

LMI를 이용한 Well-Conditioned 관측기 설계

허건수*, 정종철⁺

Well-Conditioned Observer Design via LMI

Kunsoo Huh*, Jongchul Jung⁺

Abstract

The well-conditioned observer in a stochastic system is designed so that the observer is less sensitive to the ill-conditioning factors in transient and steady-state observer performance. These factors include not only deterministic issues such as unknown initial estimation error, round-off error, modeling error and sensing bias, but also stochastic issues such as disturbance and sensor noise. In deterministic perspectives, a small value in the L_2 norm condition number of the observer eigenvector matrix guarantees robust estimation performance to the deterministic issues and its upper bound can be minimized by reducing the observer gain and increasing the decay rate. Both deterministic and stochastic issues are considered as a weighted sum with a LMI (Linear Matrix Inequality) formulation. The gain in the well-conditioned observer is optimally chosen by the optimization technique. Simulation examples are given to evaluate the estimation performance of the proposed observer.

Key Words : Condition Number, Eigenvector Matrix(고유벡터 행렬), Observer(관측기), LMI(Linear Matrix Inequality)

1. 서론

기계 감지시스템은 관측기의 성능에 크게 좌우되는데, 그 대표적인 예로 확정적인 시스템에서의 Luenberger 관측기⁽¹⁾와 확률적인 시스템에서의 Kalman 필터⁽²⁾를 들 수 있다. 이러한 관측기들은 ill-conditioning 요소가 존재

할 때 과도상태 혹은 정상상태에서 큰 오차를 일으킬 수 있다. 관측기 성능을 저하시키는 ill-conditioning 요소는 확정적인 관점에서 초기 추정오차, 라운드오프오차, 모델링오차와 센싱편차, 확률적인 관점에서 외란과 센싱잡음으로 분류될 수 있다. 따라서 이러한 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기의 설계가 필요하다.

* 허건수, 한양대학교 기계공학부 (khuh2@hanyang.ac.kr)
주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17

+ 한양대 정밀기계공학과

확정적인 관점에서 이러한 문제를 해결하기 위하여 임의의 플랜트 섭동에 대한 강인한 극점배치기법⁽³⁾, 고유구조 지정 방법⁽⁴⁾에 대한 연구가 진행되었다. 그러나 이러한 방법들은 플랜트 섭동 등의 제한된 ill-conditioning 요소에 대해서만 다루고 있다.

위에서 언급된 확정적인 ill-conditioning 요소를 동시에 다루는 연구가 Huh and Stein^(5,6)에 의해서 진행되었다. 그들은 확정적인 시스템에서 초기 추정오차, 라운드오프오차, 모델링오차와 센싱편차 등의 ill-conditioning 요소에 대한 관측기 성능의 영향을 정량적으로 해석하였고 오차의 상한값을 줄이기 위한 성능지표로서 L_2 -norm에 의한 관측기 고유벡터 행렬의 Condition number를 선정하였다. 또한 이 성능지표를 최소화하는 설계방법에 의해 확정적인 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하였다.

확률적인 ill-conditioning 요소 관점에서 Kalman 필터는 확률적인 ill-conditioning 요소인 가우시안 노이즈에는 강인하지만 모델링오차나 센싱편차 등의 확정적인 ill-conditioning 요소가 존재할 때는 추정성능이 저하된다. 이러한 단점을 극복하기 위해 모델링오차 혹은 센싱편차가 존재하는 시스템에서의 Kalman 필터를 설계하는 연구가 진행되었다. 그 대표적인 예가 mixed H_2/H_∞ 필터^(7,8)와 강인한 Kalman 필터⁽⁹⁾이다. Kalman 필터와 H_∞ 필터의 장점을 조합한 방식이 mixed H_2/H_∞ 필터이며 Bernstein and Haddad⁽⁷⁾에 의해서 제안된 이후로 많은 연구가 진행되었다. 또한 guaranteed cost 관점에서 모델링오차에 대한 추정오차 분산의 상한값을 보장하는 강인한 Kalman 필터에 대한 연구도 진행되어왔다. 그러나 이러한 방법들은 제한된 ill-conditioning 요소에 대해서 다루어지고 있으며 위에서 언급된 모든 ill-conditioning 요소에 대한 강인성을 보장하는 관측기에 대한 연구는 아직 없었다.

