

고유구조를 이용한 다중출력 시스템의 강인한 관측기 설계

허건수*, 남준철†

Robust Observer Design for Multi-Output Systems using Eigenstructure

Kunsoo Huh*, Joonchul Nam †

Abstract

It was shown that the robustness of deterministic observers with respect to modeling errors, measurement bias and round-off errors can be represented by a single performance index, the condition number of the observer eigenvector matrix. In this paper, a robust observer for multi-output systems is designed using the left eigenstructure assignment, where the observer gain can not be determined uniquely with respect to the desired observer poles. Utilizing the eigenstructure assignment for the robustness of the observer, the desired eigenvector matrix is selected to achieve the observer eigenvector matrix with the small condition number. The performance of the designed robust observer is evaluated in a spindle-drive simulation example where the load speed to be estimated based on the measured signals.

Key Words : Robust Observer, Multi-Output System, Condition Number, Eigenstructure, Sylvester Equation

1. 서론

확정적 상태변수 관측기와 칼만 필터가 소개되어진 후, 관측기의 이론이나 응용분야에 많은 연구가 수행되어왔다. 이러한 관측기들은 제어 시스템이나 기계 감지 시스템에서 상태변수를 추정하는데 사용되어지고 있다. 그러나 일반적으로 사용되는 확정적 관측기들은 시스템

섭동이 있거나 측정오차가 있는 경우 제약을 받게 된다. 왜냐하면 이러한 요인으로 인해 종종 과도상태와 정상상태에서 큰 오차를 일으켜 거짓 정보를 발생시키기 때문이다. 이와 같이 오차를 발생시키는 요인들을 ill-conditioning 요소라고 할 수 있는데, 이러한 요인들로는 초기 추정오차, 라운드 오프 오차, 모델링 오차, 그리고 센싱 편차가 있다. 이러한 단점을 해결하기 위해 플랜트 섭동에 근거한 강인

* 한양대학교 기계공학부 (khuh2@hanyang.ac.kr)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17번지

† 한양대 대학원 정밀기계공학과

한 극점 배치법⁽¹⁾, 고유구조 지정 기법⁽²⁾, 그리고 강인한 PI 관측기⁽³⁾가 설계되기도 하였지만 이러한 관측기는 플랜트 섭동의 경우에만 적용될 수 있다. 따라서 ill-conditioning 요소들을 동시에 고려하기 위해 관측기 설계시 관측기 성능에 크게 영향을 미치는 인자를 찾아내어 그 인자를 조절함으로써 관측기 성능을 개선시킬 수 있다. 선형시스템에서 관측기의 과도상태에서와 정상상태에서 성능을 좌우하는 주요 인자는 관측기 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number와 그 고유벡터 행렬의 L_1 -norm에 근거한 condition number 임이 밝혀졌다. 또한 이러한 인자들은 하나의 주지표로 통합될 수 있어서 관측기 설계시 기준을 마련 할 수 있으며 그 주지표는 관측기 행렬의 고유벡터 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number이다⁽⁴⁾. 따라서 condition number가 작은 값을 갖도록 관측기 계인을 조정함으로써 강인성이 보장되는 관측기를 설계할 수 있다⁽⁵⁾.

단일출력 시스템에서의 관측기 설계는 대체로 극점들에 의하여 추정 성능이 지배를 받는다. 하지만 시스템이 다출력이 되면 응답은 고유값들뿐만 아니라 고유벡터들에 의해서도 영향을 받게 된다⁽⁶⁻⁸⁾. 단일출력 가관측 시스템의 경우 페루프 시스템의 고유값들을 임의의 원하는 위치로 옮길 수 있게 하는 계인 행렬은 유일하게 존재하지만, 다중출력 가관측 시스템의 경우는 계인 행렬이 유일하게 결정되지 않고 일반적으로 무한히 많은 해가 존재하게 되는데 이는 옮기고자 하는 고유값들의 수보다 계인 행렬에 주어지는 자유도가 많기 때문이다. 따라서, 이러한 여유 자유도를 사용하여 관측기의 응답 형태를 원하는 형태로 바꾸기 위해서는 고유값들 뿐만 아니라 고유벡터들도 동시에 원하는 방향을 갖도록 페루프 시스템을 설계하게 된다. 만약 고유벡터의 설정이 제대로 되지 않을 경우 관측기의 성능이 모델링 오차등에 민감하게 저하되는 현상을 갖게 된다. 따라서 고유벡터의 설정이 다중출력 시스템에 대한 강인한 관측기 설계에 있어서 중요한 인자임을 알 수 있다. 강인한 고유구조 지정 기법들은 제어기 설계에 많이 연구되어 왔는데, Kautsky 등⁽⁹⁾과 Mudge 등⁽¹⁰⁾은 고유벡터 행렬이 가능한 well-conditioned 되도록 원하는 극점들에 상응하는 우 고유벡터를 지정하였다. 그리고 Wilson 등⁽¹¹⁾은 Lyapunov 방정식과 고유구조를 이용하여 원하는 고유구조와 획득되는 고유구조 사이의 오차를 최소화하도록 하였다.

