

## Design of Active Mass Damper to Improve Seismic Performance Using Capacity Spectrum Method

### 내진성능 향상을 위한 능력스펙트럼법에 의한 능동제어기 설계

김형섭\*

민경원\*\*

Kim, Hyoung-Seop

Min, Kyung-Won

#### ABSTRACT

This paper begins with the seismic performance evaluation of an existing building, which exhibits the need of additional damping to reduce its response. Required damping ratio is found by capacity spectrum method to satisfy a target response. It is expressed with the design parameter of active mass damper by adopting Linear Quadratic Regulator. Optimal gains are obtained and then weighting matrices are found. Finally the seismic performance by added active mass damper is demonstrated, which satisfies the target response.

#### 1. 서론

최근에 발생한 미국 서부의 1989년 Loma Prieta 지진과 1994년 Northridge 지진 등 최근의 지진에 의한 큰 경제적 손실로 인해 내진 설계법의 개선 요구가 대두되었다. 이러한 배경에서 성능에 기초한 설계법이 대두되기 시작하였다. 이러한 성능에 기초한 설계법은 ATC-40<sup>(1)</sup>과 FEMA 273<sup>(2)</sup> 등에 채택되었고, 점점 확산되고 있는 추세이다. 건축물의 성능에 기초한 내진성능을 평가하는 방법들에는 여러 가지가 있다. 이 논문에서는 비선형 정정해석법 가운데 능력스펙트럼법을 이용하여 기존건물의 내진성능을 다단계로 평가한다. SEAOC Blue Book<sup>(3)</sup>을 이용하여 각 단계마다 성능목표(Performance Objectives)에 적합한지를 검토한 후, 보수 보강이 필요한 경우에는 성능목표에 만족하기 위해 필요한 등가감쇠비<sup>(4)</sup>를 산출한다. 또한 필요로 하는 등가감쇠비를 LQR(Linear Quadratic Regulator)제어기법을 사용한 AMD(Active Mass Damper)로써 설계를 한다. 하지만 기존의 반복수행을 통한 가중치 행렬을 구하는 방식에서 벗어나서, 그래픽적인 방법을 사용함으로써 이득값과 가중치 행렬을 산정한다.

\* 단국대학교 건축대학 건축공학과 석사과정

\*\* 단국대학교 건축대학 건축공학과 부교수, 공학박사

## 2. 성능평가

### 2.1 성능목표(Performance Objectives)

성능수준은 구조 부재의 손상과 비 구조 부재의 손상정도로 나뉘어지며, 또한 거주성과 건물내의 기능상태에 따라 분류한다. Vision 2000 보고서에는 4가지 성능수준 즉, 완전 기능(Fully Operational), 기능(Operational), 인명 안전(Life Safe), 거의 붕괴(Near Collapse)로 분류한다.<sup>(5)</sup> 한편 SEAOC Blue Book에서는 건물의 등급에 따라 Basic Objective, Essential Objective, Safety Critical Objective의 성능 목표를 제시하고 있다.

### 2.2 능력스펙트럼법을 이용한 등가감쇠비 산정

구조물의 내진성능을 평가하는 방법에는 여러 가지가 있지만, 현재 내진공학 분야에서 연구가 활발하게 진행되고 있는 비선형 정적해석법인 능력스펙트럼법은 건물의 능력을 파악할 수 있는 가장 간단하면서도 실용적인 방법이다.

#### 2.2.1 능력스펙트럼(Capacity Spectrum)

능력곡선은 지표면을 통해 전달되는 힘을 증가의 층하중으로 변환해서 구조물에 가하여 변위를 산정하는 방법으로 얻어지 곡선을 말하며, Pushover라고도 한다. 그러한 밀면전단력을 층하중으로 분리하는 방법에는 여러 가지가 있지만 1차 모드가 지배적인 구조물에 대하여 밀면전단력을 건물의 층질량과 1차 모드형상계수에 따라 분배한다<sup>(6)</sup>. Pushover에 의해 산정된 능력곡선을 요구곡선과 하나의 그래프에 나타내기 위해서 식(1)를 이용하여 응답가속도( $S_a$ )와 응답변위( $S_d$ )로 나타내야 한다.

$$S_a = \frac{V}{M_1^*} \quad S_d = \frac{\Delta_R}{\Gamma_1 \phi_{R1}} \quad \Gamma_1 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i1}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i1}^2} \right] \quad M_1^* = \frac{\left( \sum_{i=1}^n m_i \phi_{i1} \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i1}^2} \quad (1)$$

$\phi_{i1}$  : 1차 모드에서  $i$ 층의 모드 형상 계수

여기서  $\Gamma_1$ 은 1차모드에 대한 참여계수이고,  $M_1^*$ 은 1차모드에 대한 유효모드질량이다.

