

가변 벌점함수 유전알고리즘을 이용한 금형가공센터 고속이송체 구조물의 최적설계

최영휴* (창원대 기계설계공학과), 차상민** (창원대 대학원 기계설계공학과), 김태형***,
박보선***, 최원선*** (대우종합기계(주))

Design Optimization of a Rapid Moving Body Structure for a Machining Center Using G.A. with Variable Penalty Function

Y. H. Choi(Dept. of Mech. Design & Manufacturing, CNU), S. M. Cha(Grad. Students, CNU), T. H. Kim,
B. S. Park, and W. S. Choi(DAEWOO H. I. & M. Ltd.)

ABSTRACT

In this paper, a multi-step optimization using a G.A.(Genetic Algorithm) with variable penalty function is introduced to the structural design optimization of a high speed machining center. The design problem, in this case, is to find out the best cross-section shapes and dimensions of structural members which minimize the static compliance, the dynamic compliance, and the weight of the machine structure simultaneously. The first step is the cross-section shape optimization, in which only the section members are selected to survive whose cross-section area have above a critical value. The second step is a static design optimization, in which the static compliance and the weight of the machine structure are minimized under some dimensional constraints and deflection limits. The third step is a dynamic design optimization, where the dynamic compliance and the structure weight are minimized under the same constraints as those of the second step. The proposed design optimization method was successful applied to the machining center structural design optimization. As a result, static and dynamic compliances were reduced to 16% and 53% respectively from the initial design, while the weight of the structure are also reduced slightly.

Key Words :Static compliance (정적 컴플라이언스), Dynamic compliance (동적 컴플라이언스), Optimum design (최적설계), Genetic algorithm (유전알고리즘), High Speed Machining Center (고속금형센터)

1. 서론

산업현장의 생산성 제고와 제품의 품질향상 요구에 부응하기 위하여 근래에 공작기계의 고속· 고정밀화가 가속화되는 추세이다. 그동안 공작기계의 고속화는 대부분 주축의 고속화에 치중하여 왔으나 최근에는 이송계의 고속화를 통하여 비절삭시간을 단축하려는 경향이 두드러지고 있다. 고속· 고정밀화를 위해서는 구조물의 정강성과 동강성을 높이고 이송체의 중량을 줄여야 하는데, 이는 구조설계의 관점에서 보면 서로 상충되는 설계 목표이므로 소위 절충설계 (trade-off design or Pareto design) 과정을 거쳐 적합한 설계를 찾아야만 한다. 그동안 효율적이고 경제적인 최적설계방법에 대한 많은 연구가 이루어졌다[1~3]. 또한 공작기계 구조설계 분야에서는 Yoshimura[4] 등이 생산공정과 재료 선정까지 고려한 다단계 최적설

계 방법을, Weck[5]이 컴퓨터를 이용한 최적화와 강성거동 연구를 하였고, Park[6]은 유전알고리즘을 공작기계 구조 토폴로지 설계 최적화에 적용하였다. 본 연구에서는 금형가공센터 고속 이송체 구조물의 경량· 고강성화 최적설계를 위하여 가변벌점함수 유전 알고리즘을 이용한 다단계 최적설계방법을 제안한다.

2. 구조물의 성능평가 함수

2.1 동적 컴플라이언스

설계문제의 목적함수를 정의하기에 앞서 먼저 유한요소법으로 모델링된 n 자유도계 구조진동계의 운동방정식은 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + ([K] + j\dot{H})(X) = \{F\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$, $[K]$, $[H]$ 는 각각 질량행렬, 강성행렬, 구조감쇠행렬이며, $\{X\}$, $\{F\}$ 는 각각 자유도 벡터와 외력벡터이다. k -점에만 조화가진력이 작용하는 경우, j -점에서의 컴플라이언스 또는 리셉턴스 응답함수의 성분, $|R_{jk}(\omega)|$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |R_{jk}(\omega)| &= \left| \frac{X_j}{F_k}(\omega) \right| \\ &= \left| \sum_{r=1}^n \frac{{}_r\phi_j \cdot {}_r\phi_k}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2)} \right| \quad (2) \\ &= \left| \sum_{r=1}^n \frac{{}_r\phi_j \cdot {}_r\phi_k}{k_r \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 + i\eta_r \right]} \right| \end{aligned}$$

여기서, ω_r 는 r 번째 고유진동수, ${}_r\phi_j$ 는 r 번째 모달벡터(modal vector)의 j -번째 요소이고, m_r 과 k_r 은 각각 모달질량과 모달강성, 그리고 η_r 은 r 번째 모드의 손실계수이다.

