

# 밀링가공시 절삭력의 시뮬레이션에 관한 연구

홍민성(아주대학교 기계공학과)\*, 김종민(아주대학교 기계공학과 대학원)\*\*

## A Study on the Cutting Force Simulation for Ball-end milling Operation

Min-sung. Hong. (Ajou Univ.), Jong-min. Kim. (Mech. Eng. Dept., Ajou Univ)

### Abstract

In metal cutting operation, it is very important that predict cutting force and work surface. Vibration is an unstable cutting phenomenon which is due to the interaction of the dynamics of the chip removal process and the structural dynamics of machine tool. when Vibration occurs, it reduces tool life, results in poor surface roughness and low productivity of the machining process.

In this study, the experiments were conducted in machining center without cutting fluid to investigated phenomenon of the Vibration. In the experiments, accelerometers were set up at the tail stock and tool holder and the signals were picked up. In this paper, surface roughness profiles will be generated under the ideal condition and the occurrence of the vibration based on the surface shaping simulation model.

**Key words:** cutting force, vibration, surface shaping system

### 1. 서론

금속 절삭 가공에서, 절삭력과 가공 표면 예측은 매우 중요한 위치를 차지한다. 절삭력은 절삭속도, 이송속도, 절삭 깊이 등의 가공조건과 공구의 기하학적 형상, 가공물의 재질 등에 영향을 받으며, 정확하지 않은 가공 조건은 절삭력을 크게 변화시켜 공구의 수명을 단축시키고 가공 표면을 악화시킨다. 또한 절삭력의 불규칙한 변화는 공구의 탄성변형, 주축의 런아웃 등을 일으키며, 이러한 오차에 의해 가공 표면의 정밀도는 감소하게 된다. 따라서 절삭력 예측을 통한 가공조건 결정과 공구의 선정은 효율적인 가공과 표면 거칠기 향상을 위해 반드시 필요한 과정이다. 지금까지 절삭력 예측에 관해 많은 연구가 이루어졌다. Shaw는 전단각(shear angle)과 전단면(Shear plane)의 결정을 통해 절삭력을 구하는 방법을 제시하였고,<sup>[1]</sup> 이후 이를 기반으로 한 다양한 방법의 절삭력 예측 알고리즘이 등장하였다. 강력해진 컴퓨터의 연산 능력을 기초로 하여 Hong과 Ehman은 공구의 기하학적 형상과 동역학적 특성이 고려된 가공 시뮬레이션 모델을 제시하였다.<sup>[2]</sup> 이 모델은 절삭날을 작은 세그먼트로 나누고 각 세그먼트에

걸리는 절삭저항을 구하는 방법으로 전체 가공의 절삭력을 구했다. Altintas와 Spence는 CAD 시스템과 Average Force Parameter를 이용한 절삭력 예측 방법을 제시하였다.<sup>[3]</sup> 이 연구에서는 절삭날 요소에 가공물이 걸리는 경우를 몇 가지 Case로 분류하여 절삭력을 예측하였다. Zheng 등은 2차원 절삭과 3차원 절삭 이론 모델을 통해 절삭력을 예측하였는데,<sup>[4]</sup> 작게 나누어진 절삭날 세그먼트 각각을 2차원, 또는 3차원 절삭으로 보고 예측을 수행하였다. Hong과 Ehman은 instantaneous shear angle을 이용한 절삭 시뮬레이션 모델에 관한 연구를 수행하여, 기존의 여러 가지 예측과 비교했을 때 비선형적인 속성들 추가적으로 사용한 모델에 의해 더욱 정확한 결과가 얻어진다는 것을 보였다.<sup>[5]</sup> Engin과 Altintas는 헬리컬 엔드밀과 같은 복잡한 Geometry를 가진 공구들의 절삭날 모델링에 관한 범용 모델을 제시하였다.<sup>[6]</sup> 본 논문에서는 공구의 Geometry에 따른 절삭력의 수학적 모델을 구축하고, 이것을 표면 형상 예측 시스템에 적용하여 다양한 가공 조건을 입력받아 절삭력과 가공 표면 시뮬레이션을 수행한다.