본 논문에서는 확정적인 ill-conditioning 요소인 초기 추정오차, 라운드오프오차, 모델링오차와 센싱편차, 그리고 확률적인 ill-conditioning 요소인 외란과 센싱잡음의 모든 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하고자 한다. 이를 위하여 확률적인 ill-conditioning 요소가 존재할 때 추정오차 분산의 상한값을 최소화시키는 관점과 확정적인 ill-conditioning 요소에 대한 영향을 최소화시키는 다음의 두가지 관점에서 고려된다. 첫째, 추정오차의 분산의 상한값을 최소화시키기 위한 설계 요소로서 관측기 게인의 크기와 수렴속도를 제시하였다. 둘째, 확정적인 well-conditioned 관측기의 설계 요소로서 고유벡터 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number를 제시하였

으며 이를 최소화하여 확정적인 ill-conditioning 요소에 대한 강인성을 갖게 하였다. 이를 위해 Howell and Hedrick⁽¹⁰⁾이 제시한 조건과 유사한 최적화 문제를 구성하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 관측기의 설계 요소에 대해 살펴보고 3장에서 관측기의 설계 방법을 제시하였다. 4장에서는 예제를 통하여 설계된 방법을 검증하였고 5장에서 결론을 맺었다.

2. 관측기 설계 요소

2.1 관측기 설계

다음의 시불변 선형 확률시스템을 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + w \\ y &= Cx + v \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 x 는 상태변수, u 는 입력변수, y 는 측정변수이다. w 와 v 는 상호 독립적인 영평균 백색잡음이며 상호분산은 각각 Q 와 R 이다. 시스템 (A, C) 는 검출가능하다고 가정한다. 관측기는 식 (2)와 같이 설계될 수 있다.

$$\dot{x}_f = Ax_f + Bu + L(y - Cx_f) \quad (2)$$

여기서 x_f 는 추정된 상태변수이며 L 은 관측기 게인이다. 식 (1)에서 식 (2)를 빼면 다음의 오차방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{e} = (A - LC)e + w - Lv \quad (3)$$

여기서 $e = x - x_f$ 이다.

2.2 확률적 관점의 설계 요소

확률적 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하기 위해 추정오차의 분산으로부터 그 설계 요소를 찾고자 한다. 정상상태에서의 관측기의 성능을 해석하기 위하여 정상상태 오차의 상호분산 X 를 정의한다.

$$X = E[e(\infty)e(\infty)^T] \quad (4)$$

여기서 E 는 평균을 의미한다. 식 (3)의 오차방정식의 행렬 $A-LC$ 가 안정하게 설계된다면 상호분산 X 는 다음의 Lyapunov 방정식을 만족한다.

$$(A - LC)X + X(A - LC)^T + Q + LRL^T = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 Lyapunov 방정식의 해는 다음의 Controllability grammian이다.

$$X = \int_0^\infty e^{(A-LC)t} (Q + LRL^T) e^{(A-LC)^T t} dt \quad (6)$$

이 해는 정상상태 오차의 상호분산이며 분산은 다음과 같이 유도되는데

$$\text{tr}(X) = \int_0^{\infty} \text{tr} \left(e^{(A-LC)t} (Q + LRL^T) e^{(A-LC)^T t} \right) dt \quad (7)$$

여기서 tr 은 trace이다. 행렬의 trace의 특성, $\text{tr}(ABC) = \text{tr}(BCA) = \text{tr}(CAB)$ 를 이용하면 식 (7)은 식 (8)과 같다.

$$\text{tr}(X) = \text{tr} \left((Q + LRL^T) \int_0^{\infty} e^{(A-LC)^T t} e^{(A-LC)t} dt \right) \quad (8)$$

여기서 다음 식과 같이 적분함수 H 를 정의하면

$$H = \int_0^{\infty} e^{(A-LC)^T t} e^{(A-LC)t} dt \quad (9)$$

식 (9)는 observability gramian의 한 형태이므로 다음의 Lyapunov 방정식으로 표현 가능하다.