본 논문에서는 제어기 설계에 사용된 고유구조 지정 기법들^(8, 12-14)을 이용하여 다중 출력 시스템에 대한 관측기를 설계하였다. 관측기 설계시 초기 추정오차, 라운드오프 오차, 모델링 오차, 센싱 편차 등의 ill-conditioning 요소에 강

인한 관측기를 설계하기 위해 Rew, Junkins, and Juang⁽¹³⁾이 제시한 강인한 고유 벡터 지정 기법을 관측기 설계에 사용하였다. 이 기법은 각각의 고유값들에 대한 열공간의 유니타리 행렬들을 구하여 이들의 집합의 좌 특이 벡터들을 원하는 고유벡터로 사용하여 강인하게 되도록 하는 방법이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 관측기의 고유구조를 정의하고 고유구조 지정 기법을 관측기 설계에 적용하였고, 3장에서 이를 이용한 강인한 관측기를 설계하였다. 4장에서 spindle drive 시스템의 예제를 통해 설계된 관측기의 성능을 검증하였으며, 마지막 5장에서 결론을 맺었다.

2. 고유구조를 이용한 관측기 설계

2.1 관측기의 고유구조 정의

다중출력 시불변 시스템을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 상태변수, $u \in R^m$ 는 입력변수, 그리고 $y \in R^r$ 는 측정변수이다. 그리고 행렬 C는 full row rank이고, 시스템 (C, A)는 관측 가능하다고 가정한다.

관측기는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (2)$$

여기서 L은 관측기 계인 행렬이다.

행렬 A의 고유값과 다르고, 서로 상이한 공액 복소수로 이루어진 고유값들을 $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$ 라고 하자. 그러면 관측기의 고유구조는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} (A - LC)\phi_i &= \lambda_i \phi_i \\ (A - LC)^T \psi_i &= \lambda_i \psi_i \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ϕ_i 와 ψ_i 는 각각 고유값 λ_i 에 대한 우 고유벡터와 좌 고유벡터를 나타낸다.

2.2 관측기의 고유구조 지정

이제 관측기의 계인을 구하기 위하여 다음과 같은 세가지 고유구조 지정 방법을 이용하였다. 이들 방법들은 제어기 설계에 사용된 방법들이지만, 관측기의 설계에 있어서도 이러한 방법을 사용할 수 있다. 그리고 관측기 설계에 사용할 고유구조는 좌 고유구조를 사용한다. 왜냐하면 우 고유구조는 행렬 C가 정방행렬이 아닐 경우 획득된 고유값이 원

하는 고유값과의 일치성이 보장되지 않을 수 있기 때문이다.

2.2.1 좌 고유벡터를 이용한 관측기 설계

이 방법은 설계자가 획득 가능한 열공간에 존재하는 고유 벡터를 원하는 고유벡터 방향으로 최대한 가깝도록 하는 것이다⁽⁸⁾.

