

마이크로 유전자 알고리즘을 이용한 구조 최적설계

한석영*, 최성만*

Structural Optimization Using Micro-Genetic Algorithm

Seog-Young Han*, Sung-Man Choi*

Abstract

SGA (Single Genetic Algorithm) is a heuristic global optimization method based on the natural characteristics and uses many populations and stochastic rules. Therefore SGA needs many function evaluations and takes much time for convergence. In order to solve the demerits of SGA, μ GA(Micro-Genetic Algorithm) has recently been developed. In this study, μ GA which have small populations and fast convergence rate, was applied to structural optimization with discrete or integer variables such as 3, 10 and 25 bar trusses. The optimized results of μ GA were compared with those of SGA. Solutions of μ GA for structural optimization were very similar or superior to those of SGA, and faster convergence rate was obtained. From the results of examples, it is found that μ GA is a suitable and very efficient optimization algorithm for structural design.

Key Words : Micro-Genetic Algorithm(마이크로 유전자 알고리즘), Structural Optimization(구조최적화), Truss(트러스), Single Genetic Algorithm(일반 유전자 알고리즘), Convergence Rate(수렴속도)

1. 서론

지금까지 수학적 비선형 프로그래밍 알고리즘이 다양한 최적설계 문제에 적용되어왔다. 이들은 도함수를 근거로 탐색하기 때문에 효율적이라 할 수 있으나 설계영역이 불연속인 문제에 대해서는 상당히 부적절하다.

설계영역이 불연속인 문제에 대해 수학적인 기

법은 설계변수를 연속으로 취급한 뒤에 이를 다시 반올림(round-off)이나 버림(truncation)을 통해서 가장 가까운 정수나 이산 값으로 변환시킨다. 이러한 단순한 절차는 종종 근사적인 최적해 혹은 실행 불가능한 해를 만들기도 한다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 Branch-and-Bound 기법⁽¹⁾이 제안되었는데, 이 기법은 최적해를 성립시키는 모든 실행 가능한 이산 및 정수 해들을

* 주저자, 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.k

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 한양대학교

+ 한양대 대학원

열거하고 연속변수로서 가정한 뒤, 구해진 해들을 강제로 열거된 값으로 매핑시키는 기법이다. 그러나 기존의 방법에 비해서 해의 정확성은 우수하지만 많은 하부 최적화 문제를 발생시켜 상당히 비효율적인 방법이다.

Holland⁽²⁾에 의해 이러한 문제들을 해결할 수 있는 유전자 알고리즘이 제안되었다. 이 기법은 종래의 수학적 기법과는 달리 민감도 계산이 필요치 않으며, 설계변수가 이산 또는 정수 변수인 경우에 특히 적합함을 보이고 있다⁽³⁾. Rajeev와 Krishnamoorthy⁽⁴⁾는 유전자 알고리즘이 이산 변수를 가진 구조물의 최적화 문제에 매우 적합함을 증명하였으며, Jenkins⁽⁵⁾는 트러스-보의 지붕 구조물에 대해서 이산변수를 이용하여 최적설계를 수행하였다. 그러나, 일반 유전자 알고리즘은 전역적 최적해(global optimum)를 찾아낼 수는 있으나 전 설계영역에 걸쳐서 각 세대 당 다수의 설계 개체(design population)의 계산을 필요로 하기 때문에 많은 계산량이 요구되는 단점이 있다.

유전자 알고리즘의 많은 개체의 평가로 인한 수렴속도의 효율성을 개선하기 위해 Krishnakumar⁽⁶⁾는 정적함수(stationary function) 계산에 5개의 개체를 사용하고 돌연변이 과정을 생략하여 수렴속도를 향상시킨 마이크로 유전자 알고리즘을 제안하였다. 이 기법은 열전달⁽⁷⁾, 영상처리⁽⁸⁾ 최적설계 문제 등에 적용되었으나 지금까지 이산 변수를 갖는 구조물의 최적설계에 적용되었다는 보고는 아직 없다.

본 연구에서는 일반 유전자 알고리즘의 단점을 보완하기 위해 적은 개체를 이용하여 계산량을 줄이고 빠른 수렴성을 보이는 마이크로 유전자 알고리즘을 3-바, 10-바, 25-바 트러스와 같은 이산변수를 갖는 실제 구조물의 최적설계에 적용하였다. 모든 최적화 문제는 기존의 일반 유전자 알고리즘을 적용한 결과와 비교 검토하고 그 효율성을 확인하였다.

