변한다는 단점이 있다.

$$S[n] = \sum_{k=0}^{2n+K} h_e[2n-k]X[k] \quad (4)$$

따라서, 경계 필터 없이 $X[k]$ 를 확장함으로 $S[n]$ 을 얻을 수 있고, 컨벌루션은 두 영역 $k \geq 0$ 과 $k < 0$ 으로 나누어 표현된다.

$$S[n] = \sum_{k=0}^{2n+K} h[2n-k]X[k] + \sum_{k=2n-K}^{-1} h[2n-k]X[k]$$

여기에 필터가 대칭이라는 것을 이용하고, 확장 샘플을 위해 식(1)을 대입하면,

$$S[n] = \sum_{k=0}^{2n+K} h[2n-k]X[k] + \sum_{k=1}^{K-2n} h[k+2n](2X[0]-X[k])$$

$$= (h[2n]+2 \sum_{k=1}^{K-2n} h[k+2n])X[0] + \sum_{k=1}^{K-2n} (h[2n-k]-h[k+2n])X[k]$$

$$+ \sum_{k=K-2n+1}^{K+2n} h[2n-k]X[k]$$

를 얻는다. 위의 식은 X[0]을 초과한 필터 계수와 확장 샘플 없이 S[n]을 표현하였으므로 식(4)의 경계 필터 $h_b[k]$ 라 생각할 수 있고, N 샘플의 유한 길이 신호 X[n]을 변환한 Y[n]은 N으로 나타낼 수 있다.

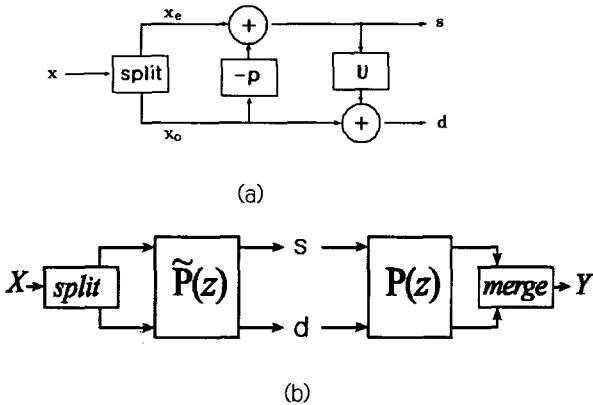


Fig. 4 (a) Lifting Scheme. Split, predict, 그리고 update 단계
(b) Polyphase 형태로 나타낸 리프팅의 analysis와 synthesis filter bank

V. 리프팅에 기반을 둔 경계 필터

만약 적은 메모리의 사용이 요구된다면, 시변 필터에 기반을 둔 방법은 계산적인 관점에서 이상적이지 못하다. 경계 부근에서 원활하게 필터 뱅크를 변화시키는 것이 필요하며, 5, 3 필터 뱅크를 1-D 해석 단계에서 고려하자.

5, 3 필터 뱅크 계수들은 다음과 같다.

$$h[n] = [-\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}] \quad (5)$$

$$\tilde{g}[n] = [-\frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}]$$

이 필터 계수들을 이용해서 해석 다상 리프팅 단계 (analysis polyphase lifting stage)를 표현하면 식(6)과 같다. [7]-[9]

$$P(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (-\frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{2}) & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(6)의 해는 그림 4에 보여주었고 있다. 식(6)에서 첫 번째 단위 행렬은 레이지 웨이블릿 (lazy wavelet) [7] 변환의 형태이다.

식(6)에서, 리프팅 인수분해는 필터를 보간하는 것으로 생각될 수 있다. 입력 벡터에서 연산의 결과는 경계 지역의 경우 새롭게 고려된다.

$$P(z) \begin{bmatrix} x_0 \\ x_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_0 \\ d_{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, 점대칭 확장 $x_{-1} = 2x_0 - x_1$ 이므로

$$d_{-1} = -\frac{1}{2}(2x_0 - x_2) + (2x_0 - x_1) - \frac{1}{2}x_0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore d_{-1} = \frac{1}{2}x_0 - x_1 + \frac{1}{2}x_2$$

