도시철도 판토그래프와 강체전차선의 동적 상호작용에 관한 연구

A Study on the Dynamic Interaction for a Pantograph and Rigid contact wire System

김권기* 조용현** 김기환*** 원시태****
Kim, Kwon-Ki Cho, Yong-Hyun Kim, Ki-Hwan Won, Si-Tae

ABSTRACT

Generally, subway runs under the ground, so it uses rigid contact wire. Pantograph and contact wire, they have effect on the contact force each other. This paper is on the dynamic interaction of a pantograph and rigid contact wire system. For this we developed simulation program of current collecting capability for dynamic interaction for pantograph and rigid contact wire. As a result, we got contact force and displacement between pantograph and rigid contact wire. This paper shows the possibility of better pantograph's suspension design and better maintaining of current collecting capability than present when suspention of pantograph is developed by theoretic result.

1. 서 론

도시철도는 일반적으로 지하구간을 운행하므로 전차선의 가선방식에 있어 지하구간에 적합하도록 개발되어진 강체 전차선을 사용하고 있다.

판토그래프와 전차선은 동적으로 연결된 시스템으로서 서로의 접촉력에 영향을 미치게 되는데, 접촉력 변동의 주원인은 차량이 주행함으로서 강체 전차선의 강성이 위치별로 변하기 때문이다. 과다한 접촉력의 크기 변화는 이선을 발생 시키게 되고, 이것은 아크 발생의 원인이 된다. 아크의 발생은 판토그래프와 전차선의 마모와 손상을 가져오므로 안정적인 전동차 운행에 장애가 되고 있다.[1][2] 이러한 전차선의 문제점에 대하여 국내외에서 카테너리 전차선에 관한 연구는 많이 이루어져 그에 대한 자료는 충분히 검토할 수 있었으나, 도시철도에서 사용하고 있는 강체 전차선에 대한 연구는 거의 이루어지지 않아 국내는 물론 국외에서도 관련 연구 자료를 찾아 보기 어려운 실정이다.

따라서 본 논문에서는 저속이면서 속도변화가 많은 도시철도에서 판토그래프와 가선계의 동적

* 서울산업대학교 철도전문대학원, 정회원
** 한국철도기술연구원 책임연구원, 정회원
*** 한국철도기술연구원 수석연구원, 정회원
**** 서울산업대학교 교수, 정회원

특성에 대하여 알아보기 위하여 현재 도시철도 차량에 탑재된 판토그래프와 강체전차선을 모델링하여 상호작용에 대한 지배방정식을 유도하고, 지배방정식을 기초로 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 그리고 시뮬레이션 결과와 검증을 통해서 도시철도 차량의 집전성능을 향상시킬 수 있는 방안에 대하여 검토하였다.

2. 판토그래프와 전차선의 동적 상호작용 해석에 대한 개요 및 이론

전차선과 판토그래프의 운동방정식은 시간 및 공간에 따라 변화하는 접촉력과 연성되어 있으므로 해석해(Analytic solution)를 구하는 것이 용이하지 않아 비선형성을 고려하고, 고정도 해석에 유리한 유한차분법(FDM) 또는 유한요소법(FEM)이 많이 사용되고 있다. 그 밖에 가선과 판토그래프의 거동을 쉽게 해석하기 위하여 전차선을 선형 빔으로 가정하여 진동모드를 구하고 이를 활용해 판토그래프와 가선의 동특성을 살피는 모달해석(Modal Analysis)과 가선을 스프링으로 대체하여 판토그래프와 가선의 동특성을 해석하는 질량-스프링 모델링 해석법이 사용되고 있다.[3][4]

도시철도에 사용되는 전차선은 강체식으로 별도의 장력 없이 전차선이 T-bar에 의해 고정되어 있어 판토그래프가 전차선을 지나가더라도 현수전차선과는 달리 횡방향 진동에 의한 파동전파가 무시할 수 있을 만큼 작게 발생하게 된다. 그러므로 도시철도 전차선은 횡방향 파동전파 특성을 갖지 않는다고 가정하여 본 논문에서는 가선을 스프링으로 대체하여 해석하였다.