\* 아주대학교 기계공학과 (mshong@ajou.ac.kr)  
주소: 442-749 수원시 팔달구원천동 산5번지  
\*\* 아주대학교 기계공학과 대학원

## 2. 절삭 이론

### 2.1 절삭 모델

절삭해석에 사용되는 Merchant의 2차원 정상상태의 절삭 모델이 Fig. 1에 나타나 있다. 공구는 매우 날카롭다고 가정하고, 소성영역의 중심에 있는 전단면(shear plane) AB와 칩-공구 접촉면은 최대 전단응력과 최대 전단변형을 속도의 방향이라 가정한다.

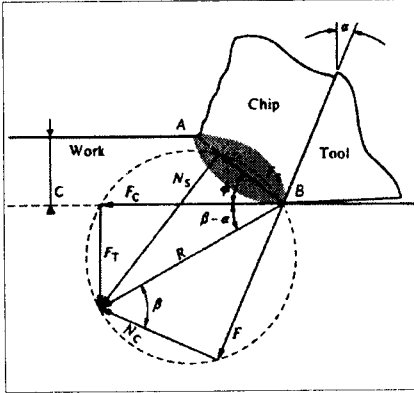


Fig. 1 Orthogonal cutting model diagram

이 모델에서 전단면은  $A_s = \frac{bc}{\sin\phi}$  이고,

전단면에 작용하는 전단응력을  $\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{F_s \sin\phi}{bc}$  로

나타낼 수 있으므로 전단면 AB내에서의 응력은 균일하다고 가정하면 전단면에 작용하는 전단응력( $\tau$ ) 및 압축응력( $\sigma$ )은 다음과 같다.

$$\tau = \frac{(F_c \cos\phi - F_T \sin\phi) \sin\phi}{bc} \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{F_N \sin\phi}{bc} = \frac{(F_c \sin\phi + F_T \sin\phi) \sin\phi}{bc} \quad (2)$$

Fig. 1에 나타나 있는 선도를 이용하여  $F_s$ 를 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$F_s = R \cos(\phi + \beta - \alpha) \quad (3)$$

$$F_c = R \cos(\beta - \alpha) = \frac{F_s \cos(\beta - \alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} \text{ 이고,}$$

Instantaneous Shear Line은  $l = \frac{c}{\sin\phi}$  이므로,

$$F_c = \frac{\tau b l \cos(\beta - \alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (4)$$

이고, 같은 방법으로  $F_T$ 를 구하면 다음과 같다.

$$F_T = \frac{\tau b l \sin(\beta - \alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (5)$$

### 2.2 밀링가공에서의 절삭모델

위의 절에서 구해진 절삭 모델을 밀링 가공에 적용하기 위해서 parameter와 material constant는 단순 절삭 실험 결과값과 공구의 Geometry를 기반으로 계산한다. 볼엔드 밀링가공에서 사용되는 절삭모델을 Fig. 2에 도시하였다.

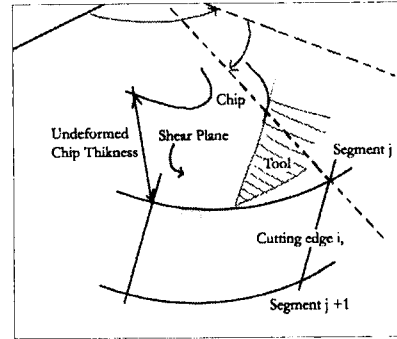
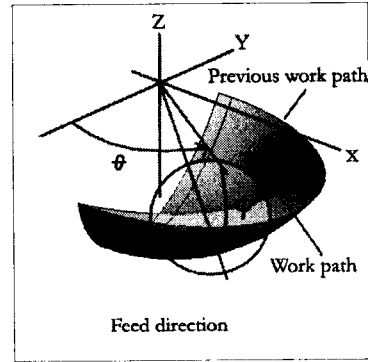


