

가변강성 및 가변감쇠 조절장치를 이용한 구조물의 지진응답제어

Seismic Response Control of Structures Using Variable Stiffness and Variable Damping Devices

고현무* 옥승용** 우지영*** 박관순****
Koh, Hyun-Moo Ok, Seung-Yong Woo, Ji Young Park, Kwan-Soon

ABSTRACT

Hybrid semi-active control system is applied to improve the seismic performance of the building structure against earthquake excitation and the LQR-based semi-active control algorithm is developed to tune the integrated stiffness/damping characteristics of the hybrid system complementarily. Numerical simulation for a 8-story shear building has been carried out to verify the applicability and effectiveness of the proposed method. Analysis results showed that the hybrid system can be a compromising solution to the seismic response control problem, compared with conventional variable stiffness or variable damping systems. Comparison results proved that the proposed algorithm can perform refined tuning of the stiffness and damping coefficients of the hybrid semi-active control system better than sliding mode control algorithm.

1. 서론

최근 1990년 초반 이후로 한국에서도 다양한 구조제어시스템에 대하여 수많은 연구가 수행되었고, 모형실험이나 실구조물에 다수 적용되어 그 성능을 검증받은 바 있다(Koh et al.⁽¹⁾). 이 중에서도 준능동 제어시스템은 수동 및 능동 제어시스템이 갖는 장점을 유지하면서 각 시스템의 단점을 보완할 수 있도록 고안되었다. 준능동 제어시스템은 수동 제어시스템 형태의 강성 및 감쇠장치, 구조물의 응답을 측정하는 센서(sensor), 그리고 센서로 검출된 신호로부터 제어시스템의 강성 및 감쇠를 변화시킬 수 있는 소용량 조절장치 및 제어용량을 결정하는 제어기(controller)로 구성된다. 이러한 준능동 제어시스템은 크게 가변강성 시스템(Variable Stiffness System; VS)과 가변감쇠

* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부, 교수
** 서울대학교 지구환경시스템공학부, 박사과정
*** 서울대학교 지구환경시스템공학부, 석사
**** 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부, BK계약교수

시스템(Variable Damping System; VD)의 2가지 형태로 빌딩 및 교량구조물에 효과적으로 적용된 바 있다(Kobori⁽²⁾, Niwa⁽³⁾, Patten et al.⁽⁴⁾).

기존의 준능동 제어 시스템은 강성과 감쇠 중 한 가지 성분만을 조절함으로써 제어 성능에 있어서 한계점을 갖는다. 즉, 가변강성 시스템은 구조물의 횡 방향 변위를 제어하는 데 있어서는 매우 효과적인데 반해 바닥 층의 절대가속도 응답이 증가하는 한계점을 가지고(Yang et al.⁽⁵⁾), 가변감쇠 시스템은 고유 주파수가 높은 구조물(Rigid Structures)에 대하여 수동형 제어 시스템과 유사한 제어 효과를 보이는 한계점을 가진다(Singh and Matheu⁽⁶⁾).

이 연구에서는 각 시스템의 단점을 상호 보완하기 위해 강성 및 감쇠비를 동시에 변화시킬 수 있는 복합 형태의 준능동 제어시스템(Variable Stiffness and Damping System; VSD)을 제안하고, 제어성능을 향상시킬 수 있는 준능동 제어알고리즘을 제시한다.

제시된 복합형 준능동 시스템 및 제어알고리즘의 적용성 및 효율성을 검증하기 위한 예제로 빌딩 구조물에 대한 수치해석을 수행하였다. 예제를 통한 결과에서는 기존의 가변강성만 사용한 준능동 시스템, 그리고 가변감쇠만 사용한 준능동 시스템과 제안한 복합형 제어시스템의 제어성능들을 비교 검증하였으며, 알고리즘의 효율성을 위하여 기존 준능동 제어알고리즘인 Sliding Mode 알고리즘과 응답감소효과를 비교하였다.