또한,

$$s_0 = -\frac{1}{8}(2x_0 - x_2) + \frac{1}{4}(x_0 - x_1) + \frac{3}{4}x_0 + \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{8}x_2$$

$$= x_0$$

그러므로, 경계 지역에서 점대칭 확장을 가지는 경우, 리프팅 행렬은 명백한 경우로 축소될 수 있다.

$$P(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

반면에, "s" 경로에서 타일들의 경계지역에서는 마지막 리프팅이 요구되지 않는다. 비록 이 논의가 단지 x_0 에서만 고려되었다 하더라도, 모든 경계 지역에서 적용된다. 이것을 그림 5(a)에 보여준다. 그래프에서와 같이, 변환은 어떤 계산적, 메모리의 과도한 요구 없이 수행될 수 있고, 매우 간단한 구조를 가진다.

짝수 길이 신호의 경우, 마지막 샘플 $D[M-1]$ 은 항상 0이다. 이것은 그림 5(b)의 5,3 필터에서 설명하는 것과 같이 마지막 샘플 $S[M-1]$ 의 계산에 영향을 미친다. 점선은 여분의 데이터 흐름을 나타내고, 그래프에서의 변화는 필터 수행에 영향을 미치지 않는다. 대칭점에 대한 정보를 보존하기 위해서, 데이터 재배열은 이전에 묘사된 것과 같은 방법으로 수행될 수 있다.

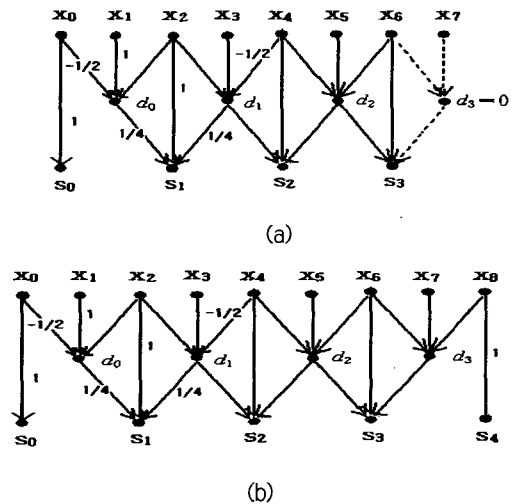


Fig. 5 (a) 홀수 샘플의 경계 필터의 리프팅 수행.
(b) 짝수 샘플의 경계 필터 수행.

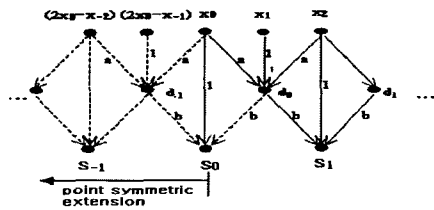


Fig. 6 경계에서의 확장 계수 계산.

VI. 실험 결과

1D 신호에서, 일정 크기로 신호를 타일링하여 일반적인 대칭 확장을 이용하여 리프팅 웨이블릿 변환을 하면 타일의 경계에서 불연속이 발생하지만, 점대칭 확장을 이용하여 리프팅 웨이블릿 변환을 한 후 신호를 복원하면, 타일의 경계에서 거의 완벽하게 경계 점을 복원해 낸다. 그림 7에는 음성신호를 입력받아 리프팅을 적용한 결과를 보여준다. 그림 7(a)는 “고”라고 발음하는 음성 신호이고, (b)는 그중 일부를 획득하여 확대한 신호이다. (c)는 신호를 3개의 타일로 나누어 일반적인 대칭 확장을 이용해서 리프팅을 적용하고 복원한 신호이다. 보는바와 같이 각 타일의 경계부분에서 불연속이 발견된다. 하지만 (d)에서와 같이 점대칭 확장을 이용한 결과 불연속이 거의 발견되지 않는다. 앞으로 영상을 이용하여 점대칭 확장을 이용하여 리프팅 웨이블릿을 수행하고, 더 나아가 정수 리프팅 웨이블릿을 이용하면 더 나은 수행을 얻을 수 있을 것이다.