Fig 2 Geometry and cutting force model for Ball end milling cutter

Shaw에 의해 밀링 가공에서 inclination angle과 helix angle은 같다는 것이 밝혀졌다. 본 논문에서 사용되는 볼엔드 밀링의 경우 helix가 없는 반구영역에 대해서만 관찰하므로 각 절삭 세그먼트는 2차원 가공을 한다고 가정할 수 있다. 이때, 전단각  $\phi$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{r_1 \cos\alpha}{1 - r_1 \sin\alpha} \right] \quad (6)$$

여기서  $r_1$ 는 chip thickness ratio로 다음과 같다.

$$r_i = \frac{t}{t_c} \quad (7)$$

여기서  $t$ 는 미변형 칩 두께를 나타내고,  $t_c$ 는 칩 두께이며, 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$tbl = t_c b_c l_c \quad (8)$$

여기서  $l$ 은 가공길이,  $l_c$ 는 칩 길이이므로  $r_i$ 값을 측정할 때 칩 두께보다는 칩 길이를 구하는 것이 더 편하고 정확한 값을 얻을 수 있다. 이 값은 선행된 연구에 의해서 재료에 따른 값이 결정되어 있다.

마찰각  $\beta$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tan\beta = \frac{C\cos\alpha + C\sin\alpha}{C\cos\alpha - \sin\alpha} \quad (9)$$

여기서  $C$ 는  $k_{2C}/k_{2T}$  이다.

많은 이전 연구에서 밝혀졌듯이, 평균 절삭력  $F_c$ 와  $F_T$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$F_C = \frac{\tau A (\cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} + bk_{1C} \quad (10)$$

$$F_T = \frac{\tau A (-\cos\beta\sin\alpha + \sin\beta\cos\alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} + bk_{1T} \quad (11)$$

이 식은 간단하게 표현하면 다음과 같고,

$$F_C = k_{2C}bl + k_{1C}b \quad (12)$$

$$F_T = k_{2T}bl + k_{1T}b \quad (13)$$

$k_{2C}$ ,  $k_{2T}$ 는 다음 식으로 나타내어진다.

$$k_{2C} = \frac{\tau (\cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (14)$$

$$k_{2T} = \frac{\tau (-\cos\beta\sin\alpha + \sin\beta\cos\alpha)}{\cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (15)$$

식 (12)와 (13)의 우변 첫 번째 항은 칩을 변형시키는 에너지이고, 두 번째 항은 칩과 공구 표면의 마찰력을 의미한다.

결국  $k_{2C}$ ,  $k_{2T}$ 는 평균 비절삭 칩 두께에 대한 절삭력의 비율이며 이 값은 절삭 실험을 통해 재료에 따른 값을 구할 수 있다.

식 (6)과 (12), (13)을 통해 구해진 값을 식 (4), (5)에 대입하면 각 세그먼트에 걸리는 절삭력 식을 구할 수 있다.

각 요소에서 구해진 힘  $F_C, F_T$ 는 X, Y, Z축 방향의 분력으로 구해야 한다.  $i$  번째 절삭날에 걸리는 힘은 다음과 같다.

$$F_{\Xi} = \Sigma F_{Cj} \cos\left(\theta_{\Psi_j} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$+ \Sigma F_{Tj} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \psi_{\Psi_j}\right) \cos\left(\theta_{\Psi_j} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (16)$$

$$F_{Zi} = \Sigma F_{Tj} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \psi_{\Psi_j}\right) \quad j: \text{날 세그먼트 번호}$$

비절삭 칩 두께는 이전 가공 경로와 현재 가공 경로로 유도하였다. 높은 표면 조도를 얻거나 가공 정밀도를 높이기 위해서는 빠른 주축 회전과 작은 feed가 요구된다. 회전수에 비해 이송이 아주 낮은 값을 가질 때 각 경로는 반구형에 가까워진다.  $i$ 번째 날 위의  $j$ 번째 세그먼트의 비절삭 칩 두께는 세그먼트 시작점  $P_1$ 에서 공구 중심( $X_0, Y_0, Z_0$ )으로 이어지는 직선과 이전 경로의 원이 만나는 점  $P_2(X_p, Y_p, Z_p)$ 까지의 거리가 되고, 다음과 같이 표현된다.