위 식(2)의 $R_{jk}(\omega)$ 을 동적 컴플라이언스라 하며, 강성의 역수에 해당된다. $\omega = \omega_r$ 인 공진영역에서는 다른 주파수 성분의 컴플라이언스는 상대적으로 미미하므로 $R_{jk}(\omega)$ 의 r 차 공진응답 또는 피크응답의 크기는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_p(r) = |R_{jk}(\omega_r)| \approx \left| \frac{-i {}_r\phi_j \cdot {}_r\phi_k}{k_r \eta_r} \right| \quad (3)$$

2.2 정적 컴플라이언스

식(2)에서 $\omega=0$ 인 경우를 정적 컴플라이언스, R_{jk}^s 라고 하며 다음과 같이 된다.

$$|R_{jk}^s| = \left| \frac{X_j}{F_k}(\omega=0) \right| = \left| \sum_{r=1}^n \frac{{}_r\phi_j \cdot {}_r\phi_k}{k_r(1+i\eta_r)} \right| \quad (4)$$

2.3 구조물 중량

m 개의 유한요소로 모델링된 구조물의 i -번째 요소가 일정한 단면형상을 가지고, 그 단면적이 A_i , 길이가 L_i , 밀도가 ρ_i 라면 구조물의 총 중량은 다음과 같이 된다.

$$W = \sum_{i=1}^m \rho_i A_i L_i \quad (5)$$

2.4 다목적함수의 단일목적함수 변환

본 연구의 구조설계 최적화 문제는 중량을 최소화시키면서 반대로 정적 및 동적 구조강성 등을 최대

화시키는 문제이다. 구조강성의 역수인 컴플라이언스를 도입함으로써 본 설계문제는 모든 성능함수를 최소화시키는 문제로 단순화시킬 수 있다. 또한 가중치 방법을 사용하여 다목적함수 최소화 문제를 다음 식과 같이 단일목적함수 최적화문제로 변환할 수 있다.

$$\text{minimize } f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^4 W_i \frac{f_i(\mathbf{x})}{f_i^*} \quad (6)$$

$$\text{subject to } g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i=1, 2, \dots, q \quad (7)$$

위에서 $f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \rho_i A_i(\mathbf{x}) L_i$ 은 구조중량,

$f_2(\mathbf{x}) = |R_{jk}^s|$ 은 정적 컴플라이언스,

$f_3(\mathbf{x}) = \sum_{r=1}^n R_p(r)$ 은 동적 피크 컴플라이언스,

$f_4(\mathbf{x}) = \text{area under } |R_{jk}(\omega)|$ 는 운전속도 영역에 걸친 동적 컴플라이언스 값의 적분이고, 이들 목적함수들은 모두 설계변수, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x_1, \dots, x_m)$ 를 내포한 함수(implicit functions)이다. 이들 세부 목적함수는 설계단계별로 따라 약간씩 달라질 수 있다. 그리고 f_i^* 는 각각 i -번째 목적함수에 대한 스케일링 인자이고, W_i 는 $\sum_{i=0}^4 W_i = 1$ 인 가중치이다. $g_i(\mathbf{x})$ 은 i 번 구속함수이다.

