

Matrix Pencil Method를 이용한 OFDM의 주파수 추정

차정근^o 강석진 박상백 고진환
 경북대학교 대학원 정보통신학과

cha1210^o@hanmail.net, {time007, back300}@inc.knu.ac.kr, jikoh@ee.knu.ac.kr

Using The Matrix Pencil Method to Frequency Estimate Algorithm of OFDM System

Jungkeun Cha^o Sukjin Kang Sangback Park Jinwhan koh
 Dept. of Information & Communication ,Kyungpook National University

요 약

OFDM 전송방식에 있어서 중요한 주파수 오프셋 추정을 하는데 있어서 기존의 FFT 방법이 가지고 있는 문제점을 보완하는 알고리즘이 많이 연구되고 있다. FFT의 정수배 오프셋외에 소수배 오프셋이 생겼을때 제대로 추정해 낼 수 없는 점을 보완하는 High resolutional technical 알고리즘을 보면 MVDR, MUSIC, root MUSIC, PISARENCO 등이 있다. 본 논문에서는 이러한 알고리즘 중에 MPM(Matrix Pencil Method)를 이용하여 FFT의 문제점을 보완하고 오프셋 추정을 시뮬레이션 해 보았다.

1. 서 론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplex)은 무선 광대역 통신의 대역확산과 전송속도 향상, 전송간섭을 방지하기 위한 차세대 디지털 변조 기술이다. 즉, 멀티 캐리어 전송방식의 일종이며 고속 데이터 전송률을 보장하면서 복조기가 자신의 것이 아닌 주파수를 배제하는 기술인 직교성을 제공한다. 그러나 OFDM은 주파수 오프셋(frequency offset)과 시간동기 오프셋(Time synchronization offset), 위상 잡음(Phase noise)에 보다 민감한 단점을 가진다.[1]

OFDM 송신 단에서 보낸 신호를 정확히 수신하기 위해서 수신 단에서는 반송파 주파수 동기화 및 시간 동기 오프셋의 정확함이 절실히 요구된다.

주파수 동기는 수신 단의 RF 발진 주파수를 송신 단의 주파수와 정확히 일치시키기 위해 추정 복원하는 일련의 과정이고, 시간 동기는 정확한 신호의 병렬 처리를 위한 FFT 윈도우 구간을 정확하게 찾기 위한 과정과 수신 신호 중에 신호 대 잡음비가 최대한 곳을 샘플링하기 위하여 표본화 위치를 정확하게 찾아내는 과정을 말한다.[2]

이러한 동기의 상실은 OFDM의 직교성을 잃게 하여 OFDM 시스템의 동기화를 불가능하게 한다. 하지만 FFT 알고리즘을 사용하여 주파수 오프셋을 추정할 결과에서는 빠른 변복조 처리가 가능한 반면 오차 복원에 한계를 보이고 있어 보다 정확한 기술이 필요하다.

그래서 우리는 새로운 파라미터 추정 기술인 Matrix Pencil Method(MPM)를 이용해 주파수 동기화 및 시간 동기를 추정하고자 다음과 같이 제안한다.

이것은 샘플데이터 잡음(sample data noise)에 강하고 변화가 적으며 계산이 능률적이다.

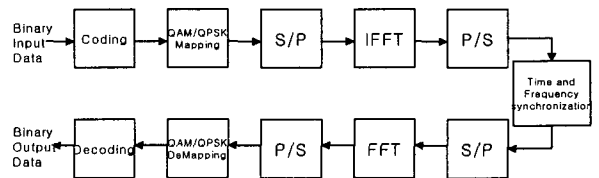
본 논문에서는 다음과 같은 구성을 가진다.

OFDM의 시스템 모델은 2장에서 보여주고, 3장에서는 기준 동기알고리즘의 문제점을 알아보고, 4장에서는 MPM을

이용해서 주파수와 시간주기를 이끌어내는 과정을 보여주며, 5장에서는 FFT한 후의 동기결과와 MPM을 이용한 동기결과를 비교하여 보여준 후, 마지막 6장에서 결론을 맺을 것이다.

2. OFDM 시스템 모델

OFDM의 블록도는 [그림 1]과 같다.