$$t = r - \sqrt{(X_p - X_C)^2 + (Y_p - Y_C)^2 + (Z_p - Z_C)^2}$$

이 때,  $r$ 은 공구의 반경이고,  $P_2(X_p, Y_p, Z_p)$ 는 각각 다음과 같은 값을 갖는다.

$$X_p = \frac{-B + \sqrt{B^2 - AC}}{A}, \quad Y_p = \frac{b}{a}(X_p - X_0) + Y_0,$$

$$Z_p = \frac{c}{a}(X_p - X_0) + Z_0$$

이 때  $a, b, c$ 는 직선  $\overline{P_1P_2}$ 의 방향벡터의 X축, Y축, Z축 요소이다. 각 값들은 다음과 같은 값을 갖는다.

$$A = \left(\frac{1}{r\cos\theta_{\Psi_j}\cos\psi_{\Psi_j}}\right)^2, \quad B = -\frac{b^2 + c^2}{a^2}X_0 - X_C$$

$$C = \frac{b^2 + c^2}{a^2}X_0^2 + X_C^2 - r^2$$

$$\text{여기서 } a = r\cos\theta_{i,j}\cos\psi_{i,j}, \quad b = r\sin\theta_{i,j}\cos\psi_{i,j},$$

$c = r\sin\psi_{i,j}$  이고,  $X_C$ 는 이전 가공 경로의 공구중심을 말한다.

### 3. 표면 형상 예측 시스템 (Surface Shaping System)

이 시스템은 공작기계의 기구학과 절삭 공구의 기하학 및 가공된 표면의 형상을 예측하기 위한 목적으로, 절삭날 위의 표면 가공점과 공작물과의 상관관계를 나타낸다. 표면 형상 예측 시스템은 절삭공구의 기본운동 뿐만 아니라 가공시 발생하는 공구의 런아웃(runout), 기계의 변형, 진동, 고차원 운동까지도 포함되어 있다. 그러므로, 이 시스템은 제조 공정의 표면 특성 예측을 위한 일반적인 수학적 모델을 제시한다.

### 3.1 표면 형상 예측 시스템의 기구학과 형상학

표면 형상 예측 시스템의 일반적인 형태는 다음과 같이 쓴다.

$$r_0(t, N_p) = B_{0,n}(t, N_p) r_n = \prod_{i=0}^n A_{i-1,i}^i(t, N_p) r_n \quad (17)$$

여기서  $B_{0,n}$ 은 좌표계  $\{S_0\}$  과  $\{S_n\}$  사이의 변환 행렬을 나타내고,  $t$  는 시간, 그리고,  $N_p = \{F_x(t), F_y(t), F_z(t), \omega_s\}$  는 이송 속도와 주축회전 속도를 나타내는 기본적인 가공변수를 나타낸다.

식 (17)에 가공중의 여러 가지 오류항들을 첨가하면 아래와 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} r_0(t, N_p, E_r, E_d, E_v, \dots, H_m) \\ = B_{0,n}(t, N_p, E_r, E_d, E_v, \dots, H_m) r_n \\ = \prod_{i=0}^n A_{i-1,i}^i(t, N_p, E_r, E_d, E_v, \dots, H_m) r_n \quad (18) \end{aligned}$$

여기서,

$E_r = \{r, \beta, \mu\}$ : 공구의 반경, 축, 각도방향의 런-아웃에 의한 에러

$E_d = \{e_{d_x}, e_{d_y}, e_{d_z}\}$ : 탄성변형에 의한 에러

$E_v = \{e_{v_x}, e_{v_y}, e_{v_z}\}$ : 기계진동에 의한 에러

$H_m = \{h_{m_1}(t), h_{m_2}(t), h_{m_3}(t)\}$ : 기계의 기본운동의 외의 고차원 운동

식 (18)에 온도에 의한 영향 등을 추가하면 보다 현실적인 분석이 가능하다. 이것은 새로운 변환 행렬을 정의함으로써 쉽게 만들어질 수 있다. 따라서, 위의 식으로 표현되는 표면 형상 예측 시스템의 일반적인 모델은 간단한 모델뿐만 아니라 보다 실제적인 가공 상태를 분석하는데 쓰여 질 수 있다.