#### 2.2.2 요구스펙트럼(Demand Spectrum)

요구스펙트럼은 특정한 지진에 대한 고유주기에 따른 최대 응답변위, 속도, 가속도의 관계로 표현된다. 능력스펙트럼과 하나의 그래프에 나타내기 위하여  $S_a$ ,  $S_d$ 의 형식으로 표현된다. 이 변환에는 식(2)가 이용된다.

$$S_d = \frac{T^2}{4\pi^2} S_a \quad (2)$$

#### 2.2.3 구조물의 성능점 산정

구조물의 최대변위 즉, 성능점을 산정하는 절차는 다음과 같다.

- ① 능력스펙트럼과 5% 감쇠비를 가진 탄성설계 응답스펙트럼을 작성한다.
- ② 능력곡선과 설계응답스펙트럼을 변환식을 이용하여 ADRS형식으로 변환한다.

- ③ 위의 두 그래프를 하나의 그래프에 나타낸 후 교차점  $S_{di}$ ,  $S_{di}$  구하여 유효감쇠비를 구한다.
- ④ 산정된 유효감쇠비를 가진 요구스펙트럼을 작성하여 능력스펙트럼과의 교차점으로 부터 다시 개선된 j번째  $S_{di}$ 와  $S_{dj}$ 를 구한다.
- ⑤  $S_{dj}$ 와  $S_{di}$ 의 차가 허용오차 범위내에 들면  $S_{dj}$ 가 구하고자 하는 비탄성 응답 즉, 최대 변위가 된다. 오차범위를 만족하지 못하면 ④의 과정을 반복한다.
- ⑥ ⑤에서구한  $S_{dj}$ ,  $S_{di}$ 를 식(1)를 이용하여 다시 변환하여 실제구조물의  $V$ ,  $\Delta_R$ 를 구한다.

#### 2.2.4 유효감쇠비 산정

구조물이 비탄성 변형을 하면 이력거동으로 인하여 에너지 소산이 생겨 이에 따른 등가점성 감쇠비( $\beta_{eq}$ )가 추가적으로 생긴다. 그러므로 유효감쇠비( $\beta_{eff}$ )는 식(3)에서와 같이 구조물의 고유감쇠비( $\beta$ )에 등가점성 감쇠비를 합산해야 한다.

$$\beta_{eff} = k\beta + \beta_{eq} \quad \beta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} = \frac{2(S_{dy}S_{dp} - S_{dy}S_{dp})}{\pi S_{dp}S_{dp}} \quad (3)$$

$E_D$ 는 이력거동에서 점성 감쇠에 의하여 소산되는 에너지를 말하며  $E_S$ 는 구조물의 최대변형에너지이다.  $\beta$ 는 구조물의 고유감쇠비를 나타낸다.  $S_{dp}$ 는 구조물의 초기 항복점에서의 가속도이고  $S_{dy}$ 는 그때의 변위이다.

#### 2.2.5 목표변위 산정

능력스펙트럼법을 이용하여 성능점이 산정되면 그것은 요구스펙트럼의 지진에 의한 구조물에 생길 수 있는 최대변위이다. 표 1에서 목표변위에 따른 허용 층간변위를 나타내었다.

표 1. 성능수준에 따른 허용 층간변위

시스템 상태	성능수준			
	완전기능수준	기능수행	인명안전	붕괴방지
전체 건물피해상태	무시할 정도	경미함	보통	심함
허용 단기 층간변위	< 0.2% +/-	< 0.5% +/-	< 1.5% +/-	< 2.5% +/-
허용 영구 층간변위	무시할 정도	무시할 정도	< 0.5% +/-	< 2.5% +/-

그리고 식(4)에 의해 목표변위( $\Delta$ )을 산정한다.

$$\frac{\Delta}{H} \times 100 = \alpha \quad (4)$$

( $\alpha$ =표 1에 의한 허용 단기 층간변위(%),  $H$ =건축물의 높이,  $\Delta$ =목표변위)

다음으로, 식(3)를 이용하여 목표변위에서의 유효감쇠비를 산정한다. 목표변위에서의 유효감쇠비와 성능점에서의 유효감쇠비의 차이가 바로 감쇠기가 부담해야 할 등가감쇠비이다.