[그림 1]

송신단에서 binary data를 받아서 QAM/QPSK 신호로 Mapping한 후, IFFT를 이용한 변조를 수행하고, 출력된 N개의 데이터를 샘플로 구성하여 OFDM 심볼을 차례로 전송한다.

수신단에서는 FFT를 수행하고 QAM/QPSK 신호를 Demapping 하여 원래의 신호로 복원한다.

IFFT를 통한 N개의 부반송파를 사용하는 OFDM의 기저 대역신호 $x_{j,n}$ 은 식(1)과 같다.

$$x_{j,n} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_{j,k} e^{j2\pi km} \quad (1)$$

여기서 $X_{j,k}$ 는 j번째 심볼의 k번째 부반송파에 대한 복소 변조값이고 n은 샘플 시간이다.

간접 방식을 위한 G개의 샘플과 N개의 샘플의 유효 데이터로 구성된 OFDM의 전송 심벌은 식(2)와 같다.

$$s_{j,n} = \sum_{n=-G}^{N-1} x_{j,n}$$

$$= \sum_{n=-G}^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_{j,k} e^{j2\pi k(N+n)/N} + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_{j,k} e^{j2\pi kn/N} \quad (2)$$

수신되는 OFDM 신호 $r_{j,n}$ 은 식(3)과 같다.

$$r_{j,n} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_{j,k} H_k e^{j\left(2\pi k\left(\frac{n}{N} + \frac{T_d}{T_u} + \frac{\Delta t_i}{T_u}\right) + \phi_0 + 2\pi\Delta f T_{sym}\right)}$$

$$+ n(jT_{sym} + nT_s) \quad (3)$$

T_d 는 FFT 윈도우 옵셋, Δt_i 는 j 번째 OFDM 심볼의 첫 샘플에서의 샘플링 타이밍 옵셋이고, ϕ_0 는 송수신기의 RF 반송파간의 위상 옵셋, Δf 는 주파수 옵셋, $n(t)$ 는 복소 AWGN(additive white Gaussian noise)이며, T_s 는 샘플링 구간, T_{sym} OFDM 샘플구간, T_u 는 유효 데이터 구간, H_k 는 k 번째 부반송파의 채널 특성을 나타낸다.

FFT에서 출력된 j 번째 부반송파의 수신 복소 값을 나타내면 식(4)와 같다.

$$y_{j,k} = X_{j,k} H_k e^{j\left(2\pi k\left(\frac{T_d}{T_u} + \frac{\Delta t_i}{T_u}\right) + \phi_0 + 2\pi\Delta f T_{sym}\right)} + I_k + N_k \quad (4)$$

I_k 는 ICI(inter-carrier interference)를 나타내고, N_k 는 부반송파의 잡음성분이다.

3. OFDM 동기 알고리즘과 문제점

OFDM 시스템의 동기 알고리즘은 데이터 신호의 평균 전력 보다 크고 미리 알고 있는 Pilot 심볼을 전송함으로써 그 시작 점을 찾는 방법을 사용하고 있다. 하지만 주파수 옵셋이 발생할 경우 추가적으로 FFT 윈도우 위치 옵셋이 발생하며 수신기가 정확한 OFDM 심볼의 시작 지점을 추정하지 못할 경우에는 정확한 유효 데이터 구간의 시작점과 수신기가 추정한 유효 데이터의 시작점과의 차이로 위상회전이 발생 하여 정확한 추정이 어렵게 된다.[3]

FFT를 사용하는 기존 방식으로는 소수배의 주파수옵셋이 발생할 경우 정확한 추정이 어렵게 된다.

4. Matrix Pencil Method

Matrix Pencil Method(이하 MPM)은 일정하게 공간에 분포된 데이터 흐름을 복소지수의 합을 이용하여 찾는 방법이다.

샘플 신호 $x(kT_s)$ 은 (식5)와 같이 복소 지수의 합으로 모델링 된다.

$$x(kT_s) = \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i kT_s} = \sum_{i=1}^M R_i Z_i^k \quad (5)$$

여기서 R_i 는 복소 진폭, $s_i = -\alpha_i + j\omega_i$, α_i 는 댐핑 요소, $e^{s_i T_s} = z_i$ 이다.