3. 가변 벌점함수 유전알고리즘

3.1 가변 벌점함수

본 연구에서는 기존의 정적 벌점함수와 달리 구속조건 위반 회수와 위반 수준을 모두 고려하는 다음 식과 같은 가변 벌점함수를 도입한다.

$$p(\mathbf{x}) = \varepsilon \cdot [c_1 \times p_1(\mathbf{x}) + c_2 \times p_2(\mathbf{x})] \quad (8)$$

$$\text{위에서, } p_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{g_i(\mathbf{x})}{g^*} \right)^2$$

$$p_2(\mathbf{x}) = \delta \frac{1}{\phi^*} \sum_{i=1}^n \phi_i(\mathbf{x})$$

위의 식 (8)에서 $\phi_i(\mathbf{x})$ 는 i 번 구속조건에 대한 벌점으로서 구속함수가 구속조건을 초과하는 개수를 나타내는 값이고, $g_i(\mathbf{x})$ 는 구속조건이 기준을 초과하는 정도 또는 수준을 나타내는 양이며, ε 은 최대화와 최소화를 구분하는 1과 -1을 나타내는 지시 값이다. 그리고 c_1 과 c_2 는 합이 1인 가중치 값이며, g^* 와 ϕ^*

는 각 항목들의 전체 별점함수에 대한 민감도를 정규화하기 위한 스케일인자이다.

3.2 적합도 평가 및 탐색조건

개체의 적합도를 평가하기 위하여 다음 (9)식과 같이, 각 세대별로 개체 집단에 대하여 목적함수 f 는 내림차순(descending order)으로 구속조건 위배 정도 p 는 오름차순(ascending order)으로 순위를 매겨 그것을 합한 값으로 적합도를 정의하였다.

$$fitness = g_1 \times rank(f) + g_2 \times rank(p) \quad (9)$$

여기서 g_1 과 g_2 는 합이 1인 가중치이다.

유전알고리즘의 유전자 조작 및 최적개체 탐색 조건은 Table 1과 같이 정하였다.

Table 1 Parameters for the genetic algorithm

Population size	No. of Generation	Chromosome length	Crossover		Mutation probability
			Probability	Operator	
50	100	30x13	85%	2-point	0.01%

3.4 최적화 프로그램

설계변수의 전역 최적값을 탐색하기 위하여 Fig. 1과 같이 유전 알고리즘을 이용한 최적값 탐색 프로그램을 작성하였다. 개체집단에 대한 이송체 중량과 전체 구조물 중량 및 절대 컴플라이언스 계산은 상용 F.E.M 패키지인 ANSYS (Rev. 5.6)를 사용하였다.

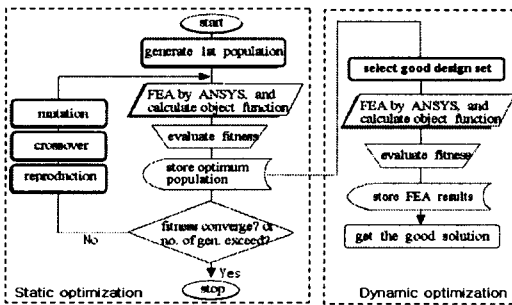


Fig. 1 Flow chart of the optimization program

4. 다단계 최적설계 과정

본 연구의 다단계 최적설계 과정은 3단계로 이루어진다. 제 1단계는 각각의 부재 단면형상 최적화 단계이고, 제 2단계와 3단계는 전체 이송체 구조물의 정적설계 최적화 단계와 동적설계 최적화 단계이다.

4.1 제 1단계 : 슬라이드 단면형상 최적화

Fig. 2는 고속 금형가공센터의 이송계로서 X-, Y-, Z-슬라이드가 결합된 형상을 나타내고 있다. 제 1단계 최적화의 목적함수는 컴플라이언스와 구조물 중량이며, 정적 및 동적 최대변형 한계와 1차 고유진동수 한계, 제거될 수 없는 특별한 단면 등이 제한조건으로 부과된다. Y-슬라이드의 경우, 외곽 단면부재는 제거될 수 없도록 제한하였다. 초기 단면형상의 모든 부재 두께는 20mm로 설정하였다. 최적화 과정에서 임계면적(critical area)보다 작은 값을 가지는 단면 부재는 제거된 것으로 간주한다.

