

알루미늄 합금박판 비등온 성형공정 스프링백 해석용 유한요소 프로그램 개발 (2 부 : 이론 및 해석)

금영탁* · 한병엽** · R.H. Wagoner***

Development of Finite Element Program for Analyzing Springback Phenomena of Non-isothermal Forming Processes for Aluminum Alloy Sheets (Part II : Theory & Analysis)

Y. T. Keum, B. Y. Han and R.H. Wagoner

Abstract

The implicit, finite element analysis program for analyzing the springback in the warm forming process of aluminum alloy sheets was developed. For the description of planar anisotropy in warm forming temperatures, Barlat's yield function is employed, and the power law type constitutive equation is used in terms of working temperatures for the depiction of work hardening in high temperatures. Also, Jetture's 4-node shell elements are introduced for reflecting the mechanical behavior of aluminum alloy sheet and the non-steady heat balance equations are solved for considering heat gain and loss during the forming process. For the springback evaluation, Newton-Raphson iteration method is introduced for overcoming the geometric nonlinearity problem. In order to verify the validity of the FEM program developed, the stretching bending and springback processes are simulated. Though springback analysis results are slightly bigger than experimental ones, they have the same trend of the decreasing springback as the forming temperature increases

Key Words : Springback, Non-isothermal Sheet Metal Forming, Aluminum Alloy Sheets, Implicit FEM, Barlat's Anisotropy yield

1. 서론

최근 알루미늄 합금 소재를 이용한 박판제품 경량화 연구가 상당부분 진척 되어있다. 그러나 알루미늄 합금 소재는 성형시 일반 강판소재에 비하여 스프링백이 크게 발생하는 단점이 있다. 이러한 스프링백 현상은 제품의 치수 정밀도를 저하시킬 뿐만 아니라 제품결합의 원인이 될 수 있기 때문에 스프링백의 정

확한 예측은 금형 설계에 중요한 요건이라고 할 수 있다.

FEM 을 이용한 스프링백 해석에서 정적 평형 상태를 만족하는 내연적 유한요소법(Implicit FEM) 은 외연적 유한요소법(Explicit FEM)보다 해석 결과의 정확성이 우수하다. 또한 성형 해석에서 사용한 쉘 요소와 유사한 쉘 요소를 사용함으로써 스프링백 해석의 오차를 줄일 수 있다.

Pourboghraat 등⁽¹⁾은 쉘 요소를 이용한 유한 요소 해석에 있어 계산 시간 등의 문제점을 줄이기

* 한양대학교 기계공학부

** 한양대학교 일반 대학원 정밀 기계공학과

*** MSE, OSU

위해 박막 셀 복합 요소를 통한 성형 및 스프링백 해석에 대한 연구를 수행하였으며, 기존 셀 요소에 의한 해석에 비해 계산 시간을 50% 가량 단축 시켰다. Yoon 등⁽²⁾은 3D hybrid membrane/shell 방법을 이용하여 스프링백을 계산하였다. 또한 2036-T4 알루미늄 합금과 6111-T4 알루미늄합금을 이용하여 Stretch-bending과 Draw-bending 실험후 해석치와 비교하였다. Moon 등⁽³⁾은 1050 알루미늄 합금의 경우 Tool의 온도와 Ram 속도에 따른 스프링백을 측정하였고 열간 공정과 냉간 공정을 조합하여 기존의 실험과 비교하여 20%의 스프링백 저감효과를 얻었다. 김용환 등⁽⁴⁾은 비등온 박판성형 공정을 3 차원 유한요소 해석법을 이용하여 성형온도가 성형성에 미치는 영향을 평가하였다. 양동열 등⁽⁵⁾은 스프링백 현상을 유한요소법으로 해석시 스프링백에 영향을 미치는 모델링 인자인 벌칙상수, 블랭크의 요소 크기, 곡률부의 요소 수, 편치 속도에 대해 평가하였으며, 벤치 마크 문제인 S-rail과 실제 산업 예제인 루프 패널의 스프링백 해석을 수행하였다. 정완진 등⁽⁶⁾은 Zhu와 Zacharia의 4 절점 요소를 이용하여 탄성 복원 해석에 적합한 유한 요소 해석 기법을 제안하였고 반복 계산 해석방법 및 초기 잔류 응력에 의한 하중 부여 방법에 근거한 프로그램을 개발하여 U형 드로우벤딩 문제와 S 레일 성형 문제를 해석하여 적용성을 비교 하였다.