식 (3)의 좌 고유구조를 다시 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\psi_i = (A - \lambda_i I)^{-T} C^T L^T \psi_i \quad (4)$$

$$\Rightarrow \psi_i^a = M_i z_i$$

여기서 $M_i = (A - \lambda_i I)^{-T} C^T$ 로 정의하며 획득가능한 고유 벡터(ψ_i^a)가 존재할 수 있는 열공간을 생성한다. 그리고 $z_i = L^T \psi_i$ 라고 정의하고, 원하는 고유벡터(ψ_i^a)와 획득 가능한 고유벡터 사이의 오차를 나타내는 다음의 성능 지표를 최소화하도록 선택한다.

$$J = \|\psi_i^d - \psi_i^a\|^2 = \|\psi_i^d - M_i z_i\|^2 \quad (5)$$

결국 획득된 고유벡터와 선택된 z 를 통해 다음식과 같이 관측기의 계인을 구하게 된다.

$$L = (\Psi^a)^T Z^T \quad (6)$$

여기서 $\Psi^a = [\psi_1^a, \psi_2^a, \dots, \psi_n^a]$, $Z = [z_1, z_2, \dots, z_n]$ 이다.

2.2.2 영공간을 이용한 관측기 설계

이 방법은 획득가능한 영공간을 생성하여 이 영역에 존재 하는 고유벡터를 원하는 고유벡터 방향으로 최대한 가깝도록 한다⁽¹²⁾.

식 (3)의 좌 고유구조는 다음식과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$(\lambda_i I - A^T) \psi_i + C^T L^T \psi_i = 0 \quad (7)$$

위 식으로부터 영공간을 생성할 수 있으며,

$$Q_i \equiv \left[\lambda_i I - A^T \mid C^T \right] \quad N_i \equiv \begin{bmatrix} N_{1i} \\ N_{2i} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 행렬 N_i 의 열들은 행렬 Q_i 의 영공간의 기저를 이룬다. 그리고 N_{ii} 들을 이용해 아래와 같이 ψ_{aug}^a 를 구성 한다.

$$\Psi_{aug}^a = [N_{11}, N_{12}, \dots, N_{1i}, \dots, N_{1n}] \quad (9)$$

다음으로는 성능 지표, $J = \|(\Phi^a)^T \Psi_{aug}^a P - I\|$ 를 최소화 하는 계수 행렬 P 를 구하여, 획득 가능한 고유벡터를 다음식 과 같이 구한다.

$$\Psi^a = \Psi_{aug}^a P \quad (10)$$

따라서 식 (10)의 획득된 고유벡터, N_i , 그리고 계수 행렬을 통해 관측기 계인을 구하게 된다.

$$L = (\Psi^a)^{-T} W^T \quad (11)$$

여기서 $W = N_{2i} P$ 이다.

2.2.3 Sylvester 방정식을 이용한 관측기 설계

좌 고유구조는 다음 식과 같이 매개변수 $h_i = L^T \psi_i$ 를 도입하여 이것으로부터 고유벡터를 결정할 수 있다.

$$(A - \lambda_i I)^T \psi_i = C^T h_i \quad (12)$$

위 식을 행렬로 다시 정리하면, 일반적으로 알려진 Sylvester 방정식의 형태로 나타낼 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$A^T \Psi - \Psi \Lambda = C^T H \quad (13)$$

이 식으로부터 원하는 고유벡터 행렬에 대하여 매개변수 를 구한다. 이를 다시 식 (13)에 대입하여 획득 가능한 고유 벡터 행렬을 얻을 수 있다. 이로써 획득된 고유벡터와 매개 변수를 통해 관측기 계인을 구하면 다음과 같다.

$$L = (\Psi^a)^T H^T \quad (14)$$

여기서 $H = [h_1, h_2, \dots, h_n]$ 이다.

지금까지 고유구조를 이용하여 관측기를 설계하였는데 처음 언급된 두 가지 방법에서 강인성에 가장 크게 영향을 미치는 것이 원하는 고유벡터의 선택에 있음을 알 수 있다. 그리고 마지막 방법은 매개변수를 선정하는 것이 가장 중요한 문제인데 이 매개변수 또한 원하는 고유벡터 지정에 의 해 결정되므로 결국 위에서 언급된 방법들의 강인한 관측기 의 설계를 위해선 원하는 고유벡터 선택의 문제로 귀결된 다. 따라서 다음절에서 강인한 관측기가 설계되도록, 원하는 고유벡터를 설정하는 방법에 대해 살펴보기로 한다.