2.1 질량-스프링 모델링 해석법에 의한 동특성 이론식

가선계의 강성값은 위치에 따라 달라지므로, 이에 대한 동역학적 이해가 필요하다. 지지점 사이에서 강체가선의 강성변화는 판토그래프가 주행시 진동하게 되는 주요 원인이 된다.

강성값은 판토그래프의 압상력을 가선계의 처짐량으로 나누어 준 값으로 Fig.2.1에서 처럼 지지점의 양단에서는 강성이 크고 중앙에서의 강성은 작다. 강성변화 $K(l)$는 다음과 같이 근사적으로 표시한다.

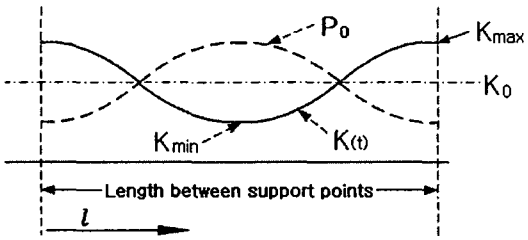

Fig. 2.1 Stiffness and the static uplift force in the rigid contact wire

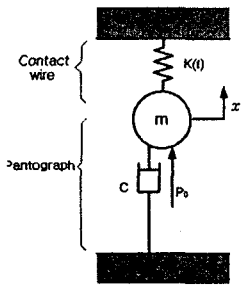

Fig. 2.2 1 DOF model of the current collector system

$$K(l) = K_0(1+\varepsilon\cos\frac{2\pi}{L}l) \qquad (2.1)$$

여기서, $K_0 = \frac{1}{2}(K_{max}+K_{min})$이고 $\varepsilon = \frac{K_{max}-K_{min}}{2K_0}$ 이다. K_{max}와 K_{min}은 각각 최대와 최소 강성을 나타내며, K_0는 평균 강성을, 그리고 ε은 강성값의 변화율을 의미한다. 이러한 전차선의 위치에 따라 변화하는 값을 강성으로 표시하고, 판토그래프를 질량 m의 질점과 압상력 P_0, 변위 x로 나타내어 Fig. 2.2와 같이 모델링하여 질량-스프링 모델링 해석법에 의한 동특성 이론식을 정리하면 다음과 같다.[5][6]

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + K_0(1+\varepsilon\cos\frac{2\pi}{L}Vt)x = P_0 \qquad (2.2)$$

2.2 강체 전차선의 모델링 및 해석

강체 전차선에서 알루미늄 T-bar는 카테너리 가선 방식의 급전선과 조가선을 합친 역할을 하는 것으로 T자형의 알루미늄 합금제로 되어 있으며, 애자에 달려 있는 누름 금구에 의해 지지된다.

지지금물은 매립전 볼트와 애자를 연결하는 것으로 강체 전차선을 일정한 높이로 유지하고 열차 운행시 진동이나 탈락 또는 변형되지 않도록 지지해 주는데, 전차선의 높이가 4750㎜가 되도록 설치해야 하며 경간은 5m를 표준으로 한다. 지금까지 설명한 요소들을 Fig. 2.3로 스프링 모델링하여 간단히 표현할 수 있다.[7][8]

Table 2.1 Mechanical properties of the rigid contact wire

Cross section area (㎟)	110
Fracture load (N)	38220 over
Weight per unit length (N/m)	9.69
Young's modulus (N/㎟)	127500
Coefficient of linear expantion (1/℃)	1.73×10^{-5}

Table 2.2 Characteristics of the Al T-bar

Cross section area (㎟)	2.642 Al-T bar + Ear(2100+542)
Unit weight (N/m)	54.8
Allowed stress (N/㎟)	107.8
Type of rigid contact wire's support (㎜)	Long ear joint type Bolting per 250
Length of rigid support(m)	5
Connection of T-bar (m)	Ar welding per 10 length
Parallel position (m)	Installing per 200 -1 section (maximum 250)
Allowable speed (km/h)	80