본 연구에서는 알루미늄합금 재료의 평면이방성을 모델링하고자 Barlat이 제시한 항복식을 비상온에서 이방성계수의 값을 결정하여 도입하였다. 또한, 응력-변형률-변형률속도-온도 관계를 멱급수 형태의 변형경화식을 도입하였고, 4 절점 셀 요소를 사용하여 내연적 유한요소 프로그램을 개발하고 스트레치 벤딩 공정을 성형 및 스프링백 해석 하였다.

2. 비등온 성형공정 및 스프링백 해석

2.1 평면 이방성 항복식

평면응력 상태($\sigma_{33} = 0$)를 가정하면 Barlat의 이방성 항복조건식 Φ 는 다음과 같다.

$$\Phi(\sigma_{ij}) = |\lambda_1 - \lambda_2|^M + |\lambda_1 + 2\lambda_2|^M + |2\lambda_1 + \lambda_2|^M = 2\bar{\sigma}^M \quad (1)$$

여기서, 유효응력 $\bar{\sigma}$ 는 압연방향의 단축 인장 항복응력으로 정의한다. 식(1)에서 M 은 결정 구조와 관련된 항복 파라미터 M 값은 FCC 금속에 대해서는 8, BCC 금속에 대해서는 6으로 알려져 있다⁽⁷⁾.

식(1)에서 $\lambda_{k=1,2}$ 는 식(2)의 행렬 L_i 의 주값을 나타낸다.

$$L_i = \begin{bmatrix} \frac{(b_3 + b_3)\sigma_{11} - b_3\sigma_{22}}{3} & b_6\sigma_{12} \\ b_6\sigma_{12} & \frac{-b_3\sigma_{11} + (b_1 + b_3)\sigma_{22}}{3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(2)에서 첨자 1,2는 직교 이방성 대칭축을 나타내며, 압연 강판의 경우 각각 압연 및 폭방향이다. 그리고, $b_{i=1,2,3,6}$ 는 이방성 계수로서 결정조직 혹은 인장시험으로부터 산출된다.

이방성 b_1, b_2, b_3 계수는 압연방향과 폭방향의 단축 인장 항복응력(σ_0^u, σ_0^v)과 등이축 인장 항복응력(σ_0)을 이용하면 구할 수 있다.

비상온에서 이방성계수의 값을 결정하기 위해서는 많은 온도에서의 실험이 필요하며 특히, 본 연구에서 도입할 Keum과 Lee⁽⁸⁾의 이방성계수 계산방법은 각도별 박판의 항복응력과 소성변형률비를 필요로 한다. 이러한 다수의 고온실험 회수를 줄이기 위하여 본 연구에서는 Keum과 Ghoo⁽⁹⁾가 제안한 고온 이방성계수 결정법을 따랐다.

2.2 비등온 구성 방정식

본 연구에서는 변형률속도항을 고려하는 강점소성 유한요소 수식화에 주로 사용되는 멱급수(power law) 형태의 변형경화식을 도입한다. 즉, 등방성 가공경화를 가정할 수 있는 박판성형해석에서 비등온 소재의 응력-변형률-변형률속도-온도 관계를 효과적으로 나타낼 수 있는 다음과 같은 변형경화식을 도입한다.

$$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T) = \sigma_0(T) + K(T) \{ \bar{\epsilon} + \epsilon_0(T) \}^{n(T)} \left\{ \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\gamma(T)} \right\}^{m(T)} \quad (3)$$

여기서, T 는 온도를 의미하며, $\bar{\sigma}$, $\bar{\epsilon}$, $K(T)$, $n(T)$, $m(T)$ 는 유효응력, 유효변형률, 강도계수, 가공경화지수, 변형률속도 민감도지수를 각각 나타낸다. $\sigma_0(T)$, $\epsilon_0(T)$, $\gamma(T)$ 는 예응력(pre-stress), 예변형률(pre-strain), 기본 변형률속도를 각각 나타낸다. $K(T)$, $n(T)$, $m(T)$ 는 각각 온도에 관한 다항식으로 표현된다.