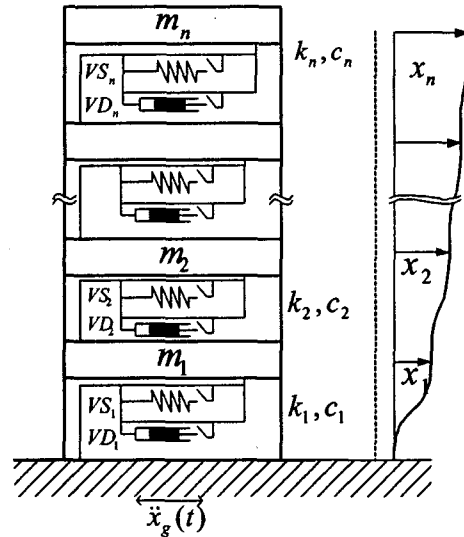


그림 1. 준능동 제어시스템이 장착된 구조계

2. 준능동 제어기법

2.1 상태공간방정식(State-Space Equation)

그림 1과 같이, 지진 하중을 받는 n 자유도 구조계에 가변강성 및 가변감쇠 조절장치가 장착되어 있는 시스템의 운동방정식은 식 (1)과 같은 2차 상미분방정식으로 표현할 수 있다.

$$M\ddot{x}(t) + [C + C_v]\dot{x}(t) + [K + K_v]x(t) = -Mr\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

여기서, x, \dot{x}, \ddot{x} 는 지반에 대한 시스템의 상대 변위, 속도, 가속도 벡터이고, M, C, K 는 $[n \times n]$ 크기를 갖는 구조물의 질량, 감쇠, 강성 행렬, r 은 $[n \times 1]$ 크기의 외부하중에 대한 영향 벡터, \ddot{x}_g 는 입력 지반 가속도, K_v, C_v 는 제어시스템의 강성 및 감쇠행렬로서 m_{sa} 개 층에 장치가 장착된 경우, 각 설치위치에 따라 전체 자유도 n 으로 변환된 $[n \times n]$ 크기의 행렬이다.

변위 및 속도를 상태변수 $z = [x \ \dot{x}]^T$ 로 정의할 때, 식 (1)은 식 (2)와 같은 1차 미분형태의 상태공간 방정식으로 변환된다.

$$\dot{z}(t) = Az(t) + A_v z(t) + B_u \ddot{x}_g(t) = Az(t) + B_u u(t) + B_w \ddot{x}_g(t) \quad (2)$$

여기서, $A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$ 으로 표현되는 시스템행렬이고, $A_v = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M^{-1}K_v & -M^{-1}C_v \end{bmatrix}$, $B_u = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ M^{-1} \end{bmatrix}$ 는 제어행렬, $B_w = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ -r \end{bmatrix}$ 는 외란벡터, $u(t) = -[K_v \ C_v] \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}$ 으로 표현되는 제어력을 나타낸다.

2.2 LQR에 기반을 둔 준능동 제어기법(LQR-based Semi-Active Control Technique)

준능동 제어시스템은 강성과 감쇠성분을 조절함으로써 제어성능을 발휘하게 되는데, 적용 시에는 실용성의 목적을 위하여 bi-state(on-off) 형식으로 다수 적용되고 있다. 따라서 기존 준능동 제어시스템의 제어력은 표 1의 (1)열과 (2)열에서 표시된 2가지의 강성 및 감쇠 값으로 매 순간 결정된다. 한편, 이 연구에서는 기존의 가변강성 시스템과 가변감쇠 시스템에 내재된 한계점을 개선시키고자 두 시스템을 동시에 적용할 수 있는 제어명령을 결정하고자 하였다. 그러므로 제어하고자 하는 매 순간 장치의 조절 방법은 표 1의 (3)과 같이 4가지 유형으로 결정될 수 있다.