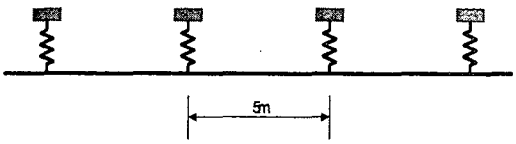

Fig. 2.3 Finite element model of the rigid contact wire

Table 2.3 Young's modulus and poisson's ratio of a rigid contact wire(Al, Fe)

	Young's modulus (N/㎟)	Poisson's ratio
Al	68000	0.32
Fe	198000	0.26

Table. 2.3은 Al T-bar 와 지지금물에 사용된 Fe의 물리적 특성이다. Fig. 2.4는 가선의 시뮬레이션을 위한 모델을 나타낸 것으로 지지점에서 A와 B, C와 D는 동일 변형토록 구속하게 하고 주어진 물성치를 갖고서 MSC/NASTRAN 프로그램을 사용하여 FEM 해석을 하였다.

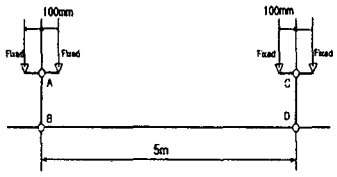

Fig. 2.4 Support point modelling of the rigid contact wire

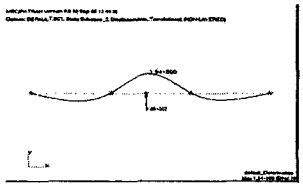

Fig. 2.5 FEM analytic result of the rigid contact wire

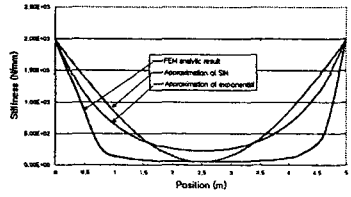

Fig. 2.6 Stiffness curved lines of the rigid contact wire

이 결과 스프링 모델에서 전차선의 한 경간 사이를 균일하게 부위별 변위와 강성을 Fig. 2.5와 같이 구하였고, Fig. 2.6과 같이 도식화 된 해석결과를 얻었다. 이 해석결과를 나타낼 수 있는 방정식을 구하기 위해 sine 근사식과 exponential 근사식을 만들어 도식화해 보았으나, 근사식들은 그다지 일치한다고 볼 수 있는 파형이 형성되지 않다는 것을 알 수 있다. 그래서, 전차선 강성값은

보간법을 사용해 강성 곡선(FEM 해석)으로부터 주행 위치에 해당하는 값을 추출하여 시뮬레이션에 사용하였다.

2.3 판토그래프의 모델링

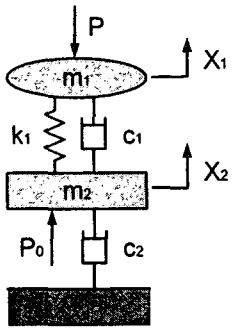

Fig. 2.7 2DOF model

판토그래프의 모델링은 연구자에 따라서 1, 2, 3 자유도계로 다양하게 모델링되고 있으나, 도시철도 차량에 탑재된 판토그래프는 집전부과 판토그래프 하부프레임의 운동을 각각의 자유도로 보아 2자유도로 보는 것이 보편적이다. 집전판 2개의 질량을 m_1(7kg)으로 취하였고, 각각의 집전판은 4개의 스프링에 의하여 지지되므로 스프링 상수의 8배를 k_1(16088N/m)으로 정하였다. 집전부 지지스프링 주변을 고무가 감싸고 있으므로 c_1을 $10Ns/m$로 가정하였고 m_2는 11.8kg, c_2는 $60Ns/m$로 가정하였다. P_0는 도시철도공사의 표준 압상력 $60N$으로 하였다.