2.3 셀 유한 요소 수식화

유한요소의 정식화를 위해 가상일의 원리를 도입한다. 가상변위에 의한 가상일의 원리란 외력을 받는 어떤 재료가 평형상태에 있다고 가정하

고, 여기에 임의의 가상의 변위 δu 를 가할 때 이 가상변위에 의해 발생한 외력 potential 의 총화와 가상변위에 의해 재료내에 저장된 내부변형에너지 총화가 0 이 된다는 것이다. 따라서, 가상변위와 이에 따른 가상변형도를 각각 δu 와 $\delta \epsilon$ 이라고 한다면, 가상변위에 의한 변형에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \delta \epsilon^T \sigma dV \\ &= \int_V \delta \epsilon^T E^p \epsilon dV \\ &= \langle \delta u \rangle \left\{ \int_V B^T E^p B dV \right\} \{ u \} \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)를 이용하여 다음과 같이 요소의 강성행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{K} &= \int_V B^T E^p B dV \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T E^p B |J| d\xi d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, (ξ, η, ζ) 와 J 는 요소내에서 정의되어지는 국부좌표계와 국부좌표계와 전역좌표계를 연계해 주는 자코비안 행렬을 각각 나타낸다.

Jetture⁽¹⁰⁾ 와 Li⁽¹¹⁾에 의하여 개발된 4 절점 Jetture 쉘 요소를 사용하여 성형해석 및 스프링백해석이 수행되었다. 이 요소는 Marguerre 얇은 쉘 이론에 기초하고 있다. 굽힘 거동은 1 굽힘변위와 2 회전변위의 절점 미지수를 3 차로 보간하는 Kirchhoff 이론을 따른다. 박막거동은 2 평면변위의 선형보간을 개선하는 회전을 도입한다.

2.3.1 운동학

수식화에서 국부좌표계의 z 축은 쉘요소에서 유일하게 정의된 기준면에 항상 수직하다는 것이 가정되었다. Fig.1 은 기준면을 정의하는 방법을 보여 주고 있다.

국부 z-축은 절점 8 과 절점 6 그리고 절점 7 과 절점 5 를 각각 통과하는 2 벡터 ξ, η 로 구할 수 있다.

$$z = \frac{\xi \times \eta}{|\xi \times \eta|} \quad (6-a)$$

국부 z-축으로부터 구해지는 x-축과 y-축은 다음과 같다.

$$x_1 = \eta \times z \quad (6-b)$$

$$x_2 = z \times x_1 \quad (6-c)$$

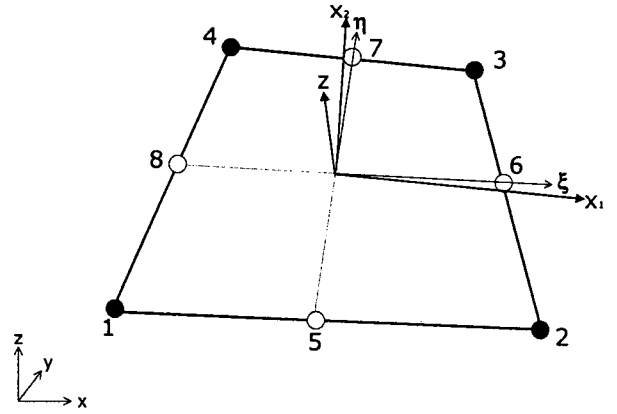


Fig.1 Definition of the local axes $X_1 - X_2$ in the reference surface

한 절점에서 정의된 변위와 자유도의 부호 규약은 Fig.2 와 같다;

변형 전, 후의 쉘요소 형상으로부터 구해지는 수직벡터들은 각각 다음과 같다.

$$n = \begin{Bmatrix} -z_{,1} \\ -z_{,2} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$m = \begin{Bmatrix} -z_{,1} - w_{,1} \\ -z_{,2} - w_{,2} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

중간면에 존재하지 않는 임의의 한 점 P 의 변형 전후의 위치벡터는 다음과 같다:

$$p = \begin{Bmatrix} x_1 - \zeta z_{,1} \\ x_2 - \zeta z_{,2} \\ z + \zeta \end{Bmatrix} \quad (9-a)$$