표 1. 준능동 제어시스템별 제어력 결정

유형별	(1) 가변강성 시스템	(2) 가변감쇠 시스템	(3) 복합형 시스템
제어력 ($u(t)$)	$u(t) = k_{sa} \cdot x(t)$ $k_{sa} = \begin{cases} k_{\max} \\ k_{\min} \end{cases}$	$u(t) = c_{sa} \cdot \dot{x}(t)$ $c_{sa} = \begin{cases} c_{\max} \\ c_{\min} \end{cases}$	$u(t) = k_{sa} \cdot x(t) + c_{sa} \cdot \dot{x}(t)$ $(k_{sa} \oplus c_{sa}) = \begin{cases} k_{\max} \wedge c_{\max} \\ k_{\max} \wedge c_{\min} \\ k_{\min} \wedge c_{\max} \\ k_{\min} \wedge c_{\min} \end{cases}$

기존의 준능동 제어알고리즘은 기본적으로 능동 제어이론으로부터 개발되었다. 대표적인 준능동 제어알고리즘으로 Yang et al.⁽⁵⁾에 의하여 제안된 Sliding Mode 준능동 제어알고리즘을 들 수 있는데, 이 방법도 역시 Utkin⁽⁷⁾이 제안한 Sliding Mode 능동 제어알고리즘에 기반을 두어 개발되었다. Sliding Mode 준능동 제어알고리즘은 표 1의 (1)~(2)열에서의 최대 강성(감쇠) 및 최소 강성(감쇠)을 일정한 조건식에 따라 결정할 수 있도록 제시되어, 준능동 시스템을 실용적인 bi-state 형식으로 간단하게 구현할 수 있는 장점을 갖는다.

한편, 복합형 시스템은 표 1의 (3)열에서 볼 수 있듯이, 변위에 비례하는 강성과 속도에 비례하는 감쇠를 통하여 제어력을 구현하게 된다. 가장 널리 적용되고 있는 능동 제어알고리즘인 LQR제어기법이 이처럼 변위 및 속도로 이루어진 상태변수에 비례하는 방식으로 제어력을 결정하는 유사점이 있다. 따라서 이 연구에서는 제시하는 복합형 준능동 제어시스템에 적용하기 위한 능동형 선형제어기로 식 (3)과 같이 정의되는 성능지수를 최소화하는 LQR제어기법(Kirk⁽⁸⁾)을 이용하여 설계하였다.

$$J = \int_0^{\infty} [z(t)^T Q z(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (3)$$

여기서, Q , R 은 상충하는 제어성능과 제어력을 적정수준 내에서 조절하는 가중치 행렬로서, 제어기의 설계 시, 결정되어야 하는 설계변수이다.

최적 제어기의 설계는 상태공간방정식(식 (2))을 제한조건으로 갖는 성능지수(식 (3))를 최소화 하는 최적화문제로 구성된다. 이에 대한 최적해, 즉 최적 제어력은 식 (4)로 표현되는 Riccati 방정식의 해인 P 행렬로부터 식 (5)에 의하여 계산된다.

$$0 = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q \quad (4)$$

$$u(t) = -R^{-1}B^T Pz(t) \quad (5)$$

강성과 감쇠의 결정은 식 (5)에서 결정된 최적 능동 제어력과 표 (1)의 3열에서 제시된 4가지 경우의 제어력을 비교하여 가장 유사한 경우를 조건식으로 판별하여 결정하게 된다(그림 2).

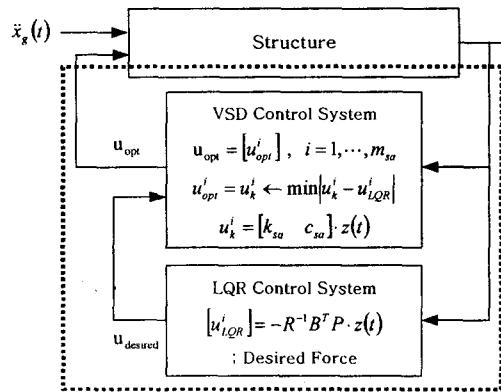


그림 2. LQR-based 준능동 제어시스템의 개념도

표 2. 입력 지진기록

Earthquakes	PGA (g)	Closest distance to fault rupture (km)	Soil type
El Centro	0.229	145 (far field)	Soft soil
Mexico	0.194	400 (far field)	Soft soil
Kobe	0.227	14 (near field)	Soft soil
Gebze	0.310	7.74 (near field)	Rock
Northridge	0.164	37 (near field)	Rock

3. 수치 예

수치 예로는 모든 층에 가변강성 및 가변감쇠 시스템이 설치되어 있는 8층 빌딩 구조물을 고려하였다. 질량 및 강성은 각각 1037 ton, 680 MN/m로 1차 모드 고유주파수는 0.75Hz이고, 감쇠계수는 745 kN · s/m로 전 층에 동일하다. 가변 시스템은 on-off 두 가지 상태로 작동하며, 외부지진 입력으로는 표 2에 제시된 5개의 지진기록을 사용하였다(Kurata et al.⁽⁹⁾).