3. 해석 프로그램 개발과 검증

3.1 프로그램 개발

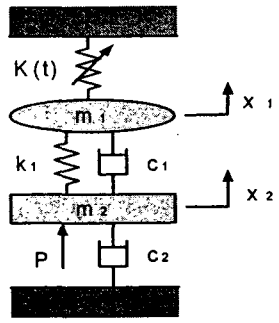

Fig. 3.1 A pantograph model conidering static stiffness variation of the rigid contact wire

실제에 근접한 판토그래프를 모델링 하기 위해 Fig. 3.1와 같이 정의된 2질점계 판토그래프를 모델링하였고, 판토그래프와 전차선 시스템에서 각각의 질점에 대해서 유도한 지배 방정식(Governing Equation)이 다음과 같이 구해진다.

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2) + k_1(x_1-x_2) + K(t)x_1 = 0 \quad (3.1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_1(\dot{x}_2-\dot{x}_1) + c_2\dot{x}_2 + k_1(x_2-x_1) = P_0 \quad (3.2)$$

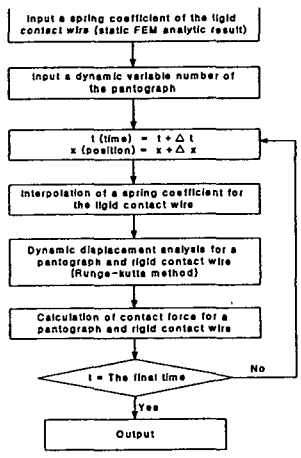

Fig. 3.2 Flow chart on calculating of dynamic interaction

식(3.1)과 식(3.2)의 지배방정식은 Runge-Kutta method를 사용하여 해를 구할 수 있도록 1차 미분 방정식으로 나타내야 한다. 우선, $yp(1)=\dot{x}_1$, $yp(2)=\ddot{x}_1$, $yp(3)=\dot{x}_2$, $yp(4)=\ddot{x}_2$로 정의하면,

$$yp(1)=\dot{x}_1,\ yp(2)=\ddot{x}_1=\frac{1}{m_1}[\,c_1(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_1(x_2-x_1)-K(t)x_1]$$

$$yp(3)=\dot{x}_2,\ yp(4)=\ddot{x}_2=\frac{1}{m_2}[\,c_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2)-c_2\dot{x}_2+k_1(x_1-x_2)+P_0]$$

여기에서 제시한 지배방정식은 전차선과 판토그래프의 동적 상호 작용을 해석하기 위한 것으로서, 수치해석 전용 프로그램으로 널리 사용되고 있는 Matlab을 사용하여 Fig. 3.2의 흐름도에 따라 시뮬레이션 프로그램을 개발하였고, 이를 사용하여 집전부의 접촉력과 변위를 구하였다. 먼저 Fig. 3.2의 흐름도에서 보는 바와 같이 정적 FEM 해석 결과에서 얻어진 강체전차선의 스프링 상수를 입력하였다. 그리고 판토그래프의 동적 변수들을 입력하고 적절한 시간과 거리의 스텝을 적용하여, 전차선의 스프링 상수를 보간하였다.

3.2 해석 결과 및 검증

본 절에서는 판토그래프와 강체전차선의 상호작용 특성을 해석하기 위해 3.1절의 프로그램 처리 결과에 따라 시뮬레이션을 수행하였고, 해석결과에 대한 검증을 하였다. 시뮬레이션 결과는 40km/h, 60km/h, 80km/h의 속도에서 집전부의 변위, 프레임의 변위, 판토그래프와 전차선 사이의 접촉력 순으로 정리하였다

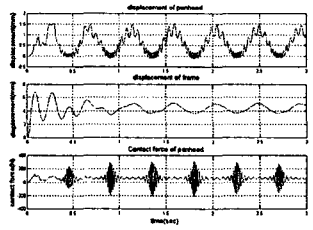

Fig. 3.3 Displacements and contact force (at k=16088N/m, V=40km/h, c_1=10Ns/m)

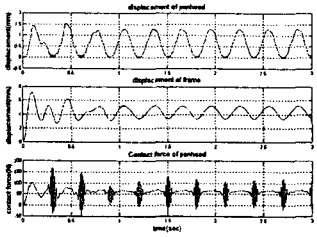

Fig. 3.4 Displacements and contact force (at k=16088N/m, V=60km/h, c_1=10Ns/m)