3. 강인한 관측기를 위한 고유벡터 설정

이 절에선 condition number가 작게 나오도록 관측기 고유벡터를 설정하는 방법을 개발하기 위해 참고 문헌⁽¹³⁻¹⁴⁾에 소개된 방법을 수정하여 적용하였다.

식 (12)를 다음과 같이 정리하여 허용 가능한 고유벡터가 놓일 수 있는 영역을 구한다.

$$\psi_i = (A - \lambda_i I)^{-T} C^T h_i \quad (15)$$

위식에서 알 수 있듯이 허용가능한 고유벡터는 $(A - \lambda_i I)^{-T} C^T$ 의 열공간에 놓이게 된다. 이 영역을 생성할 수 있는 유니터 리 기저 행렬은 다음과 같이 특이값 분해 방법을 이용하여 구할 수 있다.

$$(A - \lambda_i I)^{-T} C^T = [U_{1i} \quad U_{2i}] \begin{bmatrix} \Sigma_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1i}^H \\ V_{2i}^H \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\psi_i^a = U_i h_i$$

여기서 $U_i = U_{1i}$ 로 정의된다.

각각의 고유값에 대해서 구한 유니터리 행렬들의 집합을 $S = [U_1, U_2, \dots, U_n]$ 라고 정의한 후 다시 특이값 분해를 통해 좌 특이 벡터들을 구한다.

$$S = \hat{U} \Sigma V^H \quad (17)$$

이렇게 구한 좌 특이 벡터들이 바로 원하는 고유벡터가 되며 이는 허용 가능한 고유벡터(ψ_i^a)와 최소자승문제로 나타낼 수 있다.

$$\psi_i^d = U_i h_i + e_i \quad (18)$$

허용 가능한 고유벡터는 다음 식과 같이 최소 자승 투영으로서 구할 수 있고,

$$\psi_i^a = U_i U_i^H \psi_i^d \quad (19)$$

식 (18)과 (19)를 통해 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\|e_i\| = \|(I - U_i U_i^H) \psi_i^d\| \quad (20)$$

여기서 $k = \text{index}(i)$ 로써 식 (20)을, 즉 오차를 최소화하도록 정한다. 앞장 2.2.1과 2.2.2절에서 언급된 두 가지 방법에서 식 (17)에서 얻어진 좌 특이 벡터를 원하는 고유벡터로 사용하면 강인한 관측기가 설계된다. 또한 2.2.3절에서 언급된 방법을 적용하기 위해서 위와 같이 구해진 허용 가능한 고유벡터를 이용하여 Sylvester 방정식의 매개변수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$H = (C^T)^* (A^T \Psi^* - \Psi^* \Lambda)$$

4. 예 제

2장과 3장에서 설계된 강인한 관측기의 성능을 검증하고 자 다음의 4th-order spindle drive system⁽⁴⁾에 대해 적용해 보기로 한다. 이 시스템은 관측 가능하며 개루프 고유값들은 $\{-28.006 \pm j2026, -142.11, -384.38\}$ 이다.

관측기 설계에 있어서 상태변수 추정을 위해 요구되는 시간 상수는 0.25로 가정하였다. 그리고 사용된 원하는 고유값들은 $\{-50, -200, -350, -500\}$ 으로 정하였는데 대표극점은 시간 상수를 만족하도록 하였고, 나머지 극점들은 임의로 배치시켰다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -22.5 & 250 & 0 & -2000 \\ -187.5 & -500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -60 & 6000 \\ 250 & 0 & -600 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

먼저, 2장에서 언급되었던 세 가지 방법을 통해 관측기를 설계한 결과가 Table 1에서 보여주고 있는데 처음 두 가지 방법은 같은 결과가 나왔고, 마지막 방법도 거의 같은 크기의 계인이 나왔으며, 계인에 대한 condition number의 크기가 같음을 보여주고 있다. 이는 원하는 고유벡터를 임의로 선택하지 않고 고유값들에 의해 생성되는 영역에 대해 유니터리 행렬을 원하는 고유벡터로 사용했기 때문이다. 그리고 well-condition이기 위한 조건인 작은 condition number도 만족함을 알 수 있다.