$$(A-LC)^T H + H(A-LC) = -I \quad (10)$$

여기서 I 는 단위행렬이다. 식 (10)과 같이 우변에서 단위행렬을 가질 때 Lyapunov 방정식이 최대 수렴속도를 가지므로, 식 (3)의 오차방정식의 수렴속도를 α 라고 정의하면 식 (10)으로부터 다음의 관계식을 유도할 수 있다⁽¹¹⁾.

$$\alpha = \frac{1}{2\lambda_{\max}(H)} \quad (11)$$

식 (9)와 (11)을 이용하면 식 (8)의 정상상태 오차의 분산의 상한값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{tr}(X) &= \text{tr} \left((Q + LRL^T) H \right) \leq \text{tr}(Q + LRL^T) \cdot \lambda_{\max}(H) \\ &= \frac{1}{2\alpha} \cdot [\text{tr}(Q) + \text{tr}(RL^T L)] \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 볼 수 있듯이 정상상태 오차의 분산의 상한값은 L 과 α 의 함수이며, 오차의 분산을 최소화하기 위하여 α 를 최대화하거나 L 의 크기를 최소화하면 된다. 오차의 분산을 최소화시키는 의미와 그 상한값을 최소화시키는 의미가 같지는 않지만 상한값을 최소화시키는 것에 의해 분산의 크기를 보장할 수 있다.

2.3 확정적 관점의 설계 요소

확정적인 ill-conditioning 요소 관점에서 관측기 추정 성능에 대한 ill-conditioning 요소의 영향이 추정오차의 상한값으로 표현될 수 있으며 이 상한값에 근거하여 각각의 ill-conditioning 요소에 대한 영향을 줄이기 위한 성능지표가 제시되었다⁽⁵⁾. 확정적인 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하기 위하여 제시된 성능 주지표는 관측기 행렬의 고유벡터 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number이다⁽⁵⁾.

condition number는 다음과 같이 정의된다.

$$\kappa_2(V) = \|V\|_2 \|V^{-1}\|_2 \quad (13)$$

$$(A-LC)V = VA$$

여기서 V 는 고유벡터 행렬이며 Λ 는 고유값들로 구성된 대각행렬이다.

3. Well-Conditioned 관측기 설계

2장에서 언급된 설계 요소를 바탕으로 확률적인 시스템에서 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하는 방법을 제시하고자 한다. 설계 요소는 다음과 같다.

(1) 관측기 계인의 최소화

(2) 관측기 수렴속도의 최대화

(3) 고유벡터 행렬의 condition number의 최소화

(1)과 (2)의 조건은 추정오차의 분산의 상한값을 최소화 시켜주며 이것은 확률적인 설계 관점이다. (3)은 확정적인 ill-conditioning 요소에 대한 강인성을 보장해주며 이것은 well-conditioned 관측기의 설계 관점이다. 이를 위하여 Lyapunov의 안정성 조건을 바탕으로 한 함수의 최적화 문제를 구성하고자 한다.

3.1 안정성 조건⁽¹⁰⁾

식 (3)의 오차방정식의 안정성을 위한 관측기 계인의 존재의 충분조건은 Lyapunov 안정성 해석을 통해 다음의 LMI 형태로 표현될 수 있다^(10,12).

Theorem 1. 다음 식 (15)를 만족하는 $P > 0$, $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$ 가 존재한다면 식 (3)의 오차방정식을 안정화시키는 계인 L 이 존재하며 식 (16)과 같다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T C & P & -\frac{1}{2} C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{1}{2} C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$L = \frac{1}{2} P^{-1} C^T \quad (16)$$

Proof : 안정성 해석을 위해 식 (17)과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V(t) = e^T(t) P e(t) \quad (17)$$

여기서 $V(t)$ 는 Lyapunov 함수이며 P 는 양한정 대칭 행렬이다. 오차방정식의 안정성을 위한 충분조건은 Lyapunov 함수의 시간에 대한 미분이 음한정함수 조건을 만족해야 한

다. 즉, $\dot{V}(t) < 0$ 을 만족해야 하며 식 (3)을 이용하여 다음을 얻을 수 있다.

$$e^T((A-LC)^T P + P(A-LC))e + w^T P e + e^T P w - v^T L^T P e - e^T P L v < 0 \quad (18)$$