일반적인 공구의 형상을 표면 형상 예측 시스템으로 표현하면 다음과 같다.

$$r_n(w) = [r_x(w) \ r_y(w) \ r_z(w) \ 1]^T \quad (19)$$

여기서,  $w = \{t, N_p, E_r, E_d, E_v, \dots, H_m, P_k\}$

$P_k$ : 절삭날 위의 임의의 점

### 3.2 표면 형상 예측 시스템의 좌표계

절삭공구와 공작물간의 관계를 정의하는 일반적인 공구 경로 식을 생성하기 위해 적절한 좌표계가 필요하다. Fig. 3은 표면 형상 예측 시스템의 기구학을 표현하기 위해 쓰이는 표준적이고 좌표계를 보여준다.

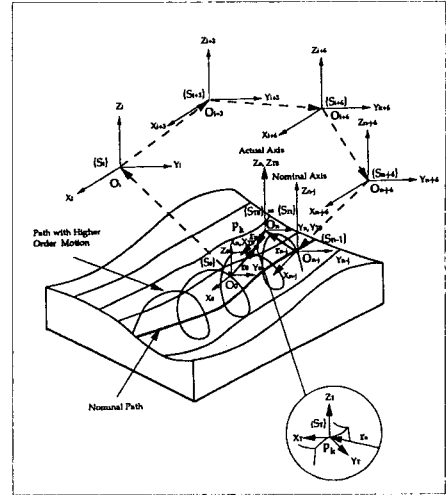


Fig. 3 Coordinate systems and general cutting path of the Surface Shaping System

### 3.3 밀링에서의 표면 형상 예측 시스템

볼 엔드 밀링 가공은 복잡한 형태의 금형가공에 폭넓게 사용되고 있다. 가공면의 조도와 구성요소를 분석하기 위해서 가공공구와 공작물간의 관계를 이해해야 한다. 공구경로식을 유도하기 위해서는 가공과정의 기구학적인 요소와 모든 기하학적인 에러를 각각 표현할 수 있는 기하학적 수치를 필요로 한다. 볼 엔드밀의 기하학적 형상은 날의 개수와 helix angle, helix의 방향, 회전방향 등에 의해 묘사된다. 밀링 가공은  $i$  개의 절삭날이 회전하며 가공하는 것으로 볼 수 있고, 공구의 끝부분은 반구(半球)형으로 볼 수 있다. 본 논문에서는 반구형 부분에 중점을 둔다.

표면 형상 예측 시스템을 위한 볼-엔드 밀링 가공모델을 Fig. 4에 표시했다. 본 연구에서는 진동 이외의 에러 요소들은 무시되었다. 표에 표시된 각 요소는 다음과 같다.

- $F_x, F_y$  : X, Y 방향의 이송속도 (feed)
- $i$  : 날의 개수
- $R_i$  :  $i$ 번째 날의 반구형 부분 반경
- $\Phi_i$  :  $i$ 번째 날이 X축과 이루는 각
- $\Psi_i$  :  $i$ 번째 날의 한 점이 Z축과 이루는 각
- $\omega_s$  : 주축 각속도
- $\theta(t)$  : 주축 각속도에 의한 주축의 회전각

공구의 절삭날과 공작물간의 관계에 의해 표면이 생성되고, 그 과정은 다음과 같다.

1. 절삭날을 일정한 길이로 잘라 여러 개의 세그먼트로 나누어 배열의 형태로 나타내고, 공작물은 격자행렬(grid matrix)의 형태로 만든다.