다음으로는 Sylvester 방정식을 사용한 세 번째 고유구조 지정 기법에 의한 강인한 관측기와 임의의 고유값과 고유벡터의 지정에 의해 설계될 수 있는 ill-conditioned 관측기들의 추정 성능을 비교해 보기로 한다. 앞서 설계된 condition number가 작게 설계된 강인한 관측기가 관측기 1이고, 임의의 고유벡터 지정에 의해 condition number가 커진 ill-conditioned 관측기가 관측기 2, 그리고 임의의 극점 배치에 의해 condition number가 커진 ill-conditioned 관측기를 관측기 3으로 분류하였다.

관측기 1: 강인한 관측기

$$L = \begin{bmatrix} 177.5 & 250 & -2000 \\ -187.5 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & 6007.3 \\ 250 & 0 & 490 \end{bmatrix} \quad k_2(\Psi) = 2.97$$

Table 1 Result of the three methods' comparison

	Method 1*,2**	Method 3***
L	$\begin{bmatrix} 327.5 & 250 & -2000 \\ -187.5 & -300 & 0 \\ 0 & 0 & 6007.3 \\ 250 & 0 & 490 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 177.5 & 250 & -2000 \\ -187.5 & -150 & 0 \\ 0 & 0 & 6007.3 \\ 250 & 0 & 490 \end{bmatrix}$
$\ L\ _2$	6351.49	6351.04
$k_2(\Psi)$	2.971	2.971

*: 2.2.1절 방법 **: 2.2.2절 방법 ***: 2.2.3절 방법

관측기 2: 임의의 고유벡터 지정에 의한

ill-conditioned 관측기

$$L = \begin{bmatrix} 27.5 & 250 & -2000 \\ -187.5 & -300 & 0 \\ -7088.9 & 3372.6 & 5787.3 \\ 9916.7 & -11144 & 790 \end{bmatrix} \quad k_2(\Psi) = 182.22$$

관측기 3: 임의의 극점 배치에 의한

ill-conditioned 관측기

$$L = \begin{bmatrix} 31.5 & 250 & -2000 \\ -187.5 & -448 & 0 \\ 0 & 0 & 5999.9 \\ 250 & 0 & 46 \end{bmatrix} \quad k_2(\Psi) = 200.03$$

이에 대해 아래의 세 가지 경우(case (a)-(c))에 대한 성능을 비교해 보도록 한다.

Case (a): 모델링 오차가 있는 경우

$$\|\Delta A\|_2 = 30$$

Case (b): 시스템 행렬 A는 정확하지만, 입력 센싱에 +2%의 바이어스 편차가 있는 경우

Case (c): 시스템 행렬 A는 정확하지만, 출력 센싱에 +2%의 바이어스 오차가 있는 경우

상태 변수 추정 오차를 발생시킬 수 있는 세 가지 경우에 대해 Table 2에서 정상상태 오차의 크기를 보여주고 있고, Fig. 1-3에서 그 오차의 형상을 보여주고 있다. 이것으로부터 본 연구에서 제안된 관측기1이 위의 세 가지 경우에 대해 강인함을 알 수 있다.

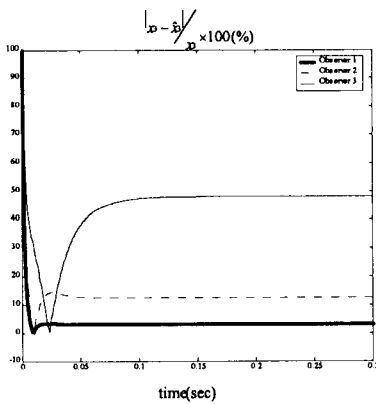


Fig. 1 Relative estimation error of the state x_3 for the case (a)

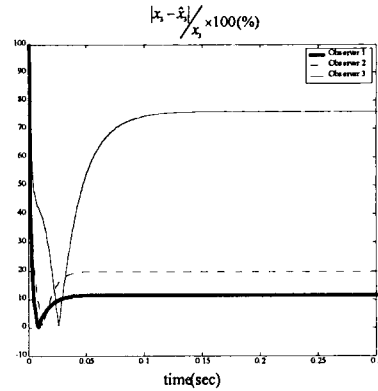


Fig. 2 Relative estimation error of the state x_3 for the case (b)