식 (17)과 식 (18)을 만족하는 P 가 존재한다면 식 (3)의 오차방정식은 안정하다. $S=L^T P$ 라 정의하고 식 (18)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$e^T(A^T P + PA - C^T S - S^T C)e + w^T P e + e^T P w - v^T S e - e^T S^T v < 0 \quad (19)$$

식 (19)는 식 (20)의 LMI 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e^T \\ w^T \\ v^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C & P & -S^T \\ P & 0 & 0 \\ -S & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ w \\ v \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

노이즈 w 와 v 의 크기에 대한 제한을 위해 식 (21)을 만족하는 d_1 과 d_2 가 존재한다고 가정한다.

$$w^T w \leq d_1, \quad v^T v \leq d_2 \quad (21)$$

식 (20)과 식 (21)은 S-procedure⁽¹²⁾을 이용하여 다음과 같은 하나의 LMI 형태로 결합될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} e^T \\ w^T \\ v^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T S - S^T C & P & -S^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -S & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ w \\ v \end{bmatrix} < 0$$

여기서 $\tau_1 \geq 0, \tau_2 \geq 0$ 이다. Filsler's lemma^(10,12)를 이용하여 변수 S 를 제거할 수 있다. 만약 변수 P 와 S 가 서로 독립변수라면 변수 S 를 다음과 같이 제거할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - \sigma C^T C & P & -\frac{\sigma}{2} C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{\sigma}{2} C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

식 (22)는 변수 P, τ_1, τ_2 에 대한 LMI 형태이다. 또한 σ 를 1로 일반화시킬 수 있으며, 관측기 계인은 $S=L^T P$ 을 이용하여 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

3.2 계인 크기의 최소화

식 (12)에서 보여지는 것처럼 관측기 계인의 크기를 줄이는 것에 의해 추정오차 분산의 상한값을 줄일 수 있다. Theorem 1에서 알 수 있듯이 관측기 계인은 행렬 P 의 역행렬에 의존하므로 P 의 최소 고유값을 최대화하는 것은 관

측기 계인의 최대 특이값을 줄이는 것과 같은 결과를 가져온다. 따라서 계인의 크기를 최소화하는 문제는 Theorem 2와 같이 P 의 최소 고유값의 최대화 문제로 풀 수 있다^(10,12).

Theorem 2. 식 (23)의 LMI 형태의 구속조건을 만족하는 해가 존재한다면 식 (3)의 오차방정식을 안정화시키고 최소의 크기를 갖는 관측기 계인 L 이 존재한다.

Max t

$$s. t. \quad P = P^T > I, \quad \tau_1, \tau_2 \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T C & P & -\frac{1}{2} C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{1}{2} C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

3.3 수렴속도의 최대화

관측기의 수렴속도는 식 (12)와 같이 추정오차 분산의 상한값과 관련 있으며 수렴속도를 최대화하는 것에 의해 그 상한값을 최소화시킬 수 있다. 수렴속도의 하한값은 다음의 Lyapunov 함수로부터 정의되며

$$\dot{V}(t) \leq -2\alpha V(t) \quad (24)$$

관측기의 수렴속도는 식 (24)를 만족하는 가장 작은 α 로 정의된다. 관측기의 수렴속도를 최대화시키는 문제는 다음 Theorem 3을 통해서 풀 수 있다^(10,12).

Theorem 3. 식 (25)의 해가 존재한다면 식 (3)을 안정화시키고 식 (24)에 의한 최대 수렴속도를 갖게하는 관측기 계인 L 이 존재하며 식 (16)과 같다.

Max α

$$s. t. \quad P = P^T > 0, \quad \alpha > 0, \quad \tau_1, \tau_2 \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T C + 2\alpha P & P & -\frac{1}{2} C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{1}{2} C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

3.4 Condition number의 최소화

관측기 고유벡터 행렬의 L_2 -norm에 근거한 condition number를 최소화하는 문제는 Theorem 4와 같이 식 (3)의 오차방정식의 Lyapunov 안정성에 의한 구속조건을 갖는 고유벡터 행렬의 condition number의 최소화 문제로 구성할 수 있다.

Theorem 4. 식 (26)의 해가 존재한다면 식 (3)의 오차방정식을 안정화시키고 식 (13)의 고유벡터 행렬의 condition number를 최소화시키는 관측기 게인 L 이 존재하며 그 계인은 식 (16)과 같다.