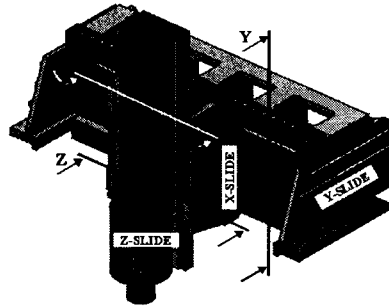


Fig. 2 Rapid moving bodies (slides) of a molding M/C

Fig. 3은 Y-슬라이드의 단면형상 최적설계를 위한 유한요소 모델이다.

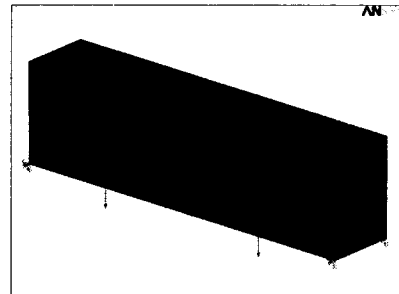


Fig. 3 F.E.M. model of Y-slide for shape optimization

Fig. 4는 Y-슬라이드의 단면형상 설계 최적화 과정에서 초기(0세대) 단면형상에서부터 최종 단면형상까지의 세대별 단면형상을 보여주고 있다.

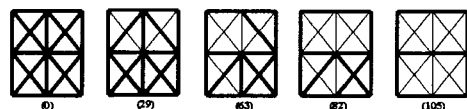


Fig. 4 Cross-section shape - generation history of the

Y-slide from the 1st design step

4.2 제 2단계 : 정적설계 최적화

정적설계 최적화단계의 문제정의는 다음과 같다.

Find $\mathbf{x} (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, z_1, z_2, z_3, z_4)$

to minimize:

$$f = W_1 \frac{f_1}{f_1} + W_2 \frac{f_2}{f_2} + W_3 \frac{f_3}{f_3} + W_4 \frac{f_4}{f_4} \quad (10)$$

Subject to: $0.01(\mu\text{m}/N) \leq f_1 \leq 0.056(\mu\text{m}/N)$

$$140(\text{kg}) \leq f_2 \leq 260(\text{kg})$$

$$300(\text{kg}) \leq f_3 \leq 470.8(\text{kg})$$

$$800(\text{kg}) \leq f_4 \leq 1010.5(\text{kg})$$

and dimensional constraints

정적설계 최적화단계에서는 공구대 절삭점의 정적 절대 컴플라이언스(f_1)와 Z-슬라이드의 중량(f_2), Z-슬라이드와 X-슬라이드 중량의 합계(f_3), 그리고 Z-, X-, 및 Y-슬라이드 중량의 총합계(f_4)를 최소화시키는 것을 목적으로 한다.

$\mathbf{x} (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, y_1, y_2, y_3, y_4, z_1, z_2, z_3, z_4)$ 는 설계 변수로서 X-, Y-, Z-슬라이드의 단면 부재들의 두께이다. Fig. 5에 단면형상 최적화 단계를 거쳐 결정된 각 슬라이드별 최적단면 형상과 2, 3단계 설계최적화 과정에 필요한 설계변수들을 표시하였다.

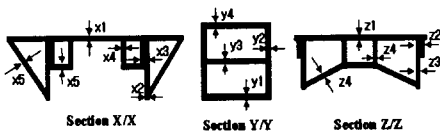


Fig. 5 Optimum cross-section shape of each slide and design variables for the 2nd- and 3rd- design steps

식(9)에서 W_1, W_2, W_3, W_4 는 총합이 1인 가중치이며, f_1, f_2, f_3, f_4 는 스케일 인자(scale factor)이다.

구속조건으로는 각 슬라이드 구조물 중량(f_2, f_3, f_4)의 탐색영역을 제한하였고, 정적 컴플라이언스(f_1)의 탐색영역도 참고문헌[7]에 따라 $0.01\mu\text{m}/N \sim 0.056\mu\text{m}/N$ 으로 제한하였다. 설계변수들의 치수 제한 조건은 설치공간, 가공 및 조립작업 공간, 부재간의 간섭회피 조건 등을 고려하여 다음의 Table 2와 같이 설정하였다.