2. 마이크로 유전자 알고리즘(μ GA)

마이크로 유전자 알고리즘은 Goldberg⁽⁹⁾에 의해 기본적 이론이 제시되었고, Krishnakumar⁽⁶⁾에 의해 해가 조기에 수렴되는 것을 피하고 최적해로 빨리 수렴하게 하는 방법이 제안되었다. 다음에 마이크로 유전자 알고리즘을 간단히 설명한다.

마이크로 유전자 알고리즘의 기본적인 흐름도는 Fig. 1과 같다. 위 그림에서 토너먼트 선택

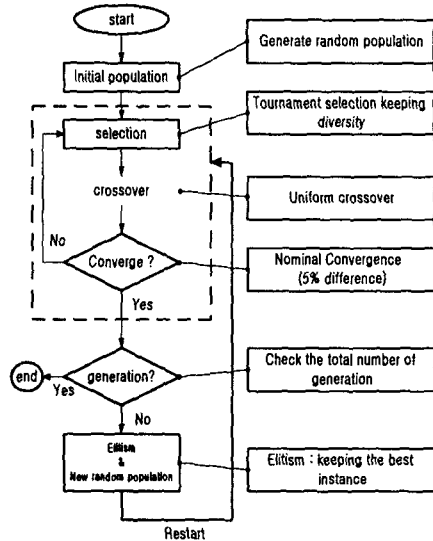


Fig. 1 Flowchart of the micro-genetic algorithms

(tournament selection)은 모집단으로부터 결정된 수의 개체를 무작위로 선택하여 그 중에서 적합도가 높은 개체를 다음 세대로 남기는 과정을 정해진 수의 개체가 선택될 때까지 반복 선택하는 기법이다.

토너먼트 선택을 이용하여 모집단(N개의 개체)에서 무작위로 임의의 일정 개체(보통 2개)를 추출하여 그 중 적합도가 우수한 개체를 1개 선택한다. 다시 모집단에서 같은 방법으로 개체를 추출하여 적합도 순서로 선택한다. 이 과정을 전체 개체 N개가 재구성될 때까지 반복한다. 이때 중복되는 개체도 허용한다.

N개의 개체가 생성되면 교배율 1.0으로 교배하여 새로이 N개의 모집단을 생성한다. 생성된 모집단 중 최적의 적합도를 가지는 개체와 다른 개체들을 비교하여 그 상이함이 5% 오차범위 내에 드는가를 점검하고, 그렇지 않은 경우에는 토너먼트 선택으로 다시 돌아가 선택, 교배하여 5% 오차범위 내에 들어올 때까지 반복한다. 이 단계를 공칭수렴(nominal convergence)이라고 한다.

5% 오차범위 내로 수렴되었다고 판단되면 최적의 적합도를 보이는 1개의 개체는 엘리티즘(elitism)으로 넘어간다.

전체 개체 N개 중 공칭수렴 단계에서 넘어온 1개의 개체를 제외한 (N-1)개의 개체를 다시 무작위로 뽑고 공칭수렴 단계에서 넘어온 최적의 적합도 개체 1개를 합쳐 N개의 모집단을 생성해 준다. 이 과정을 시리얼루프(Serial loop)라 하며 이 과정에서의 무작위 개체(random population)

구성은 일반 유전자 알고리즘의 돌연변이 기능을 대신한다.

시리얼루프 단계에서 생성된 N개의 모집단(공칭수렴 단계에서 넘어온 최적의 적합도 개체 1개와 새로이 무작위하게 발생한 (N-1)개의 개체)은 첫 단계인 토너먼트 선택 단계로 다시 보내져 정해진 기준(예를 들면, 세대수)이 만족될 때까지 반복되어진다.

3. 유전자 알고리즘의 적용례

3.1 3-바 트러스⁽¹⁰⁾

Fig. 2와 같은 3-바 트러스에 대해 각 부재에 생기는 응력을 구속조건으로 하여 구조물의 무게를 경량화 하는 최적설계를 수행하였다. 목적함수 f 와 설계변수 x_i 는 다음과 같이 무차원화 한 식으로 정의하였다.

$$f = \frac{W\sigma_{all}}{P\rho L}, \quad x_i = \frac{A_i\sigma_{all}}{P}, \quad (i=1, 2, 3)$$

여기서, W : 트러스의 무게, σ_{all} : 허용응력, P : 작용하중, ρ :바의 밀도, L : 2번 바의 길이, A_i : 단면적이다.