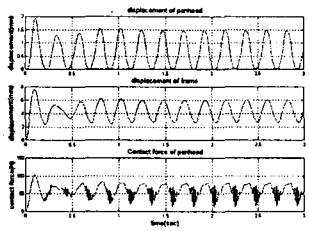

Fig. 3.5 Displacements and contact force (at k=16088N/m, V=80km/h, c_1=10Ns/m)

80km/h의 속도일 때의 접촉력이 40km/h나 60km/h의 속도일 때 보다 오히려 감소하는 현상을 나타내고 있다. 이는 판토그래프와 강체전차선이 안정적으로 상호작용하는 것을 알수 있다.

집전부 지지 스프링 상수의 변화에 따른 추종 성능 변화를 알아보기 위해서 추종 진폭을 판토그래프 운동 방정식으로부터 유도하여 보았다. 2질점 모델의 판토그래프가 갖는 추종 진폭은 식(3.3)와 식(3.4) 같이 나타낼 수 있다.

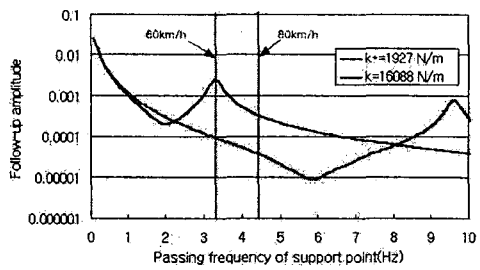

Fig. 3.6 Comparison on Follow-up amplitudes

$$Z_p = S m_1 + \frac{c_1 c_2 + c_1 S m_2 + \frac{c_2 k_1}{S} + m_2 k_1}{c_1 + \frac{k_1}{S} + c_2 + S m_2} \quad (3.3)$$

$$\text{추종진폭} = \text{abs}\left|\frac{1}{Z_p \times i\omega}\right| \quad (3.4)$$

여기서, Z_p는 Mechanical impedence이고,

S대신 $i\omega$를 대입하였다. 도시철도 차량에 탑재된 판토그래프의 집전부 지지스프링 상수를 식(3.4)에 대입하고 주파수 변화에 따른 추종진폭을 그려보면 Fig. 3.6과 같은 결과를 얻어 도시철도 차량에 탑재된 판토그래프는 국부 최고 추종진폭을 갖는 주파수는 9.6 Hz라는 것을 알 수 있다. 이 주파수는 이론적으로 얻은 추종진폭 발생 주파수와 일치한다. 추종진폭에 대한 이론을 열차 운행에 따른 판토그래프 가진주파수와 추종진폭을 최대로 하는 주파수를 같게 하면, 접촉력 변동이 작아져 집전성능이 향상된다.

$$f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(m_1+m_2)k_1}{m_1 m_2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(7+11.8)\times 16.088}{7\times 11.8}} = 9.6 \text{ Hz}$$

$$k^* = \frac{4\pi^2(m_1 \cdot m_2)}{m_1+m_2}\left(\frac{V}{L}\right)^2 = \frac{4\pi^2(7\times 11.8)}{7+11.8}\left(\frac{60}{3.6\times 5}\right)^2 = 1927\,(\text{N/m})$$

Fig. 3.6에서 k*=1927N/m값은 60 km/h로 주행할 때 경간 통과 주파수와 최대 추종 진폭 발생 주파수가 일치하도록 정한 집전부 지지스프링 상수값이다. 이와 같이 이론적으로 계산된 집전부 지지스프링 상수로 도시철도 판토그래프에 대한 집전 성능을 알아 보기 위해 개발된 해석 프로그램으로 시뮬레이션을 수행하였다.