Table 2. Dimensional Constraints (unit: mm)

slide no.	x-slide parameter	y-slide parameter	z-slide parameter
1	$20 \leq x_1 \leq 38$	$20 \leq y_1 \leq 25$	$17 \leq z_1 \leq 40$
2	$10 \leq x_2 \leq 35$	$12 \leq y_2 \leq 30$	$25 \leq z_2 \leq 50$
3	$10 \leq x_3 \leq 45$	$15 \leq y_3 \leq 24$	$8 \leq z_3 \leq 20$
4	$10 \leq x_4 \leq 20$	$15 \leq y_4 \leq 30$	$5 \leq z_4 \leq 15$
5	$5 \leq x_5 \leq 20$		

4.3 제 3단계 : 동적설계 최적화

동적설계 최적화 단계는 정적설계 구속조건을 만족하는 적합해 집단(feasible solution set) 중에서 동적 컴플라이언스와 구조중량을 최소화시키는 최적해를 구하는 과정이며, 설계문제는 다음과 같이 정의한다.

Minimize:

$$f = W_{d1} \frac{f_{d1}}{f_{d1}} + W_{d2} \frac{f_{d2}}{f_{d2}} + W_{d3} \frac{f_{d3}}{f_{d3}} + W_{d4} \frac{f_{d4}}{f_{d4}} \quad (11)$$

Subjected to: the same constraints as the static case.

여기서, f_{d1} 는 슬라이드별 중량의 합, f_{d2} 는 동적 절대 컴플라이언스 피크(peak) 값들의 합, f_{d3} 는 동적 절대 컴플라이언스의 최대 피크 값, 그리고 f_{d4} 는 동적 절대 컴플라이언스 함수의 면적이다. 그리고 $W_{d1}, W_{d2}, W_{d3}, W_{d4}$ 는 총합이 1인 가중치이며, $f_{d1}, f_{d2}, f_{d3}, f_{d4}$ 는 f_1, f_2, f_3, f_4 는 스케일 인자이다. 일반적으로 동적설계는 정적설계조건을 만족이 전제된 최적화이므로 본 연구에서는 Fig. 6과 같이 정적 최적설계 단계에서 구한 적합해(feasible solution set) 집단 중에서 적합도가 상대적으로 높은 우량해 집단(good solution set)을 선택하고, 그것을 대상으로 동적설계 최적화를 수행하여 최적해를 구하였다.

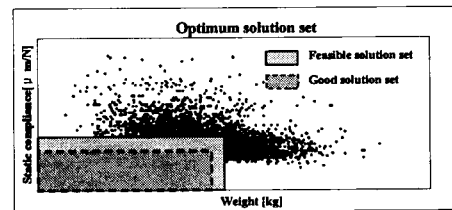


Fig. 6 Good solution set selected from feasible set

Fig. 7은 100세대동안 세대별 적합도 변화를 그래프로 나타낸 것이다.

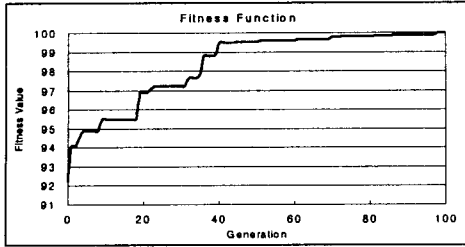


Fig. 7 Generation-fitness history curve

5. 최적설계 결과 및 검토

5.1 설계변수 비교

Table 3에 최적설계 전·후의 설계변수를 비교하였다.

Table 3 Comparison of design parameters [μm]

design parameters	x1	x2	x3	x4	x5	y1	y2	y3	y4	z1	z2	z3	z4
before optimizat'n	25	20	35	15	10	20	15	20	20	19	32	12	10
after static optim.	26	26	34	14	9	22	16	15	18	20	30	10	8
after dynamic optim.	24	28	39	16	8	21	14	18	15	21	28	10	8

대체로 x-슬라이드 부재는 두께가 증가하는 방향으로 y-, z-슬라이드는 두께가 감소하는 방향으로 최적화가 진행되었음을 볼 수 있다.