3.1 복합형 준능동 제어시스템 성능

- 가변강성 시스템, 가변감쇠 시스템, 복합형 시스템의 제어기 설계

세 가지 준능동 제어시스템의 성능은 표 1에서 기술한 최대/최소 강성 및 감쇠계수에 따라 변하게 된다. 가변강성 시스템의 설계변수는 구조물의 강성을 변화시키는 bracing의 강성이고, 가변감쇠 시스템은 bracing 형태로 장착되는 감쇠기의 감쇠계수를 설계변수로 고려할 수 있다. 각 장치가 bi-state로 작동하므로, 결국 최대/최소 강성 및 감쇠계수를 설계변수로 설정할 수 있다. 이 연구에서는 각 제어시스템이 모든 층에 동일하게 장착된다는 가정을 도입하였고, 최소 강성 및 감쇠계수는 모두 0으로 설정하였다. 최대 강성은 가변강성 시스템의 제어효과를 극대화하기 위하여, 구조물의 주기이동효과가 가장 크게 발휘되는 층 강성으로 정하였고, 가변감쇠 시스템의 최대 감쇠계수는 구조물의 1차 모드에 대하여 약 7.3%의 구조감쇠비가 증가하는 감쇠계수 값으로 선정하

였다. 한편, 제안하는 복합형 시스템은 가변강성 및 가변감쇠 시스템의 중요도 및 성능기여도가 동일하다는 가정 하에 각 시스템의 50%에 해당하는 강성 및 감쇠계수 값을 선정하였다(표 3).

표 3. 시스템별 최대 강성 및 감쇠계수

Systems	가변강성 시스템	가변감쇠 시스템	복합형 시스템
Design	$k_{\max}^{VS} = 680 \text{ MN/m}$	$c_{\max}^{VD} = 21 \text{ MN} \cdot \text{s/m}$	$k_{\max}^{VSD} = 0.5k_{\max}^{VS}$, $k_{\min}^{VSD} = \text{zero}$
Parameters	$k_{\min}^{VS} = \text{zero}$	$c_{\min}^{VD} = \text{zero}$	$c_{\max}^{VSD} = 0.5c_{\max}^{VD}$, $c_{\min}^{VSD} = \text{zero}$

제안하는 제어알고리즘은 LQR에 기반을 둔 설계기법이므로, 결국 제어기의 성능은 LQR 설계 기법의 설계변수가 되는 가중치 행렬 Q, R(식 (3))에 따라 결정된다. 이 연구에서는 Q 행렬로 성능지수를 에너지형태로 표현하였고, 제어력에 대한 가중치 행렬 R은 최적의 제어성능을 갖는 값으로 식 (6)과 같이 선정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0.5M^{-1}K & 0 \\ 0 & 0.5\rho I_{n \times n} \end{bmatrix}, R = 10^{-14} \cdot I_{m_s} \quad (6)$$

여기서, ρ 는 변위에 의한 strain energy와 속도에 의한 kinetic energy의 상대적 중요도를 나타내는 값으로서, 10^3 을 적용하였다. $m_{sa} = 8$ 로서 장착된 제어시스템의 개수이다.

이렇게 설계된 LQR제어기는 구조물의 응답으로부터 목표 제어력(= $u_{desired}$)을 결정하고, 각 제어시스템은 이를 가장 잘 모사하는 강성 및 감쇠계수를 그림 2의 블록선도를 통하여 매 순간 결정하게 된다.