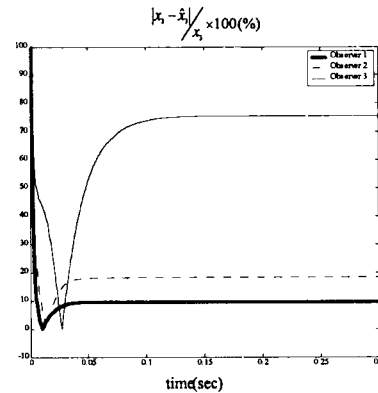


Fig. 3 Relative estimation error of the state x_3 for the case (c)

Table 2 Steady state relative estimation error of x_3

	관측기 1	관측기 2	관측기 3
Case (a)	2.86	12.50	48.08
Case (b)	11.32	19.81	76.18
Case (c)	9.54	18.20	75.70

5. 결론

다중 출력 시스템에 대해 좌 고유구조를 이용한 관측기를 제안하였다. 이러한 관측기에서 강인성을 결정하는 중요 인자는 원하는 고유벡터를 설정하는데 있다. 그래서 특이값 분해 방법을 이용하여 각 고유값들에 대한 유니터리 행렬을 구한 후 이들 집합의 좌 특이 벡터를 원하는 고유벡터로 정하여 최소자승 관점에서 허용 가능한 고유벡터를 구하는 이러한 방식의 강인한 고유벡터 지정 기법을 제안하였다.

설계된 강인한 관측기는 spindle drive 시스템의 예제를 통해 모델링 오차, 입력 센싱 편차, 그리고 출력 센싱 편차와 같은 ill-conditioning 요소들에 강인함을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-041-D00037).

참 고 문 헌

- (1) Bhattacharyya, S. P., 1976, "The Structure of Robust Observers", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 21, pp. 581~588.
- (2) Shen, L. C. and Hsu, P. L., 1998, "Robust Design of Fault Isolation Observers", *Automatica*, Vol. 34, No. 11, pp. 1421~1429.
- (3) Shafai, B. and Carrol, R. L., 1985, "Design of Proportional-Integral Observer for Linear Time-Varying Multivariable Systems", *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 597~599.
- (4) Huh, K., and Stein, J. L., 1994, "A Quantitative Performance Index for Observer-Based Monitoring Systems", *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 116, pp.487~497.
- (5) Huh, K., and Stein, J. L., 1995, "Well-Conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring Systems", *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 592~599.
- (6) Liu, G. P., and Patton, R. J., 1998, *Eigenstructure Assignment for Control System Design*, John Wiley & Sons.
- (7) Choi, J. W. and Seo, Y. B., 2000, "A Survey on Eigenstructure Assignment", *J. of Control, Automation and Systems Engineering*, Vol. 6, No. 10, pp. 854~870.
- (8) Andry, A. N. Jr., Shapiro, E. Y., and Chung, J. C., 1983, "Eigenstructure Assignment for Linear Systems", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 19, No. 5, pp. 711~729.
- (9) Kautsky, J., Nichols, N. K., and Van Dooren, P., 1985, "Robust Pole Assignment in Linear State Feedback", *Int. J. of Control*, Vol. 41, No. 5, pp. 1129~1155.
- (10) Mudge, S. K., and Patton, R. J., 1988, "An Analysis of the Technique of Robust Eigenstructure Assignment with Application to Aircraft Control", *IEE Proc. D*, Vol. 135, pp. 275~281.
- (11) Wilson, R. F., Cloutier, J. R., and Yedavalli, R. K., 1992, "Control Design for Robust Eigenstructure Assignment in Linear Uncertain Systems", *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 12, No. 5, pp. 29~34.
- (12) Choi, J. W., Lee, J. G., Kim, Y., and Kang, T., 1995, "Design fo an Effective Controller via Disturbance Accommodating Left Eigenstructure Assignment", *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 2, pp. 347~354.
- (13) Rew, D. W., Junkins, J. L., and Juang, J. N., 1989, "Robust Eigenstructure Assignment by a Projection Method: Applications Using Multiple Optimization Criteria", *J. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, No. 3, pp. 396~403.
- (14) Junkins, J. L., and Kim, Y., 1993, *Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures*, AIAA