### 3. 능동제어기 설계

능동제어는 별도의 제어장치를 건물에 설치하여 외부의 진동에 대한 건물의 응답을 억제하는 방

법이다. 건물의 응답을 계측하고 이것을 제어 알고리즘에 따라 피드백하여 산정되는 제어력에 따라 제어장치가 구동하게 되며, 이때, 제어력의 구현을 위하여 동력기(actuator)가 요구된다.

### 3.1 LQR 알고리즘

시스템을 제어하는 최적제어 이론 중에 상태공간 모델(state-space model)을 이용한 LQR알고리즘은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad y = Cx \quad (5)$$

여기서  $A, B, C$ 는 시스템 행렬,  $x$ 는 시스템 상태벡터,  $u$ 는 제어력 그리고  $y$ 는 측량된 구조물의 측정 벡터이다. 상태공간 모델에 대한 2차 성능지수는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6)$$

여기에서  $Q$ 는 상태 가중행렬이고,  $R$ 은 제어가중행렬이다. 성능지수  $J$ 가 구조물에너지와 제어에너지의 합을 나타내기 위해서는  $Q$ 는 구조물의 강성과 질량으로 나타낼 수 있다.

$$Q = \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} \quad (7)$$

다음으로, 제어력  $u(t)$ 는 식(8)와 같이 주어진다. 여기서  $P$ 는 식(9)에 의한 리카티 방정식을 풀면 구할 수 있다. 식(8)의  $G_1$ 과  $G_2$ 는 각각 변위피드백과 속도피드백에 대한 제어이득이다.

$$u(t) = -R^{-1} B^T P z(t) = -G z(t) = -G_1 d(t) - G_2 \dot{d}(t) \quad (8)$$

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (9)$$

### 3.2 등가감쇠비의 닫힌 해(Closed Form solution)

다자유도 시스템을 등가 단자유도로 바꾼 운동방정식은

$$\ddot{d}(t) + 2\xi_0 \omega_0 \dot{d}(t) + \omega_0^2 d(t) = \frac{\phi^T L_u}{M^*} u(t) + \frac{\phi^T L_e}{M^*} f(t) \quad (10)$$

$$\omega_0^2 = \frac{K^*}{M^*} \quad \xi_0 = \frac{C^*}{2\omega_0 M^*} \quad (M^* = \phi^T M \phi \quad C^* = \phi^T C \phi \quad K^* = \phi^T K \phi)$$

위의 운동방정식을 이용하여 LQR제어기법을 사용한 AMD의 제어효과를 의미하는 증가된 등가의 감쇠비에 관한 닫힌해<sup>(7)</sup>는 다음과 같다.

$$\xi_{eq} = EG_1 + FG_2 \quad (11)$$

$$E = \xi_0 \frac{\phi^T L_u \phi}{2M^* \omega_0^2} \quad F = \frac{\phi^T L_u \phi}{2M^* \omega_0}$$

$G_1$ 과  $G_2$ 의 관계식을 이용하여 각각 X축 Y축으로 하여 그래프를 그리면 기울기는 일정하고 감쇠비에 따라 절편만 바뀌는 그래프가 된다. 따라서 식(8)를 이용해 그린 그래프와 식(11)을 이용해 그린 그래프를 하나의 그래프에 그리면 그 교차점이 바로 필요로 하는 등가감쇠비를 구하기 위한

$G_1$ 과  $G_2$ 가 된다. 이렇게 산정한 제어이득을 식(8)에 대입하여  $R$ 값을 산정 할 수 있다.

#### 4. 예제구조물

예제구조물로는 단자유도 건물을 사용하였고 층고는 4m이고 층질량은 147.2t이고, 층강성은  $2.7 \times 106 \text{ N/m}$ 이다. UBC-97의 표준설계스펙트럼<sup>(8)</sup>에 의해 두 단계로 내진성능을 평가하였다. 그리고 인공지진<sup>(9)</sup>을 이용한 시간이력해석을 통해 검토를 하였다.