• 해석결과 및 성능비교

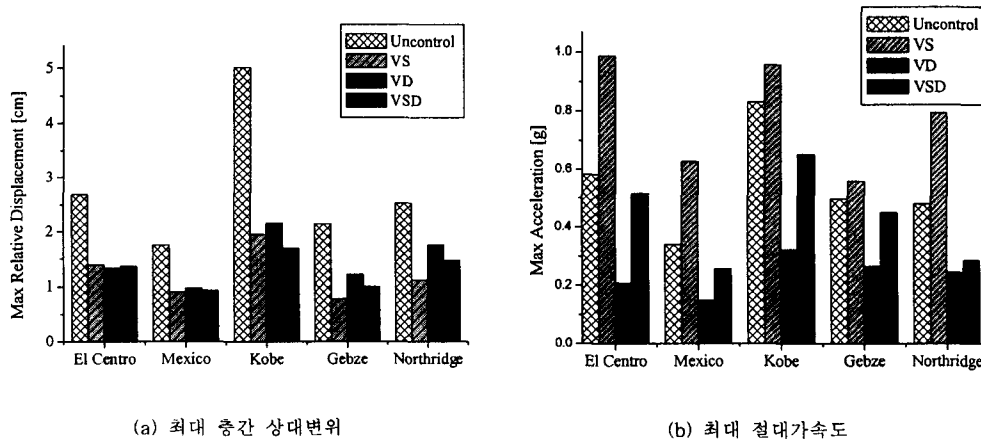


그림 3. 제어시스템별 제어성능 비교

5개의 지진기록에 대한 각 제어시스템의 해석결과, 최대 층간 변위응답 및 최대 층 가속도를 그림 3에 도시하였다. 그림에서 VS는 가변강성 시스템(Variable Stiffness System), VD는 가변감쇠

시스템(Variable Damping System), 그리고 VSD는 복합형 가변/강성 시스템(Variable Stiffness-Damping System)을 의미한다. 그림 3(a)를 살펴보면, 변위응답에 있어서는 제어를 하지 않는 경우에 비해, 모든 제어시스템들이 뛰어난 응답감소효과를 보이는 것을 알 수 있다. 특히, 최대 응답이 발생하는 Kobe 지진에서는 비제어시에 대해 57~66%의 저감효과를 보이고 있다. VS 시스템의 경우, 변위 응답에 뛰어난 제어효과를 갖는 것을 알 수 있다. VD 시스템은 다른 두 제어시스템에 비해 변위제어효과가 약간 떨어지는 것을 알 수 있다. 한편, 그림 3(b)에서 가속도 응답의 경우는 VS 시스템이 오히려 증폭시키고 있음을 비제어시 응답과의 비교를 통하여 알 수 있다. 이에 반해, VD 시스템은 가속도 응답에 대한 제어효과가 아주 탁월함을 알 수 있다. 따라서, VSD 시스템의 가속도 응답이 VD 시스템에 비해 다소 증가하고 있으나, 전반적으로 변위 응답과 가속도 응답에 있어서 두 제어시스템(VS, VD)을 절충하는 제어효과를 보이는 것을 알 수 있다.

3.2 기존 Sliding Mode 제어알고리즘 vs. LQR-based 준능동 제어알고리즘 성능

여기서는 동일한 복합형 제어시스템에 대하여 기존에 널리 사용되고 있는 Sliding Mode 제어알고리즘과 제시하는 LQR-based 준능동 제어알고리즘의 제어성능을 비교한다. Sliding Mode 알고리즘은 제시하는 LQR-based 알고리즘과의 비교를 위한 적용이므로, 이에 대한 구체적인 이론적 기술은 생략하고, 설계기법에 대하여 간략하게 서술하고자 한다. 이 연구에서 채택한 Sliding Mode 제어알고리즘도 여러 가지가 있으나, 이 연구에서는 Yang et al.⁽⁶⁾이 제안한 방법에 따른다.