여기서 찾아야 할 요소는 M, R_i, z_i 이다.

N 개의 샘플데이터를 가정하면 매트릭스 $[Y_1]$ 과 $[Y_2]$ 는 식(6)과 같다.

$$[Y_1] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M R_i & \sum_{i=1}^M R_i Z_i & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{L-1} \\ \sum_{i=1}^M R_i Z_i & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-L-1} & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-L} & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-2} \end{bmatrix}_{(N-L) \times L}$$

$$[Y_2] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M R_i Z_i & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^L \\ \sum_{i=1}^M R_i Z_i^2 & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^3 & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-L} & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-L+1} & \dots & \sum_{i=1}^M R_i Z_i^{N-1} \end{bmatrix}_{(N-L) \times L}$$

여기서 L 은 Pencil parameter이고 L 은 $N/3$ 에서 $N/2$ 사이의 효과적인 잡음여과로 선택된다.[4]

얼마나 많은 주파수 성분이 신호에 존재하는지 알 수 없으므로 M 은 기준을 두고 결정하고 M 을 넘어서는 singular value는 0으로 처리한다.[4][5]

$$[Y_1] = [Z_1][R][Z_2]$$

$$[Y_2] = [Z_1][R][Z_0][Z_2] \quad (7)$$

$$[Z_1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ Z_1 & Z_2 & \dots & Z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_1^{(N-L-1)} & Z_2^{(N-L-1)} & \dots & Z_M^{(N-L-1)} \end{bmatrix}_{(N-L) \times M}$$

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 & \dots & Z_1^{L-1} \\ 1 & Z_2 & \dots & Z_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Z_M & \dots & Z_M^{L-1} \end{bmatrix}_{M \times L}$$

$$[Z_0] = \text{diag}[Z_1, Z_2, \dots, Z_M]$$

$$[R] = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_M] \quad (8)$$

Matrix Pencil을 고려하면,

$$[Y_2] - \lambda[Y_1] = [Z_1][R]\{[Z_0] - \lambda[I]\}[Z_2] \quad (9)$$

$\lambda = Z_i$ 에서 일반적인 고유값문제를 푸는 것과 같이 접근해보면,

$$[Y_2] - \lambda[Y_1] \quad (10)$$

$$\{[Y_1]^+ [Y_2]\} - \lambda[I] \quad (11)$$

여기서 $[Y_1]^+$ 는 $[Y_1]$ 의 Moor-Penrode pseudoinverse이며 다시 정의 하면,

$$[Y_1^*] = \{[Y_1]^H [Y_1]\}^{-1} [Y_1]^H \quad (12)$$

$\lambda = Z_i$ 는 알았고 R_i 는 least square 문제로부터 풀면,

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ Z_1 & Z_1 & \dots & Z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_1^{N-1} & Z_2^{N-1} & \dots & Z_M^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{bmatrix} \quad (13)$$

주파수 성분은 식(14)와 같이 계산된다.

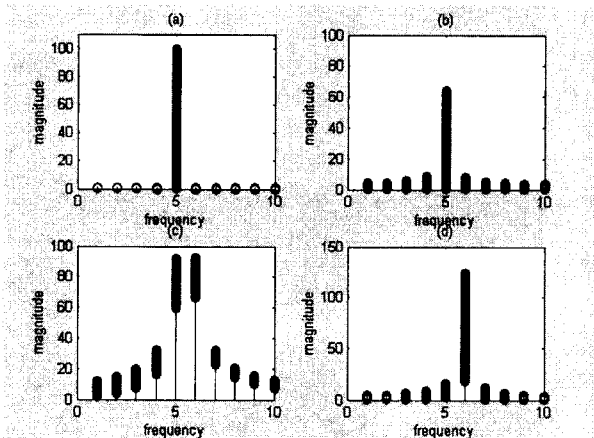
$$\omega_i = \text{Im}[\ln(Z_i)] \quad (14)$$