이 최적설계 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize Weight } f(x) = 2x_1 + x_2 + \sqrt{2}x_3$$

Subject to

$$g_1(x) = 1 - \frac{\sqrt{3}x_2 + 1.932x_3}{1.5x_1x_2 + \sqrt{2}x_2x_3 + 1.319x_1x_3} \geq 0$$

$$g_2(x) = 1 - \frac{0.634x_1 + 2.828x_3}{1.5x_1x_2 + \sqrt{2}x_2x_3 + 1.319x_1x_3} \geq 0$$

$$g_3(x) = 1 - \frac{0.5x_1 - 2x_3}{1.5x_1x_2 + \sqrt{2}x_2x_3 + 1.319x_1x_3} \geq 0$$

$$g_4(x) = 1 + \frac{0.5x_1 - 2x_3}{1.5x_1x_2 + \sqrt{2}x_2x_3 + 1.319x_1x_3} \geq 0$$

$$x_i = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0, 1.2\},$$

$$i = 1, 2, 3$$

주어진 데이터 목록에서 이산변수의 개수는 7개이므로 설계변수의 코드화에 필요한 비트수는 3개이고, 설계변수의 수가 3개이므로 개체의 길이는 $9(3 \times 3)$ 비트가 된다. 코딩된 이진 스트링(binary string)을 실제의 이산변수로 해독(decoding)하기 위해서는 먼저 스트링을 부호 없는 정

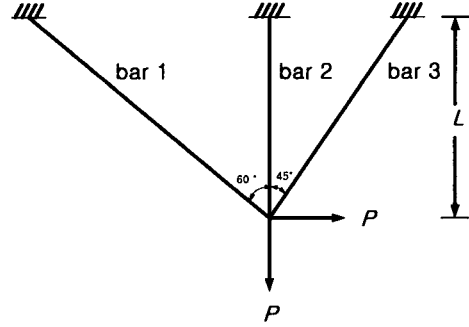


Fig. 2 3-bar truss

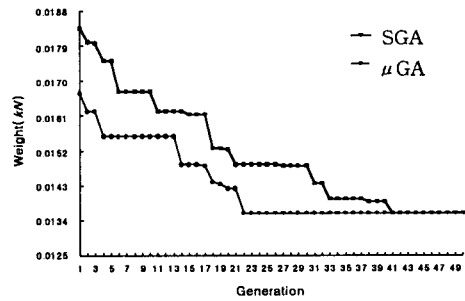


Fig. 3 Graph of the objective's value vs. number of generation for 3-bar truss

수로 변환시키고, 후에 부호 없는 정수를 그에 해당하는 이산변수 값으로 매핑시킨다.

일반 유전자 알고리즘과 마이크로 유전자 알고리즘으로 수행한 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 일반 유전자 알고리즘은 10개의 개체로 수행하였으며, 마이크로 유전자 알고리즘은 5개의 개체로 수행하였다. 일반 유전자 알고리즘과 마이크로 유전자 알고리즘을 수행한 결과는 동일하였으며, 설계변수 x_1, x_2, x_3 의 값은 1.2, 0.5, 0.1, 목적함수의 값은 3.041이었다.

Fig. 3의 결과로부터 마이크로 유전자 알고리즘의 수렴속도가 일반 유전자 알고리즘에 비해 약 2배 정도의 빠름을 알 수 있었다.

3.2 10-바 트러스⁽⁴⁾

Fig. 4와 같은 하중을 받는 10-바 트러스에 대해 설계변수 세트내에 있는 트러스의 단면적을 설계변수로 하여 구조물의 무게를 경량화 하는 최적설계를 수행하였다. $E=68.94 \text{ MPa}$, $\rho=2.77 \text{ Kg/m}^3$, 그리고 $P=0.445 \text{ MN}$ 이었다.

설계변수 세트: $S = \{1.05, 1.16, 1.28, 1.37,$

1.54, 1.69, 1.70, 1.86, 1.89, 1.99, 2.02, 2.18, 2.24, 2.29, 2.34, 2.48, 2.49, 2.50, 2.70, 2.72, 2.90, 2.96, 3.10, 3.21, 3.30, 3.70, 4.66, 5.14, 7.42, 8.71, 8.97, 9.16, 10.0, 10.3, 10.9, 12.1, 12.8, 14.2, 14.8, 17.1, 19.4, 21.6) $\times 10^3 \text{ mm}^2$

이 최적설계 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \text{Weight} = f(x) = \sum_{j=1}^{10} \rho A_j L_j \\ \text{Subject to} \quad & \sigma_j \leq \sigma_a = 0.172 \text{ MPa}, \quad j=1, \dots, 10 \\ & u_1, \dots, u_{10} \leq u_a = 50.8 \text{ mm} \end{aligned}$$

여기서, A_j : 부재의 단면적, L_j : 부재의 길이, ρ : 밀도, σ_j : 부재의 응력, σ_a : 허용응력, u_j : 부재의 변위, u_a : 허용변위이다.