Sliding Mode 제어는 Sliding Surface 설계와 제어기 설계의 두 단계가 필요하다. Sliding Surface는 성능지수를 정의하고, 이를 최소화함으로써 정해지는데, 여기서는 LQR 방법을 적용하였고, 이에 대한 설계변수는 식 (7)의 Q_1 과 Q_2 인데, $Q_1 = \rho Q_2$, $Q_2 = I$ 를 도입함으로써 하나의 변수 ρ 로 치환된다.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (7)$$

제어기의 설계는 Lyapunov 함수를 이용하여 stability를 보장하도록 이루어진다. 준능동 제어시스템에 대한 결과로서 식 (8-a,b)의 조건식에 따라 강성 및 감쇠계수가 bi-state로 조절된다.

$$k_{vi} = \frac{k_{vi}^{\max}}{2} \{1 + \text{sign}(v_i z_i)\} \quad (8-a)$$

$$c_{vi} = \frac{c_{vi}^{\max}}{2} \{1 + \text{sign}(v_i z_i)\} \quad (8-b)$$

Sliding Mode 제어기의 최적 설계를 위하여, 매개변수 ρ 에 대한 해석결과가 그림 4에 도시되어 있다. 그림에서 가중치(ρ)가 10^{-4} 이하의 값들에 대하여 최대 층간 상대 변위의 값이 일정한 값으로 수렴함으로써 일정한 제어성능을 발휘하고 있음을 알 수 있다. 따라서 $\rho = 10^{-4}$ 을 채택하여 Sliding Surface를 설계하였다. 제어기 설계의 설계변수인 강성 및 감쇠계수는 총 강성 680 MN/m 와 $21 \text{ MN} \cdot \text{s/m}$ 로 동일하게 선정하였다.

• 해석결과 및 성능비교

Sliding Mode Control(SMC) 및 LQR 제어기법에 기반을 둔 VSD 시스템의 응답 결과를 각각의 제어 알고리즘별로 표 4에 정리하였다. 층간 상대변위의 최대 응답 및 rms 응답은 두 알고리즘에서 유사한 수준의 결과를 얻는다. 그러나 층 가속도의 최대 및 rms 응답은 이 연구에서 제안하는 방법 (VSD_{LQR})을 적용했을 때 SMC 기법(VSD_{SMC})보다 훨씬 더 큰 폭의 응답저감이 있음을 알 수 있다. 즉, VSD_{LQR} 의 최대가속도 응답은 비제어시 응답에 비해 11%(El Centro), 24%(Mexico), 22%(Kobe), 9%(Gebze), 40%(Northridge)의 저감효과를 갖는 반면, VSD_{SMC} 의 최대가속도 응답은 비제어시 응답에 비해 4%(El Centro), -1%(Mexico), 20%(Kobe), 34%(Gebze), -17%(Northridge)의 응답저감효과를 보임으로써 Mexico 지진 및 Northridge 지진에 대하여 오히려 응답의 증폭효과를 가지는 것을 확인하였다. 따라서 제시하는 방법이 기존의 VSD_{SMC} 기법에 비해 보다 안정적인 제어효과를 갖는 것을 확인하였다.

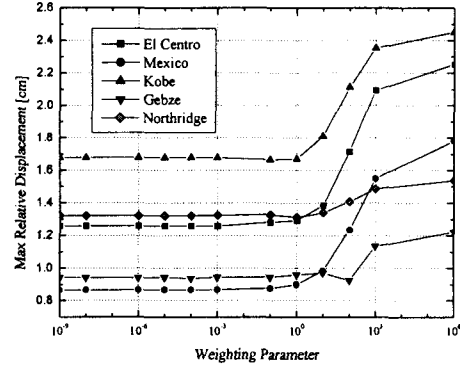


그림 4 매개변수 ρ 에 따른 최대 층간 상대변위

표 4. 제어알고리즘별 제어성능 비교

입력 지진가속도	제어 알고리즘	최대 상대변위	최대 절대가속도	상대변위 rms	가속도 rms	최대 제어력	최대 바닥전단력
El Centro	VSD_{SMC}	1.352	0.558	0.671	0.156	4,678	50.74
	VSD_{LQR}	1.365	0.516	0.644	0.119	4,714	50.15
Mexico	VSD_{SMC}	0.920	0.344	0.440	0.091	3,247	31.51
	VSD_{LQR}	0.930	0.257	0.439	0.089	3,282	30.85
Kobe	VSD_{SMC}	1.834	0.668	0.379	0.087	6,176	72.74
	VSD_{LQR}	1.697	0.653	0.383	0.070	5,864	69.51
Gebze	VSD_{SMC}	1.045	0.330	0.235	0.048	3,888	37.16
	VSD_{LQR}	0.999	0.452	0.229	0.046	3,723	36.64
Northridge	VSD_{SMC}	1.402	0.563	0.318	0.071	4,875	46.64
	VSD_{LQR}	1.479	0.338	0.314	0.059	5,150	46.02