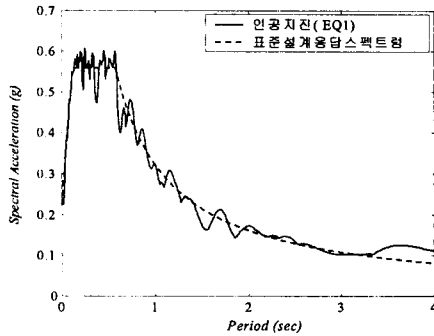


그림 1. 인공지진(EQ1)생성

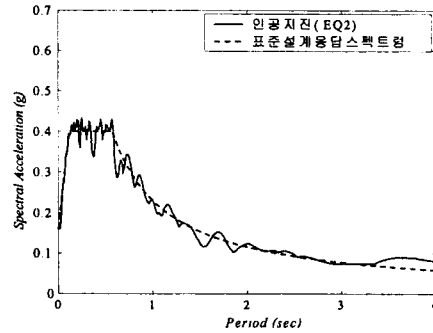


그림 2. 인공지진(EQ2)생성

#### 4.1 성능수준 판별

##### 4.1.1 재현주기1000년 지진(붕괴방지수준)

Step 1. 성능점 산정 : UBC-97에서 제시하는 재현주기 1000년의 붕괴방지수준의 표준설계응답스펙트럼을 이용하여 성능점을 산정하였다.(그림 3)

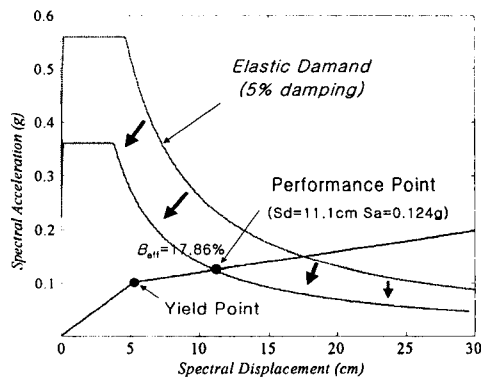


그림 3. 재현주기1000년-성능점 산정

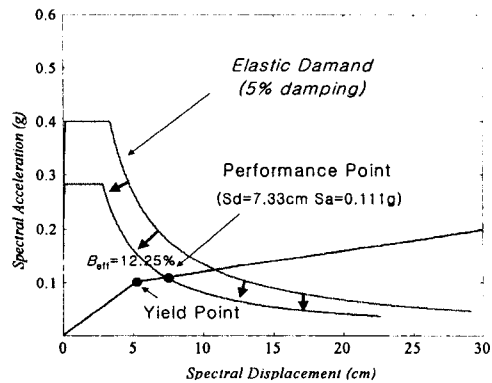


그림 4. 재현주기 500년-성능점 산정

식(3)을 이용하여 성능점을 찾기 위해 반복 수행한 결과 지붕층의 최대변위가 11.1cm로 나타났으며 유효감쇠비는 17.86%로 나타났다. 인공지진(EQ1)을 이용해서 시간이력을 수행한결과는 최대변위가 11.67cm로 오차가 거의 없는 것으로 나타났다.

Step 2. 목표변위 선정 : 표 1에서 제시하는 붕괴방지수준의 허용 단기 층간변위는 층고의 2.5%이 내이지만 불확실성을 감안하여 약 2%로 선정하여 목표변위를 8cm로 산정하였다.

Step 3. 등가감쇠비 산정 : 변위 8cm에서의 유효감쇠비를 산정하기 위해  $S_{dp} = 8cm$   $S_{sp} = 0.112g$  를 식(3)에 대입하면  $\beta_{eff} = 14.31\%$ 이다. 성능점에서의 유효감쇠비 17.86%와 목표변위에서의 유효감쇠비 14.31%의 차이인 3.55%가 목표성능을 발휘하기 위해 감쇠장치가 부담해야 할 등가감쇠비이다.

Step 4. 시간이력수행 : 불확실성을 위해 5%의 등가감쇠비를 건물에 추가하여 인공지진(EQ1)으로 시간이력해석을 수행한 결과 최대변위가 8.27cm로 나타났다. 그것은 층고의 2.07%로써 표 1의 허용단기 층간변위를 만족한다.

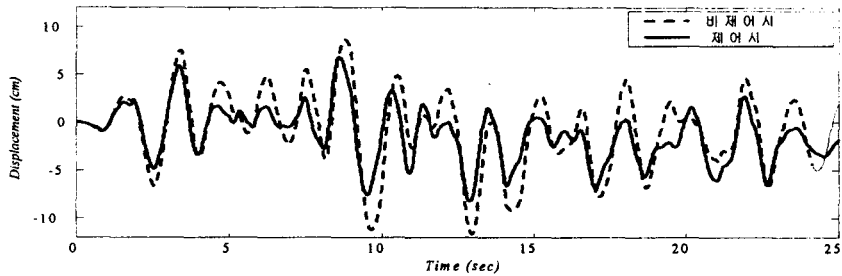


그림 5. 시간이력에 의한 변위 비교

#### 4.1.2 재현주기 500년 지진(생명안전수준)

Step 1. 성능점 산정 : UBC-97에서 제시하는 재현주기 500년의 생명안전수준의 표준설계응답스펙트럼을 이용하여 성능점을 산정하였다.(그림 4)