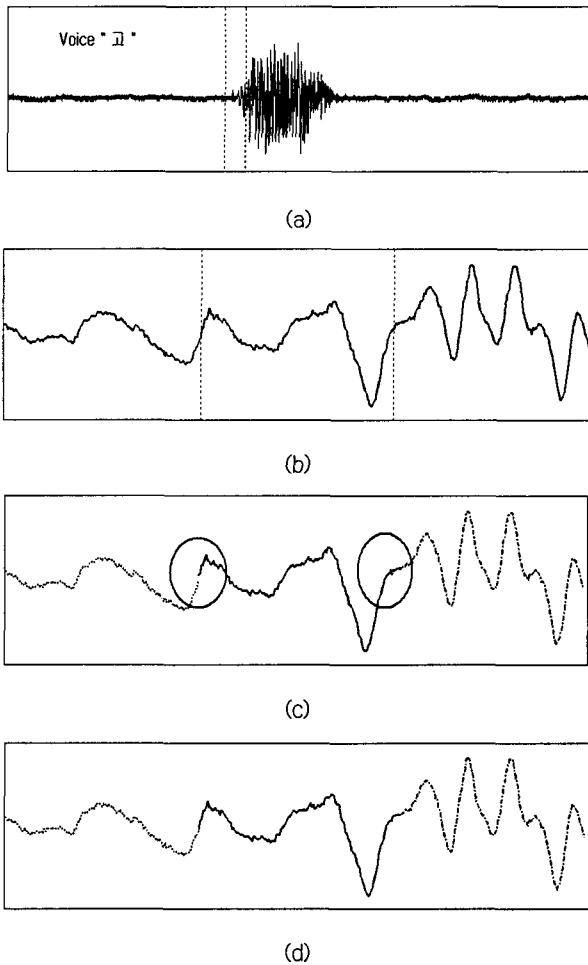


Fig. 7 (a) 발음 “고”의 음성신호 (b) 점선 구간의 확대 신호 (c) Symmetric Extension을 이용한 Lifting 변환, 복원한 신호 (d) Point-Symmetric Extension을 이용하여 복원한 신호

VII. 결론

손실 영상 압축 시스템에서 타일들 사이의 날카로운 불연속들은 신호의 대칭적 확장에 의해 일어난다.

여분의 복잡성 없이, 타일들 사이의 불연속은 점대칭 확장의 사용으로 현저히 감소될 수 있다. 신호 경계를 다루는 방법은 필터의 PR 특성을 준수한다. 경계에서 복원된 유한 길이 신호는 정확한 예지값에 수렴하는 경향이 있다는 것을 보여주고 있다.

점대칭적으로 확장된 신호의 웨이블릿 변환은 동일한 경계 필터들을 사용하여 수행될 수 있다. 이 경우, 신호의 점대칭 확장은 명확하게 적용될 필요는 없다. 경계필터들은 홀수 길이 필터 뱅크들의 컨볼루션과 리프팅에 기반을 둔 수행들을 통해 파생될 수 있다. 필터들의 리프팅에 기반을 둔 수행은 경계에서 하드웨어와 소프트웨어 플랫폼에 적당한 필터 계수들을 바꾸는 단순한 방법을 제공한다.

VIII. 참고문헌

- [1] J. N. Bradley, "Storage and Retrieval of Large Digital Images," U.S Patent 5710835.
- [2] I. K. Eom, Y. S. Kim, and J. H. Kim, "A block wavelet transform for sub-image coding/decoding," Proc. SPIE, vol. 2669, pp.169-176, 1996.
- [3] B. Jeon and J. Jeon, "Blocking artifacts reduction in image compression with block boundary discontinuity criterion," IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol., vol.8, pp.345-357, 1998.
- [4] M. Shnaider, I. Kharitonenko, and X. Zhang, "A memory-scalable wavelet transform for image compression," in Proc. ICSPAT'99, Orlando, Nov. 1-4, 1999.
- [5] G. Karlsson and M. Vtterli, "Extension of finite length signals for sub-band coding," Signal Process., vol. 17, pp.161-168, 1989.
- [6] I. Kharitonenko and X. Zhang, "Point-symmetric signal extension for tile-based image compression, " in Proc. ICASSP 2000, pp.2067-2070.
- [7] I. Daubechies and T. Sweldens, "Factoring wavelet transforms into lifting steps," J. Fourier Anal. Applicat., vol. 4, no. 3, pp.245-267,1998.
- [8] I. Kharitonenko, "Low Complexity SSWT," ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 N1160, 1999.
- [9] C. Valens, "The Fast Lifting Wavelet Transform," 1999.