현재 도시철도에서 사용하고 있는 집전부 지지 스프링 상수와 추종진폭의 피크에 대응하는 집전

부 지지스프링 상수를 비교하기 위해서 40km/h, 60km/h와 80km/h의 속도에서 k*값의 접촉력과 집전부의 변위 그래프를 Fig. 3.7, Fig. 3.8, Fig. 3.9에서 나타내고 Fig. 3.3, Fig. 3.4, Fig. 3.5와 비교해 보면, 접촉력 변동이 작아지는 것을 확인할 수 있었다. 만약 판토그래프 복원 스프링을 k 대신 k*로 조정하게 되면 도시철도 최고 속도인 80km/h이하의 속도에서 추종 진폭이 개선되어 보다 양호한 집전성능을 확보할 수 있을 것으로 예상할 수 있다. 시뮬레이션 결과 현재의 판토그래프에서 서스펜션을 개량하게 되면 접촉력 변화를 개선할 수 있는 해석 결과를 얻었다. 따라서 판토그래프의 복원 스프링 상수를 강체 전차선에 잘 추종할 수 있도록 조정하면, 도시철도 차량의 집전성능을 개선할 수 있으리라 판단된다.

Table 3.1 Analysis result of contact forces

	k=16088(N/m)			k*=1927(N/m)		
Train velocity	40km/h	60km/h	80km/h	40km/h	60km/h	80km/h
Mean contact force(N)	60.1	60	59.2	59.8	60.	59.9
Standard deviation(N)	58.7	17.6	16.6	7.1	9.1	7.4
Standard deviation ÷ Mean contact force (%)	97	29	27	12	15	12
Mean contact force - 3×Standard deviation(N)	-115.9	6.8	9.4	38.7	32.7	37.7

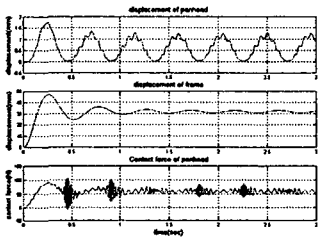

Fig. 3.7 Displacements and contact force (at k*=1927N/m, V=40km/h, c_1=10Ns/m)

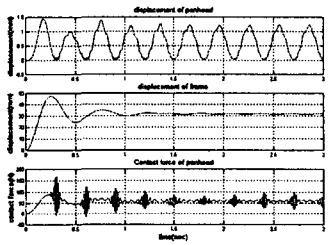

Fig. 3.8 Displacements and contact force (at k*=1927N/m, V=60km/h, c_1=10Ns/m)

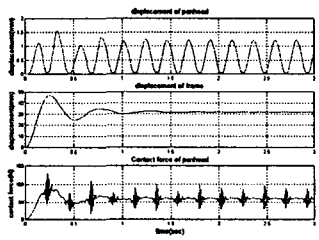

Fig. 3.9 Displacements and contact force (at k*=1927N/m, V=80km/h, c_1=10Ns/m)

또한, 40km/h(Fig. 3.3)에서 접촉력 변화가 심하게 발생하는 것을 볼 수 있는데, 이에 대한 원인 분석을 위해 파형의 변위를 자세히 분석해 보았다. Fig. 3.10은 40km/h 속도에서 파형을 자세히 알아보기 위해 확대한 것으로서 분석 결과 약 20Hz에서 진동(Oscillation)이 발생함을 확인하였다. 공진 속도가 발생하는 시점은 지지점 사이에서 탄성이 서서히 변하기 시작하는 지점으로 추정하게 되었는데. 강체전차선의 변위 곡선을 보면 강성값이 125,000N/m인 곳에서 대략 21Hz의 진동이 시작되는 되는 지점이기 때문이다.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{125000}{7}} = 21Hz$$

이러한 집전부 변위의 진동이 공진현상 때문에 발생한 것인지, 수치적 문제(Numerical problem) 때문인지 파악하기 위해 Fig. 3.11의 판토그래프와 Fig. 3.12의 전차선에 댐퍼를 취부하게 하였더니, 변위와 진동이 대폭적으로 감소하는 것을 확인할 수 있었다.

이 해석결과를 바탕으로 40km/h로 주행할 때는 강체전차선의 강성이 서서히 변화하는 지점에서 공진이 발생할수 있다고 추정할 수 있다. 실제로 전동차가 곡선부를 지날 때의 속도는 대략 40km/h 정도이며 주행 중에 이선에 의한 아크가 많이 발생하는 것으로 보고 되고 있다. 해석 결과와 실제 운전경험과 일관성이 있으므로 현장측정을 통해 이를 확인할 필요가 있다고 사료된다.