Step 2. 목표변위 선정 : 표 1에서 제시하는 생명안전수준의 허용 단기 층간변위는 층고의 1.5%이 내이지만 불확실성을 감안하여 목표변위를 항복점인 5.4cm(층고의 1.38%)으로 선정하였다.

Step 3. 등가감쇠비 산정 : 목표변위 5.4cm이내에서는 탄성거동을 하므로 성능점에서의 유효감쇠비 12.25%와 목표변위에서의 유효감쇠비 5%의 차이가 목표성능을 발휘하기 위해 감쇠장치가 부담해야 할 등가감쇠비로써 7.25%이다.

Step 4. 시간이력수행 : 불확실성을 위해 8%의 등가감쇠비를 건물에 추가하여 인공지진(EQ2)으로 시간이력해석을 수행한 결과 최대변위가 4.87cm로 나타났다. 그것은 층고의 1.21%로써 표 1의 허용 단기 층간변위를 만족한다.

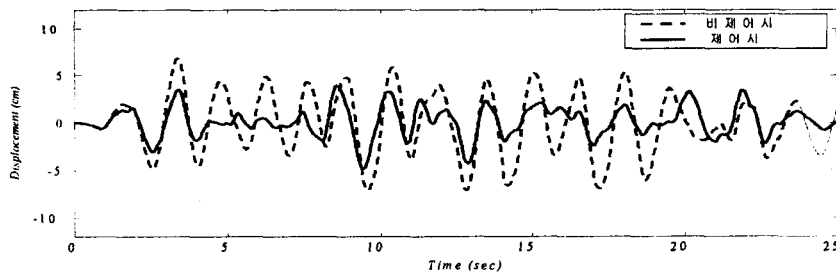


그림 6. 시간이력에 의한 변위 비교

#### 4.2 예제구조물의 능동제어기 설계

예제구조물이 성능목표를 만족하기 위해서는 8%의 등가감쇠비의 능력을 가진 제어기를 설계해야 한다는 것을 알았다. 식(11)에서 나타낸 닫힌해를 이용하여 8%의 등가감쇠비를 산출하기 위해서는 제어이득을 우선 산정해야 한다. 이 논문에서는 제어이득을 구하기 위해 그래픽적으로 해를 산출한다.  $Q$ 를 성능지수가 구조물의 에너지와 제어에너지로 나타내기 위해 식(7)과 같이 가정한 후 식(9)의 리카티 방정식을 이용해서  $R$ 을 변화시키며  $p$ 를 이끌어 낸다. 그리고 나서  $G_1$ 과  $G_2$ 의 관계를 그래프로 그리면 그림 7와 같다.(Case1) 다음으로, 식(11)를 이용해서 특정 구조물에 대하여 상수인  $E$ 와  $F$ 를 산정한다. 그러면  $G_1$ 과  $G_2$ 로 이루어진 식(12)와 같은 관계식을 이끌어 낼 수 있다.(Case2)

$$\xi_{eq} = 8.0 \times 10^{-7} \times G_1 + 7.82 \times 10^{-5} \times G_2 \quad (12)$$