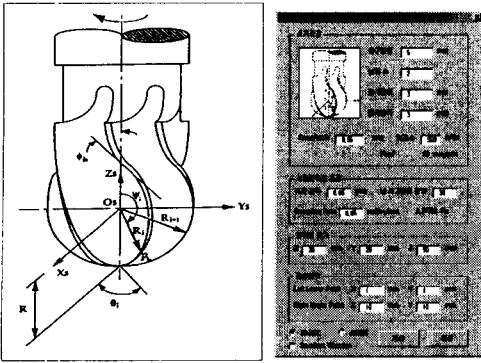


Fig. 4 Geometry of Ball-end mill

2. 시간간격  $t_i, t_{i+1}$  마다 각 절삭날 세그먼트가 지나간 패치의 좌표를 결정하고, 이 패치 안에 있는 공작물 위의 격자점을 확인한다.
3. 격자점을 절삭날이 지나간 시간  $t_p$ 를 계산하고, Linear Interpolation에 의해 절삭된 깊이를 결정한다.
4. 이전 점의 높이보다 현재 계산된 점의 높이가 낮으면 새로 갱신한다.
5. 각 세그먼트의 순간 절삭 조건으로부터 부분 절삭력을 구한다. 이 때 재료에 따른 절삭력 상수가 반영된다.
6. 모든 절삭날 세그먼트에 대해 2-5단계를 반복한다.
7. 5항에서 구한 부분 절삭력을 각 날에 대한 합으로 구하고, X, Y, Z축 방향의 분력을 구한다.
8. 다음 시간 간격으로 계속 실시한다.

#### 4. 시뮬레이션 및 실험 결과

##### 4.1 시뮬레이션 결과

Table. 1 Simulation Factor

절삭조건	Case 1	Case 2
주축회전수(RPM)	300	420
날 당 이송(mm/tooth)	$2.5 \times 10^2$	$3.326 \times 10^2$
이송(mm/min)	15	28
절삭깊이(mm)	3	3
날 수	2	2
절삭간격(mm)	3	4
그리드 간격(mm)	0.1	0.01
Sampling 주기(Hz)	1000	1000
Random Vibration	X	O

두 경우 모두 공작물의 재질은 SM45를 사용하였고, 공구반경이 5mm인 볼엔드밀을 사용하였다. 첫 번째는 이상적인 경우, 두 번째는 진동이 발생할 때 가공 상태를 보여준다.

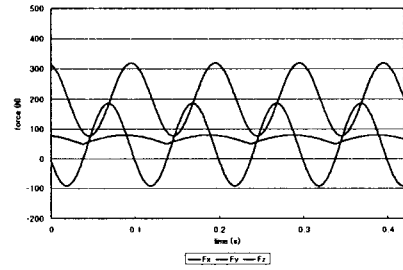


Fig. 5 cutting force - case 1 simulation

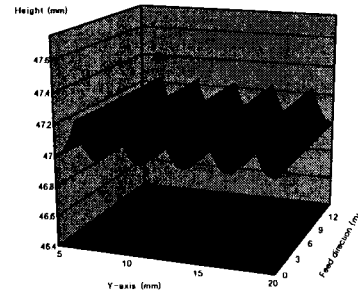


Fig. 6 3D surface - case 1 simulation

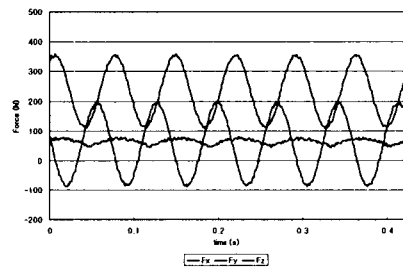


Fig. 7 cutting force - case 2 simulation

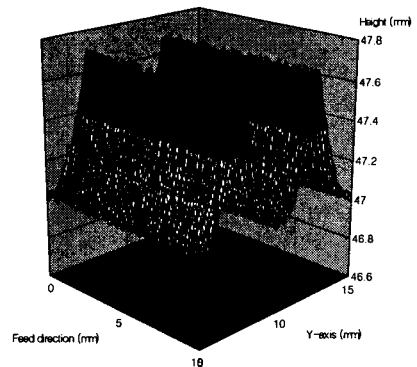


Fig. 8 3D surface - case 2 simulation

## 4.2 실험결과

아래의 실험은 대우 머시닝 센터 ACE-V30으로 공구동력계 KISTLER 9257B를 이용하여 AD board를 통하여 데이터를 획득하였다. (그 외 조건들은 Table. 1과 동일하다.)