주어진 데이터 목록에서 이산변수의 개수는 42개이므로 설계변수의 코드화에 필요한 비트수는 6개이고, 설계변수의 수가 10개이므로 개체의 길이는 $60(6 \times 10)$ 비트가 된다.

이 문제의 구속조건을 정규화 시키면 다음과 같다.

$$g[j] = \frac{\sigma_j}{\sigma_a} - 1.0 \leq 0.0,$$

$$g[j] = \frac{u_j}{u_a} - 1 \leq 0 \quad j=1, \dots, 10$$

일반 유전자 알고리즘의 개체를 20개로 수행하여 20.09 kN의 중량을 얻을 수 있었으나 보다 나은 최적값을 얻기 위하여 개체를 30개로 늘려보았다. 30개로 수행한 결과 20개의 개체보다 나은 해를 얻을 수 있었다. 마이크로 유전자 알고리즘은 개체를 앞의 일반유전자 알고리즘과 같이 5개와 7개로 수행했을 때 28.93 kN과 27.55 kN로 조기 수렴하여 부적당한 해를 찾았다. 따라서 개체를 증가시켜 10개의 개체를 사용하여 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

두 알고리즘의 결과는 Fig. 5에 비교하였으며, Table 1에 여러 최적 알고리즘에서 구해진 결과와 본 연구에서 구한 결과를 서로 비교하였다. 설계변수를 연속변수로 가정하여 최적화를 수행한 결과는 CONMIN, OPTIDYN, SUMT, RAJEEV, GRP-UI이며 그 나머지는 설계변수를 이산변수로 가정하여 수행한 결과이다.

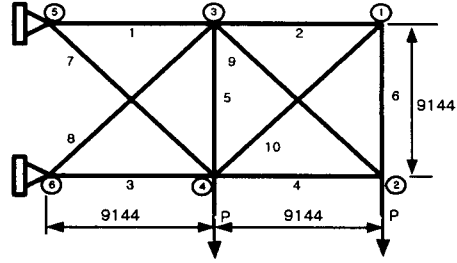


Fig. 4 10-bar truss (unit : mm)

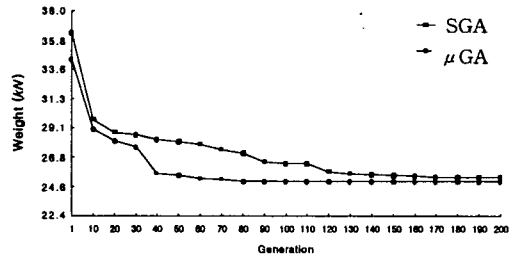


Fig. 5 Graph of the objective's value vs. number of generation for 10-bar truss

Table 1 Comparison of results : 10-bar truss($\times 10^3 \text{ mm}^2$)

Method	W(kN)	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀
SGA	25.19	19.40	1.16	14.80	7.42	1.54	1.89	8.71	14.20	14.20	1.88
μGA	24.89	17.10	1.05	14.20	8.97	1.89	1.16	8.97	14.80	14.80	1.16
CONMIN	24.74	16.26	1.22	16.22	10.21	0.06	1.13	10.80	12.74	13.54	1.82
OPTIDYN	24.34	16.58	1.22	16.11	10.21	0.06	0.06	9.94	13.11	13.38	0.74
SUMT	24.37	19.80	1.53	20.40	7.52	0.06	2.39	14.01	13.48	8.82	2.10
RAJEEV	24.97	21.83	1.04	14.19	10.00	1.04	1.04	9.18	12.84	12.84	1.89
GRP-UI	25.47	15.08	2.69	15.99	9.32	0.06	2.89	11.28	12.43	12.4	3.33

마이크로 유전자 알고리즘에 의한 결과는 설계변수를 연속변수로 가정한 CONMIN, OPTIDYN 보다는 못하지만 SUMT, RAJEEV, GRP-UI에 비해서는 더 우수한 결과를 나타내었다. 또한 30개의 개체를 이용한 SGA의 결과보다도 더 우수한 결과를 나타내었다.