Min $\kappa_2(V)$

s. t. $P = P^T > 0, \tau_1, \tau_2 \geq 0$

$$(A - \frac{1}{2}P^{-1}C^T C)V = V\Lambda$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T C & P & -\frac{1}{2}C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{1}{2}C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

식 (26)는 비선형 nonconvex 문제이다. 따라서 global 최적값이 아닌 local 최적값이 구해진다. 즉, 초기값에 따라 최적값이 다르다. 그러나 일반적으로 최적값들의 크기가 비슷하므로 local 최적값에 의해 well-conditioned 관측기의 설계가 가능하다.

3.5 다목적 함수의 최적화

위에서 언급한 관측기 설계의 다목적함수를 푸는 최적화 문제를 고려하고자 한다. 이를 위해 각각의 목적함수 별로 다른 가중치를 두고자 한다. 또한 식을 간단히 하기 위해서 수렴속도 α 를 고정시켜서 풀고자 한다. 즉, 관측기 게인의 크기를 최소화하는 문제와 condition number를 최소화하는 문제를 결합하여 다음과 같이 다목적함수의 최적화 문제로 다시 구성한다.

Theorem 5. 고정된 α 에 대해 식 (27)의 해가 존재한다면 식 (3)의 오차방정식을 안정화시키고 관측기 게인의 크기와 고유벡터 행렬의 condition number를 동시에 최소화시키는 게인 L 이 존재하며 그 계인은 식 (16)과 같다⁽¹⁰⁾.

Min $\beta\kappa_2(V)/\kappa_2(V)^* - (1-\beta)t/t^*$

s. t. $P = P^T > tI, \tau_1, \tau_2 \geq 0,$

$$(A - \frac{1}{2}P^{-1}C^T C)V = V\Lambda$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA - C^T C + 2\alpha P & P & -\frac{1}{2}C^T \\ P & -\tau_1 \delta_1 I & 0 \\ -\frac{1}{2}C & 0 & -\tau_2 \delta_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

관측기 행렬 $A-LC$ 가 안정하다면 식 (7)의 Lyapunov 함수가 존재하며 따라서 식 (27)의 해도 존재한다. 즉, 시스템 (A, C) 가 검출가능하면 $A-LC$ 를 안정화시키며 Theorem 5를 만족하는 게인 L 이 존재한다.

4. 예 제

본 논문에서 제시하는 well-conditioned 관측기의 성능을 예제를 통해 검증하고자 한다. 3장에서 소개한 설계 방법에 따라 다목적함수의 최적화 문제를 풀 수 있다. 시뮬레이션은 LMITOOL Ver. 2.1⁽¹³⁾을 이용하였다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w$$

$$y = [1 \ 0]x + v$$

여기서 w 와 v 는 white noise이며, 시스템은 관측가능하다. 관측기 게인 L 과 condition number를 최소화시키는 관측기 설계를 위해 식 (33)의 가중치 β 를 0.5로 선택하였다. 또한, 적절한 수렴속도를 위해 $\alpha=2$ 로 설정하였다.

Ill-conditioning 요소에 대한 well-conditioned 관측기의 성능을 평가하기 위해 확정적인 ill-conditioning 요소인 임의의 초기 추정오차와 10%의 모델링오차를 가정하였고, 확률적인 ill-conditioning 요소인 외란과 센싱잡음을 가정하였다.

관측기의 성능 비교를 위해 다음과 같이 3가지의 관측기가 설계되었다. 식 (27)의 최적화 문제에 의해 well-conditioned 관측기(case 1)를 설계하였다. 또한, 임의의 극점배치기법을 통하여 condition number가 큰 ill-conditioned 관측기(case 2)와 관측기 게인이 큰 high-gain 관측기(case 3)를 다음과 같이 설계하였다.

case 1 : $L = [3.0894 \ 3.1018]^T, \kappa_2(V) = 2.67$

case 2 : $L = [3.01 \ -0.99]^T, \kappa_2(V) = 402$

case 3 : $L = [51 \ 47]^T, \kappa_2(V) = 2.48$

각각의 관측기를 Fig. 1에서 비교하였다. High-gain 관측기인 case 3은 확률적인 ill-conditioning 요소인 노이즈에 대해 가장 민감하며 ill-conditioned 관측기인 case 2는 확정적인 ill-conditioning 요소인 초기 추정오차나 모델링오차에 민감한 것을 볼 수 있다. 따라서 case 1인 well-conditioned 관측기가 위에서 언급한 ill-conditioning 요소에 대해 강인함을 알 수 있으며 본 논문에서 제안하는 관측기의 타당성을 확인할 수 있다.