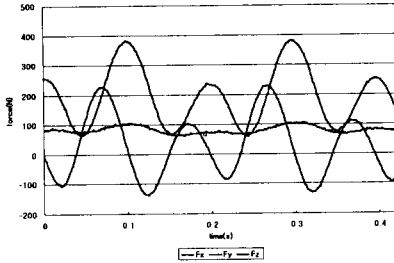


Fig. 9 Cutting Force - Case 1 Experiment

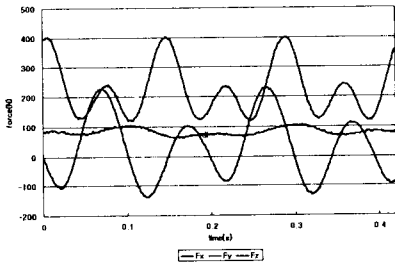


Fig. 10 Cutting Force - Case 2 Experiment

## 4.3 시뮬레이션과 실험 결과 비교 및 고찰

Fig. 5와 Fig. 9를 비교해 보면, 실험치 쪽이 더 높게 나타나는 것을 알 수 있다. 이것은 공구의 날 부분이 완벽하게 예리하지 않거나 손상된 상태이기 때문에 발생하는 오차라고 볼 수 있다. 또한 시뮬레이션에서 볼 엔드밀의 반구 부분의 미세한 Helix를 무시하고 계산을 했기 때문이다. 실제로 측정해 보면 0.5° 정도의 Helix가 있는 것을 확인할 수 있다. chip thickness ratio를 구하기 위해서 이전 연구 결과들의 Data에서 Interpolation을 통해 구하는 과정에서도 오차가 발생한다. 하지만 시뮬레이션 결과는 각 축 방향으로 나타나는 절삭력의 변동과 절삭 속도에 따른 절삭력의 변화를 잘 나타내고 있다. Fig. 6과 Fig. 10을 비교해 보면 표면 형상 예측의 경우 거의 동일한 Scallop Height와 표면 형상을 갖는 것을 알 수 있다. 시뮬레이션에서 추가된 Random Vibration에 의해 결과값은 실험치와 거의 동일한 양상을 갖게 된다.

## 5. 결론

가공시 발생하는 절삭력은 가공 조건에 따라 다양하게 변하고, 절삭력 예측을 통해 효율적인 가공 조건을 선택할 수 있다. 본 논문은 밀링 가공시 표면 형상과 절삭력의 예측에 관한 것이다. 시뮬레이션과 실험 결과를 통해 다음 결론을 얻을 수 있다.

1. 초기에 주어진 공구의 Geometry 정보와 가공 조건을 통해 절삭력을 예측할 수 있음을 확인하였다. 실험 결과는 예측된 절삭력과 동일한 경향성을 갖고 있음을 알 수 있다.
2. 표면 형상 예측 시스템을 이용하여 주어진 가공 조건에 따른 표면 형상을 예측하고 실제 실험 결과와 비교 분석하였다.
3. VBA를 이용한 Windows 기반의 절삭력과 표면 형상 예측 애플리케이션을 개발하였다. 이 애플리케이션을 하나의 모듈로 이용하여 좀더 편리하게 예측 결과를 얻을 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] Milton, C. Shaw, "Metal cutting Principles", Clarendon press, Arizona, PP. 18-46, 1981
- [2] Hong, M. S. and Ehman, "Practical Implementation of Tertiary Cutter Motions for the Improvement of 3-D Sculptured Surface Characteristics in Milling", Transactions of the North American Manufacturing Research Institution of SME, Vol. 18, pp. 222-229, 1990
- [3] Y. Altintas and A. Spence, "End Milling Force Algorithms for CAD Systems", Annals of CIRP, Vol. 40, pp. 31-34, 1991
- [4] H. Q. Zheng, et al, "Theoretical Modeling and Simulation of Cutting Forces in Face Milling with Cutter Runout", International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 39, pp. 2003-2018, 1999
- [5] Hong, M. S. and Ehman, "A Computational Model for end milling Operations", PP. 17-191, 2000
- [6] S. Engin and Y. Altintas, "Mechanics and Dynamics of general Milling cutter", International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 41, pp. 2195-2212, 2001