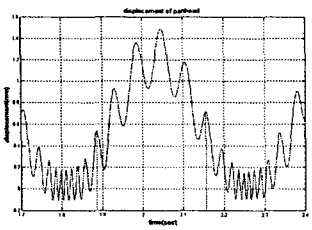

Fig. 3.10 Detail of Fig. 3.3

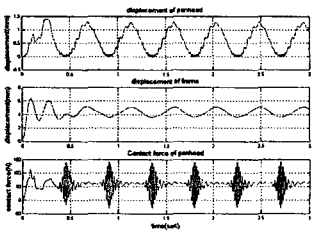

Fig. 3.11 Displacements and Contact force (at k=16088N/m, V=40km/h, c_1=60Ns/m)

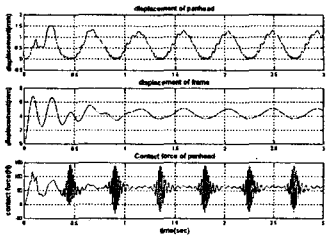

Fig. 3.12 Displacements and Contact force (at k=16088N/m, V=40km/h, rigid contact wire=60Ns/m)

4. 결 론

본 논문의 연구 결과를 정리하면 다음과 같다.

1. 도시철도 강체전차선이 갖는 스프링 특성을 정확히 묘사하기 위하여 상용 FEM 프로그램인 MSC/NASTRAN을 사용하여 강체 전차선의 스프링 상수를 얻었다. 계산 결과에 의하면 지지점 근방에서 급격히 상수가 변하는 해석 결과를 얻어, 이를 완화하기 위하여 지지점의 설계는 충분한 유연성의 확보가 필요하다는 것을 알았다.
2. 도시철도의 집전시스템인 판토그래프와 전차선 사이의 상호작용 해석을 위한 집전 성능 시뮬레이션 프로그램을 개발하고, 해석 결과의 타당성을 검토하였다.
3. 자체 개발한 집전 성능 시뮬레이션 프로그램은 이론적으로 유도할 수 있는 추종성능(진폭)과 일치하는 결과를 제공하고 있다. 다만, 단순한 해석 모델을 사용하므로서 실제와는 다른 전차선의 공진 문제가 발생할 수 있으므로 해석 결과를 평가할 때 주의할 필요가 있다.
4. 시뮬레이션 결과 현재의 판토그래프에서 서스펜션을 개량하게 되면 접촉력 변화를 개선할 수 있는 해석 결과를 얻었고, 더 좋은 집전성능이 가능하다는 것을 시뮬레이션을 통해 알 수 있었다.

참고문헌

[1] 島田 健夫三, "架線とペンタグラフの相互作用" RRR 2001. 9, pp. 34~35.

[2] 池田 充, "架線·ペンタグラフの接觸力を測る" RRR 2000. 7, pp. 4~7

[3] G. POETSCH, J. EVANS, R. MEISINGER, W. KORTÜM, W. BALDAUF, A. VEITL and J. WALLASCHEK "Pantograph/ Catenary Dynamics and Control" Vehicle System Dynamics, 28 (1997), pp. 159~195

[4] T.X. Xu and M.J. Brennan, "Active vibration control of a rail way pantograph", Journal of Rail and Rapid Transit.(1997) 211. pp. 117 ~129.

[5] 鐵道總合技術研究所編, "電車線とペンタグラフの特性", pp. 33~54

[6] 한국생산기술 연구원 "판토그래프 개발(2단계 1차년도 연차보고서)" 2000. 10 pp.167~190

[7] 김양수 외 "전기철도공학" 1993. 3 pp. 388~396

[8] 6호선 전동차정비지침서 4권, 서울특별시도시철도공사 2000

[9] 최연선, "시변강성 가선계의 집전성능", 한국철도학회 논문집/제3권/제3호/2000년, pp. 131~138