4. 결론

이 연구에서는 기존의 강성 또는 감쇠 성분만을 조절하는 준능동 제어시스템의 한계점을 개선하기 위하여 강성과 감쇠비를 동시에 매 순간 변화시키는 복합된 형태의 제어 시스템을 구현하였고, 제시하는 복합형 준능동 제어시스템에 보다 적합한 제어알고리즘으로 변위와 속도에 비례하는 제어력으로 모사되는 LQR기법에 기반을 둔 준능동 제어알고리즘을 제시하였다.

제시하는 복합형 준능동 제어시스템의 적용성과 LQR 제어기법에 기반한 알고리즘의 효율성을

검증하기 위하여 8층 전단빌딩구조물에 대한 수치해석을 수행하였다. 외부하중으로는 다양한 주파수 성분을 갖는 5개의 지진입력을 고려하였다. 제안하는 제어 시스템 자체의 성능 비교를 위하여 가변강성 시스템, 가변감쇠 시스템과 동일 용량의 복합형 시스템의 제어성능을 비교하였고, 알고리즘의 효율성을 검증하기 위하여 기존 Sliding Mode 제어알고리즘과 해석결과를 비교하였다. 수치해석 결과, 제안하는 복합형 제어시스템이 변위 응답 및 가속도 응답에 있어서 가변강성 시스템과 가변감쇠 시스템을 절충하는 제어효과를 갖는 것을 확인하였고, 제안하는 LQR-based 준능동 제어알고리즘이 다양한 지진입력하중에 대하여 안정적인 거동을 보임으로써 기존 Sliding Mode 제어알고리즘보다 복합형 제어시스템의 제어성능을 효과적으로 발휘하도록 설계될 수 있는 것을 확인하였다.

5. 감사의 글

이 연구는 2001년도 두뇌한국21사업 핵심 분야 지원사업 및 서울대학교 지진공학연구센터 (KEERC)를 통한 한국과학재단의 우수연구센터 지원금에 의하여 이루어졌음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

6. 참고문헌

1. Park, W., Koh, H.-M., Kim, N.-H., Ha, D.-H., Kim, Y.-S., "Application and R&D of active, semi-active and hybrid vibration control techniques for civil structures in Korea", 7th International Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures, Assisi, Italy, October 2-5, 2001, pp.410-409.
2. Kobori, T., "Seismic response controlled structure with active variable stiffness system", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.22, 1995, pp.925-941.
3. Niwa, N., "Passive seismic response controlled high-rise building with high damping device", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.24, 1995, pp.655-671.
4. Patten, W. N., He, W., Kuo, C. C., Liu, L. and Sack, R. L., "Suppression of vehicle-induced bridge vibration via a semiactive structural controller", Proceedings of 1st World Conference on Structural Control, L.A., California, Aug. 1994, pp.30-38.
5. Yang, J. N., Wu, J. C., Agrawal, A. K. and Li, Z., "Sliding mode control for seismic-excited linear and nonlinear civil engineering structures", Technical Report NCEER-94-0017, National Center for Earthquake Engineering Research, 1994.
6. Singh, M. P. and Matheu, E. E. "Active and semi-active control of structures under seismic excitation", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 26, 193-213, 1997.
7. Utkin, V. I., "Sliding Modes in Control and Optimization, Springer Verlag", Berlin, 1992.
8. Kirk, D. E., "Optimal Control Theory-An Introduction, Prentice Hall", 1970.
9. Kurata, N., Kobori, T., Takahashi, M., Niwa, N. and Midorikawa, H., "Actual seismic response controlled building with semi-active damper system", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, No.11, 1999, pp.1427-1447.