본 예제에서 마이크로 유전자 알고리즘은 기존의 개체 5개보다는 많은 10개를 사용했지만 일반 유전자 알고리즘의 30개 개체의 1/3 정도의 개체로 상당히 정확한 최적해를 구하였다.

3.3 25-바 트러스⁽⁴⁾

Fig. 6과 같은 25-바 트러스에 대해 각 부재의 응력과 변위를 구속조건으로 하여 구조물의 단면적을 설계변수 세트 내에서 선택하여 무게를 경량화 하는 최적설계를 수행하였다. 25-바 트러스의 하중 조건은 Table 2와 같고, 트러스의 면적은 Table 3과 같이 선택하였다. 초기의 기본 데이터는 $E=68.94 \text{ MPa}$, $\rho=2.77 \text{ Kg/m}^3$ 이었다.

설계변수 세트: $S=\{0.06, 0.13, 0.19, 0.26, 0.32, 0.39, 0.45, 0.52, 0.58, 0.65, 0.71, 0.77, 0.84, 0.90, 0.97, 1.03, 1.10, 1.16, 1.23, 1.29, 1.35, 1.42, 1.48, 1.55, 1.61, 1.68, 1.81, 1.94, 2.06, 2.19\} \times 10^3 \text{ mm}^2$

이 최적설계 문제를 정식화 하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize Weight} = f(x) = \sum_{j=1}^{25} \rho A_j L_j$$

Subject to $\sigma_j \leq \sigma_a = 0.28 \text{ MPa}$, $j=1, \dots, 25$
 $u_j \leq u_a = 8.89 \text{ mm}$

여기서 A_j : 부재의 단면적, L_j : 부재의 길이, ρ : 밀도, σ_j : 부재의 응력, σ_a : 허용응력, u_j : 부재의 변위, u_a : 허용변위이다.

주어진 데이터 목록에서 이산변수의 개수는 30개이므로 설계변수가 코드화에 필요한 비트수는 5개이고, 설계변수의 수가 8개이므로 개체의 길이는 $40(5 \times 8)$ 비트가 된다.

일반 유전자 알고리즘은 30개의 개체로 수행하였다. 마이크로 유전자 알고리즘은 개체를 앞의 예제와 같이 5개와 7개로 수행했을 때 2.75 kN와 2.68 kN로 조기 수렴하여 부적당한 해를 찾았다. 앞의 예제와 마찬가지로 개체를 증가시켜 10개의 개체를 사용하여 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

두 알고리즘의 결과는 Fig. 7에 도시하였으며, Table 4에 여러 최적 알고리즘에서 구해진 결과와 본 연구에서 구한 결과를 서로 비교하였다

Table 2 Loading condition of 25-bar truss

Joint	$F_x \text{ (kN)}$	$F_y \text{ (kN)}$	$F_y \text{ (kN)}$
1	4.45	4.45	-4.45
2	0	4.45	-4.45
3	2.23	0	0
6	2.67	0	0

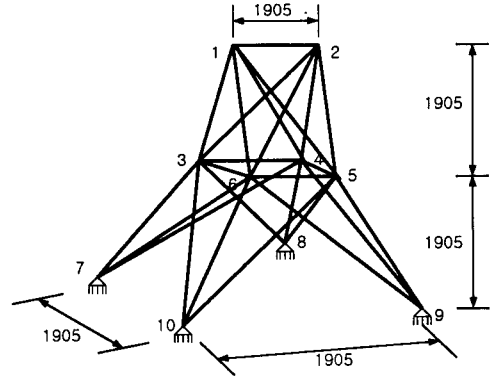


Fig. 6 25-bar truss (unit : mm)

Table 3 Area group of 25-bar truss

Group No.	Member(end joints)
1	1(1,2)
2	2(1,4), 3(2,3), 4(1,5), 5(2,6)
3	6(2,5), 7(2,4), 8(1,3), 9(1,6)
4	10(3,6), 11(4,5)
5	12(3,4), 13(5,6)
6	14(3,10), 15(6,7), 16(4,9), 17(5,8)
7	18(3,8), 19(4,7), 20(6,9), 21(5,10)
8	22(3,7), 23(4,8), 24(5,9), 25(6,10)

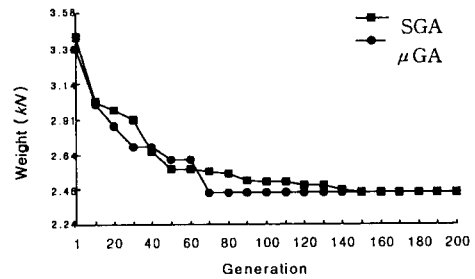


Fig. 7 Graph of the objective's value vs. number of generation for 25-bar truss

마이크로 유전자 알고리즘에 의한 결과는 CARLOS 보다는 못하지만 ZHU, RAJEEV에 비해서는 더 우수한 결과를 나타내었다. 또한 30개의 개체를 이용한 일반 유전자 알고리즘의 결과보다도 더 우수한 결과를 나타내었다.