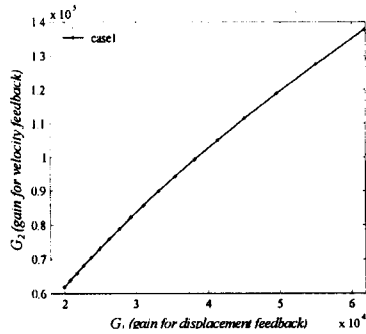


그림 7. Case1

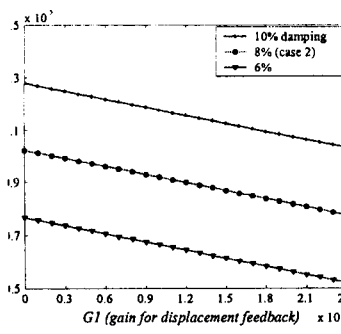


그림 8. Case2

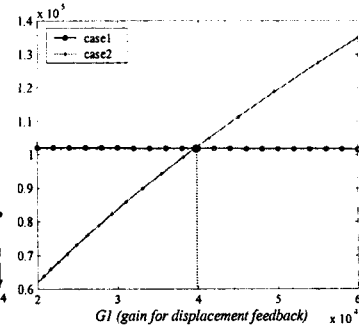


그림 9.  $G_1$ 과  $G_2$ 의 교차점

식(12)를 이용하면 등가감쇠비( $\xi_{eq}$ )에 따라, 그림 8과 같이 기울기는 같고 절편만 다른 그래프들을 그릴 수 있다. 그중 구조물이 성능목표에 만족하기 위해 필요한 등가감쇠비는 8%이다. 다음으로, 위의 그림 9와 같이, 그림 7,8을 하나의 그래프에 그리고 교차점을 찾으면 등가감쇠비 8%를 만족하는  $G_1$ 과  $G_2$ 가 되는 것이다. 또한 식(8)에 대입하면 가중행렬  $R$ 을 구할 수 있다

$$[G_1 \ G_2] = [3.96 \times 10^4 \ 1.0184 \times 10^5] \quad R = 1.254 \times 10^{-5}$$

#### 5. 결론

위에서 구한 제어이득을 이용하여 제어력의 시간이력을 그림 10에 나타내었고, 최대 제어력이  $2.54 \times 10^4$  N으로 나타났다. 그러므로 예제구조물이 목표한 성능인 Basic Objective를 만족하기 위해서는, LQR 제어기법을 사용한 능동제어기를 사용할 경우에는 최대 제어력이  $2.54 \times 10^4$  N이상의 능력을 가진 제어기가 필요하다는 것을 알 수 있다.

예제구조물로 이러한 일련의 과정대로 제어기 설계를 한 후 시간이력을 수행한 결과, 최초로 결정된 성능목표에 만족하는 결과를 얻을 수 있었다. 그리고 그래픽적인 방법으로 구한 가중행렬을 사용하여 제어기를 설계한 결과, 필요로 하는 성능을 발휘하는 것으로 나타났다.

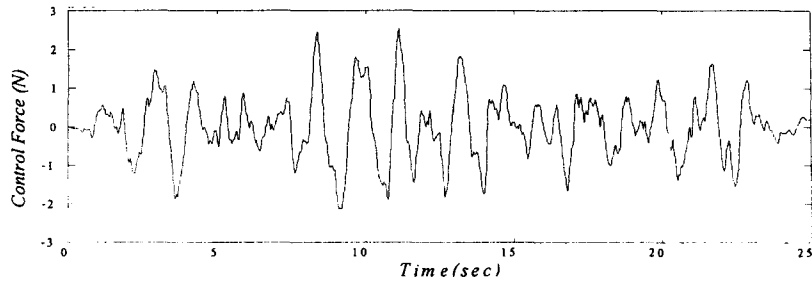


그림 10.  $R = 1.254 \times 10^{-5}$  일때의 제어력

#### 감사의 글

본 연구는 스마트사회기반시설연구센터(SISTeC)의 “지원과제명-건축 구조물의 스마트 진동제어 기술 개발”의 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

#### 참고문헌

1. Applied Technology Council, "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", Report ATC-40, 1996. 11
2. FEMA-273, "NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", Report No. FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washing D.C, 1997.5
3. SEAOC Blue Book, "Recommended Lateral Force Requirements and Commentary", Structural Engineer Association of California, Seismology Committee 1999 seventh edition
4. Sang-Hyun Lee, Kyung-Won Min, Jin-Koo Kim, Jae-Seung Hwang, "Equivalent Damping Ratio of a structure with Added Dampers-(1)General Formulation", Engineering Structural submitted
5. 한상환, "성능기초설계와 IBC2000 내진기준", 제28회 전산구조공학회 기술강습회, p7-11
6. 최현훈, "비탄성 정적해석법을 이용한 점성 유체감쇠기의 설계에 관한 연구", 석사학위논문, p17
7. Sang-Hyun Lee, Kyung-Won Min, Jin-Koo Kim, Jae-Seung Hwang, "Equivalent Damping Ratio of a structure with Added Dampers-(1)Closed-Form Solutions", Engineering Structural submitted
8. UBC-97, "Uniform Building Code", 1997, Structural Engineering Design Provisions
9. SIMQKE, "Simulation of Earthquake ground Motion", E.H. Vanmarcke, C.A. Cornell, D.A. Gasparini, and S.N. Hou, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 1976.