5.2 중량 및 절대 컴플라이언스 비교

정적 및 동적설계 최적화 이전과 이후의 각 슬라이드별 중량 비교를 Table 4에 나타내었다. Table 4에서 보면, 정적설계 최적화만 수행한 상태에서 전체중량이 약 2.4% 감소하였고, 동적 설계 최적화까지 수행된 경우에는 전체 구조중량이 최초설계에 비해 2.0% 감소하였다.

Table 4 Comparison of the computed weights [kg]

	X-slide	Y-slide	Z-slide	Total
before optimization	152	603	271	1026
after static optimization	155	594	253	1002
after dynamic optimiz.	160	590	256	1006

또한 정적 및 동적설계 최적화 이전과 이후의 정적 및 동적 절대 컴플라이언스 비교 결과를 각각 Table 5와 Table 6에 나타내었다. 여기서 동적 절대 컴플라이언스는 동적 절대 컴플라이언스의 최대 피크 값을 말한다.

Table 5 Comparison of static compliances

	Absolute Static Compliance($\mu\text{m}/\text{N}$)				
	X-dir.	Y-dir.	Z-dir.	ISO-axis	Reference
before optimizat'n	0.010	0.053	0.001	0.031	0.01 ~ 0.056
after static optimize	0.010	0.040	0.003	0.024	
after dynamic optimize	0.011	0.043	0.003	0.026	

Table 6 Comparison of dynamic compliances

	Absolute Dynamic Compliance($\mu\text{m}/\text{N}$)				
	X-dir.	Y-dir.	Z-dir.	ISO-axis	Reference
before optimizat'n	0.020	0.036	0.012	0.380	0.05 ~ 0.2
after static optimize	0.531	1.772	0.221	1.030	
after dynamic optimize	0.177	0.304	0.084	0.177	

Table 5와 Table 6에서 보듯이 정적 컴플라이언스(ISO 방향)는 정적설계 최적화의 경우에 최초설계에 비하여 약 22% 감소되고, 와 동적설계 최적화까지 수행된 경우에는 16% 정도 감소하였다. 그리고 동적 컴플라이언스(ISO 방향)는 정적설계 최적화 이후에는 약 71% 증가하였고, 반면 동적설계 최적화가 수행된 이후에는 약 53%가 감소하였다. 수직형 밀링 기계의 경우 정적 컴플라이언스가 $0.01\mu\text{m}/\text{N} \sim 0.056\mu\text{m}/\text{N}$ 이며, 동적 절대컴플라이언스는 $0.05\mu\text{m}/\text{N} \sim 0.2\mu\text{m}/\text{N}$ 에 분포하고 있으므로^[7] 본 연구의 최적설계 결과는 매우 타당한 것으로 판단된다. 뿐만 아니라 Fig. 8에서 보듯이 동적설계 최적화 된 구조물의 컴플라이언스가 정적설계 최적화 이후 및 최초설계에 비하여 대부분의 주파수 영역에서 더 낮게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

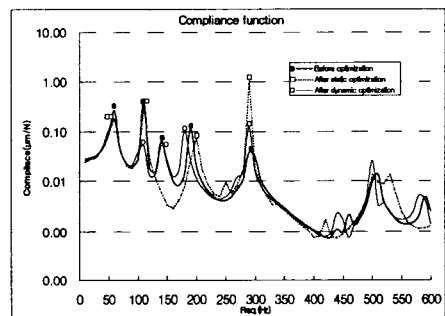


Fig. 8 Comparison of the compliance functions

Fig. 9는 동적설계 최적화 이전과 이후에 이송체 구조물의 성능함수들이 얼마나 변화되었는지를 방사형 그래프로 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 중량과 정적 컴플라이언스, 동적 컴플라이언스(즉, 최대 피크 컴플라이언스) 및 피크 컴플라이언스의 합 등이 모두 감소하였으므로 구조중량은 감소되었음에도 불구하고

고 정강성과 동강성은 향상되었음을 알 수 있다.