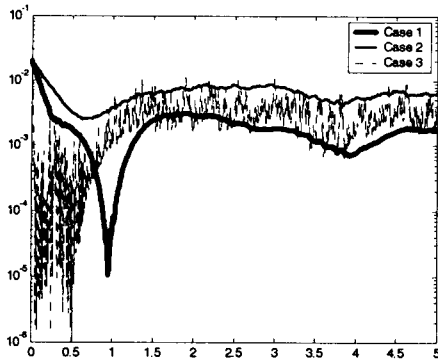


Fig. 1 Comparison of the error variance

5. 결론

확률 선형시스템에서 관측기 성능을 저하시키는 ill-conditioning 요소에 강인한 관측기를 설계하는 방법을 제시하였다. 즉, 확정적인 ill-conditioning 요소인 초기 추정오차, 라운드오프오차, 모델링오차, 센싱편차와 확률적인 ill-conditioning 요소인 외란과 센싱잡음에 강인한 관측기 설계 방법을 제시하였다. 이를 위하여 확률적인 요소 관점에서 관측기 게인의 크기를 최소화시키고 수렴속도를 최대화시키는 설계방법을 제안하였으며 확정적인 관점에서 고유벡터 행렬의 condition number를 최소화하는 설계요소를 제안하였다. 또한 관측기 설계를 위하여 Lyapunov의 안정성 조건에 의한 LMI 형태의 구속조건과 다목적함수를 푸는 최적화 문제를 구성하였다. 결론적으로 본 논문에서 제안된 관측기는 확률적인 시스템에서 여러 ill-conditioning 요소에 대한 강인성을 보장해준다.

후기

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-041-D00037).

참고문헌

- (1) Luenberger, D. G., 1966, "Observers for Multi-variable Systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 11, pp. 190~197.
- (2) Kalman, R. E. and Bucy, R. S., 1961, "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory",

Trans. of the ASME Series D: J. of Basic Engineering, Vol. 83, No. 3, pp. 95~108.

- (3) Bhattacharyya, S. P., 1976, "The Structure of Robust Observers", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 21, pp. 581~588.
- (4) Shen, L. C. and Hsu, P. L., 1988, "Robust Design of Fault Isolation Observers", *Automatica*, Vol. 34, No. 11, pp. 1421~1429.
- (5) Huh, K. and Stein, J. L., 1994, "A Quantitative Performance Index for Observer-Based Monitoring Systems", *Trans. of the ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 116, pp. 487~497.
- (6) Huh, K. and Stein, J. L., 1995, "Well-Conditioned Observer Design for Observer- Based Monitoring Systems", *Trans. of the ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 592~599.
- (7) Bernstein, D. S. and Haddad, W. M., 1989, "Steady-state Kalman Filtering with H_∞ Error Bound", *Systems and Control Letters*, Vol. 12, pp. 9~16.
- (8) Chen, X. and Zhou, K., 2002, " H_∞ Gaussian Filter on Infinite Time Horizon", *IEEE Trans. on Circuit and Systems I*, Vol. 49, No. 5, pp. 674~679.
- (9) Xie, L. and Soh, Y. C., 1994, "Robust Kalman Filtering for Uncertain Systems", *Systems and Control Letters*, Vol. 22, pp. 123~129.
- (10) Howell, A. and Hedrick, J. K., 2002, "Nonlinear Observer Design via Convex Optimization", *Proc. of the American Control Conference*, pp. 2088~2093.
- (11) Slotine, J. J. E. and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Inc.
- (12) Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V., 1994, *Linear Matrix Inequalities in System and Control*, SIAM.
- (13) El Ghaoui, L., Delebeque, F. and Nikoukhah, R., 1999, *LMITool Ver. 2.1*, available via anonymous ftp to ftp.ensta.fr, directory pub/elghaoui/lmitool-2.1.