본 예제에서 마이크로 유전자 알고리즘은 기존 Table 4 Comparison of results : 25-bar truss

($\times 10^3 \text{ mm}^2$)

Method	W(kN)	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈
SGA	2.43	0.06	0.38	0.21	0.06	0.32	0.70	1.35	1.67
μ GA	2.42	0.01	0.70	1.03	0.06	0.12	0.77	1.54	1.93
ZHU	2.51	0.06	1.22	1.67	0.06	0.06	0.51	1.35	1.67
CARLOS	2.40	0.96	0.45	2.19	0.45	0.25	0.45	0.96	2.06
RAJEEV	2.43	0.06	1.16	1.98	0.12	0.06	0.51	1.16	1.93

의 개체 5개보다는 많은 10개를 사용했지만 일반 유전자 알고리즘의 30개 개체의 1/3 정도의 개체로 상당히 정확한 최적해를 찾았다. 따라서 다소 복잡한 구조물의 최적설계에도 적용할 수 있음을 확인하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 마이크로 유전자 알고리즘을 이용하여 트러스 구조물의 경량화를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 마이크로 유전자 알고리즘을 이산변수를 갖는 구조 최적화에 적용한 결과, 단순 유전자 알고리즘에 비해 우수한 최적해를 구하고 효율성이 더욱 우수함을 확인하였다. 따라서 마이크로 유전자 알고리즘이 구조 최적설계에도 적당한 최적화 기법임을 알 수 있었다.
- (2) 마이크로 유전자 알고리즘의 개체는 일반적으로 4~7개를 사용하고 있으나 10-바 또는 25-바 트러스와 같이 복잡한 구조물에 대해서는 대략 일반 유전자 알고리즘에 사용되는 개체의 1/3 정도가 적당함을 알 수 있었다.
- (3) 마이크로 유전자 알고리즘은 개체가 적어 일반 유전자 알고리즘보다 계산량이 적고 수렴속도 면에서 일반 유전자 알고리즘보다 효율성이 우수하였음을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Hajela, P. and Shih, C.J., 1989, "Optimal Design of Laminated Composites Using a Modified Mixed Integer and Discrete Programming Algorithm", *Comp. and Struct.*, Vol. 32, No. 1, pp. 213~221.
- (2) Holland, J.H., 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The Univ. of Michigan Press.
- (3) Lin, C.Y. and Hajela, P., 1992, "Genetic Algorithms in Optimization Problems with

Discrete and Integer Design Variables", *Eng. Opt.*, Vol. 19, pp. 309~327.

- (4) Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C.S., 1992, "Discrete Optimization of Structure Using Genetic Algorithms", *J. of Struct. Eng.*, Vol. 118, No. 5, pp. 1233~1250.
- (5) Jenkins, W.M., 1991, "Toward Structural Optimization via the Genetic Algorithm", *Comp. and Struct.*, Vol. 40, No. 5, pp. 1321~1327.
- (6) Krishnakumar, K., 1989, "Micro-Genetic Algorithms for Stationary and Non-Stationary Function Optimization". In SPIE Proceeding, *Intelligent Control and Adoptive Systems*, pp. 289~296.
- (7) Liu, G.R., Zhou, J.J. and Wang, J.G., 2002, "Coefficient Identification in Electronic System Cooling Simulation Through Genetic Algorithm", *Comp. and Struct.* Vol. 80, pp. 23~30.
- (8) Johnson, E.G. and Abushagur, M.A.G., 1997, "Image Deconvolution Using a Micro Genetic Algorithm", *Optics Communications*, Vol. 140, Issues 1-3, pp. 6~10.
- (9) Goldberg, D.E., 1989, "Sizing Populations for Serial and Parallel Genetic Algorithms", *Proceeding of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 70~79.
- (10) Shin, D.K., Gurdal, Z. and Griffin Jr., O.H., 1990, "A Penalty Approach for Nonlinear Optimization with Discrete Design Variables", *Eng. Opt.*, Vol. 16, pp. 29~42.