진폭 A_i 와 w_i 의 값은 식(15)와 같이 추정된다.[6]

$$A_i e^{jw_i} = R_i e^{-\alpha + jw_i}$$

$$A_i = R_i [-R_c(Z_i)] \quad (15)$$

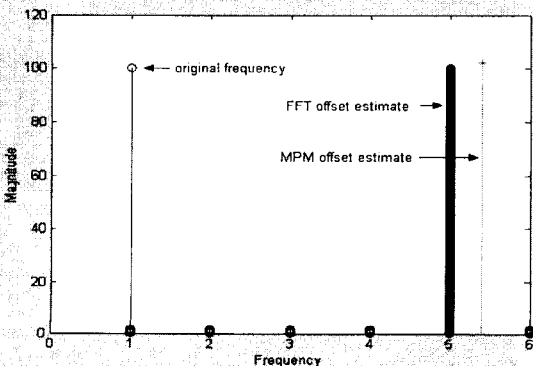
5. 모의 실험



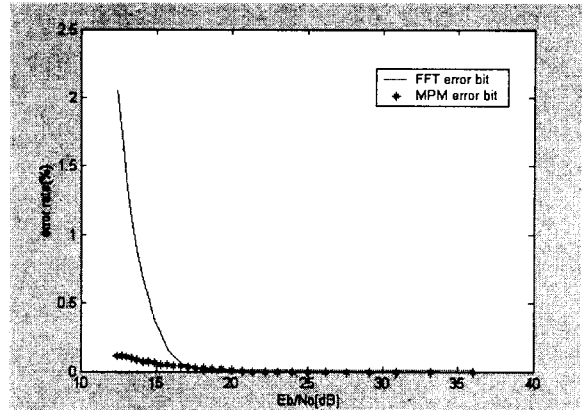
[그림 2] FFT 소수배 오프셋별 주파수 추정

[그림 2]는 주파수 5에서 소수배 오프셋별 추정값을 나타낸 것이다. (a)는 소수배 오프셋이 없을 경우 (b)는 0.1에서 0.4까지의 오프셋이 발생할 경우 (c)에서 0.5일 경우 (d)는 0.6에서 0.9까지의 경우를 나타낸다.

이처럼 FFT 주파수 측정은 소수배 오프셋에서 정확한 추정이 어렵다는걸 보여준다.



[그림 3] FFT 주파수 오프셋 추정과 MPM의 비교



[그림 4] FFT 오프셋 추정후 에러와 MPM에러의 비교

[그림 3]에서는 주파수 오프셋이 4.4만큼 발생했을때 FFT 오프셋 추정과 MPM을 이용하여 오프셋 추정하였을때를 비교 하였으며, [그림 4]는 이러한 FFT의 오프셋 추정 오차를 보일때 E_b/N_0 에 따른 비트에러 수를 백분율로 나타내었다.

6. 결론

본 논문에서 제안한 MPM을 이용한 알고리즘을 통해 모의 실험한 결과 소수배 주파수 오프셋 추정에 있어 FFT를 이용하는 것 보다 정확한 추정값을 얻을 수 있었다.

참고 문헌

- [1] BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise *Pollet, T.; Vanladel, M.; Moeneclaey, M.* Communications, IEEE Transactions on , Volume: 43 Issue: 2 Part: 3 , Feb.-March-April 1995
- [2] OFDM 시스템에서 간략화 된 심볼주기 추정 알고리즘, 박소라, 이민수, 정영호. jcci-2001
- [3] A frequency and timing period acquisition technique for OFDM systems *Nogami, H.; Nagashima, T.* Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1995. PIMRC'95. Wireless: Merging onto the Information Superhighway., Sixth IEEE International Symposium on , Volume: 3, 1995 Page(s): 1010
- [4] Y.Hua T.K.Sarker, "Matrix pencil and system poles," signal processing, 21, 2, October 1990, pp.195-198
- [5] Y.Hua T.K.Sarker, "Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise," IEEE Transactions on Acoustics, speech and signal processing ASSP -38 , 5 , May , 1990 , PP 814-824
- [6] Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials *Tapan K. Sarker and Odilon pereira.* IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol.37, NO1, February 1995
- [7] OFDM for wireless multimedia communications *RICHARD VAN NEE, RAMJEE PRASAD.* Artech House, Incorporated January 2000.