참고문헌

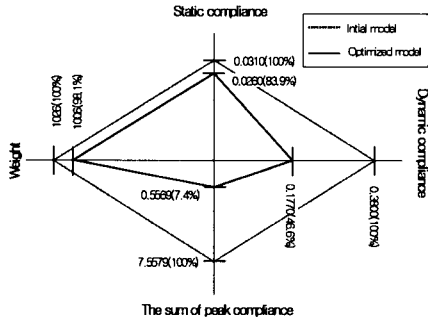


Fig. 9 Comparison of objectives before and after optimization

6. 결론

본 연구에서는 고속 금형센터의 고속 이송체 구조물설계를 최적화하기 위해 가변 벌점함수 유전알고리즘과 결합된 다단계 최적설계 방법을 제안하였다. 구조강성 극대화와 중량 최소화라는 상반된 성질의 목적함수를 최적화하기 위하여 강성의 역수 개념인 컴플라이언스(compliance)를 도입하여 목적함수를 최소화시키는 문제로 만들었으며, 가중방법(weighted method)을 이용하여 다목적 함수를 단일 목적함수로 변환시켰다. 부재 단면형상 최적화 단계와 정적설계 최적화 단계, 및 동적설계 최적화 단계를 순차적으로 수행하는 다단계 최적설계 방법을 고속이송체 구조물의 최적설계에 적용한 결과 최적설계된 구조물의 중량은 초기설계에 비하여 2%이상 감소되었으며 동강성은 50%이상 향상되었다. 또한 최적설계된 금형센터 구조물의 정·동강성이 최근 유럽(독일)에서 생산된 동일 종류의 공작기계 구조강성의 평균치에 가까웠다. 그러므로 본 연구의 설계방법이 매우 타당하고 신뢰할 만 한 것으로 판단된다.

후기

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계 기술연구센터의 지원과 산업자원부의 중기거점과제 일환으로 대우종합기계(주)의 연구비 지원에 의해 수행된 것으로 이에 감사 드립니다.

1. 류연선, 임오강, 박경진, "최적설계입문," 반도출판사, 1994.
2. Z. Michalewicz, "Genetic algorithms, numerical optimization, and constraints," Proceedings of the Sixth international Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kauffman, San Mateo, pp. 151-158, 1995.
3. F. Y. Cheng, DAN Li, "Multi-objective Optimization Design with Pareto Genetic Algorithm," J. of Structural Eng. Vol.123, No. 9, pp.1252~1261, 1997.
4. M. Yoshimura, "Design Optimization of Machine Tool Dynamics Based on an Explanation of Relationships between Characteristics," JSPE, Vol.53, No. 4, pp601~606, 1987.
5. M. Weck, "Computer-Aided Optimization and Metrological Recording of the Stiffness Behavior of Machine Tools," Proc. of 5th IMEC, pp.1~14, 1992.
6. J. K. Park, "유전자 알고리즘을 이용한 공작기계 구조물의 최적도폴로지 설계에 관한 연구," 창원대학교 대학원 공학박사 학위논문, 1996.12.
7. In-Ung Eun, "Development of Static and Dynamic Behavior of Machine Tools in the Period from 1980~1999," 창원대학교 공작기계기술연구센터 세미나자료, 2000.7.
8. Swanson Analysis, "ANSYS User's Manual," Revision 5.5, 1996.
9. David E. Goldberg. "Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning," Addison-Wesley, 1989.
10. 대우종합기계, "금형가공센터 고속 이송체의 최적설계," 창원대학교 공작기계기술연구센터 보고서 자료, 2001.9
11. W. H. Tong and G. R. WH, "An optimization procedure for truss structures with discrete design variables and dynamic constraints," computer & structure, 155-162, 2000
12. K. Deb and A. Kumar, "Real-coded genetic algorithms with simulated binary crossover: studies on multimodal and multi objective problems," Complex Systems 9 (6) 431-454, 1995.