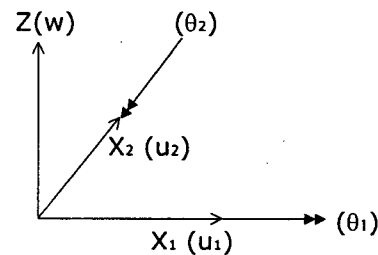


Fig.2 The sign convention of primary variables

$$r = \begin{Bmatrix} x_1 + u_1 - \zeta z_{,1} - \zeta w_{,1} \\ x_2 + u_2 - \zeta z_{,2} - \zeta w_{,2} \\ z + w + \zeta \end{Bmatrix} \quad (9-b)$$

여기서, u_1, u_2 는 변위 벡터 $\zeta \in \left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right]$ 의 평면 성분이고, t 는 쉘 두께이다.

한 점 P 에서 변위벡터 u_p 는 다음과 같이 정의 되기 때문에

$$u_p = \begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \end{Bmatrix} = r - p \quad (10)$$

Green-Lagrange 변형률 텐서는

$$2E = \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^T \frac{\partial r}{\partial x} - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^T \frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

이다. 여기서 $x^T = \{x_1, x_2, z\}$ 이다. Green-Lagrange 변형률을 선형화하여 Marguerre 얇은 쉘 이론에서 사용된 변형률을 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$2E_{ij} = 2E_{ij}^m + 2E_{ij}^f = (u_{i,j} + u_{j,i} + z_{,i}w_{,j} + z_{,j}w_{,i} + u_{k,i}u_{k,j} + w_{,i}w_{,j}) + (-\zeta w_{,ij}) \quad (12)$$

식(12)에서 굽힘과 박막이 연동되는 항들은 박막 잠금 현상이라는 신장형 굽힘모드를 만든다. 이 모드를 없애기 위하여 4 평균 모서리 신장과 2 평균 대각 신장들의 차이를 연동항과 2 차항에서 사용하였다⁽¹⁰⁾. 비록 평면변위와 관계하는 2 차항이 무시되었다 할지라도 대변위와 대화전 해석은 이들을 별도로 고려하였기 때문에 정확히 수행된다^(11,12).

2.3.2 변형률-변위 관계식

평면변위의 2 차항을 제외한 식(12)는 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$E = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(w+z)}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial(w+z)}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{\partial(w+z)}{\partial x} \frac{\partial(w+z)}{\partial y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \end{pmatrix} + \zeta \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (13-a)$$

또한 Green 변형률의 변분은 다음과 같다.

$$\delta E = B^0 \delta u + \begin{pmatrix} \frac{\partial(w+z)}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial(w+z)}{\partial x} \\ \frac{\partial(w+z)}{\partial x} & \frac{\partial(w+z)}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \delta w}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta w}{\partial x} \\ \frac{\partial \delta w}{\partial x} \end{pmatrix} + B^b \delta w = B^0 \delta u + T(w^0, w)^T B^b \delta w + B^b \delta w \quad (13-b)$$

여기서 $u^T = \{u_i, v_i\}$ 와 $w^T = \{w, \theta_x, \theta_y\}$, $i=1,4$ 는 절점변위 벡터이다. B^0 는 평면 변위와 관계하는 표준행렬이고, B^b 는 비평면변위로부터 생성되는 행렬이다. B^0 , B^b 그리고 B^b 는 요소변형과는 독립적이다. T 가 현단계 변위의 함수이기 때문에 식(13)은 비선형이다

내력은 다음과 같이 표현된다:

$$(\delta q)^T K_T q = \int_V \{S_{ij} \delta E_{ij}\} dV \quad (14-a)$$

행렬 형태로는

$$(\delta q)^T K_T q = \int_V \{B^0 \delta u + T_i(w^0, w)^T B^b \delta w + B^b \delta w\} S dV \quad (14-b)$$

이다. 여기서 V 는 초기체적이며, S 는 Piola-Kirchhoff 2 종 응력텐서이고, K_T 는 접선강성행렬이다.

2.3.3 변위/회전장 보간

회전단이 없는 Kirchhoff 형 셀요소를 위하여 회전장 $\theta^T = \{\theta_x, \theta_y\}$ 의 2 차 보간이 사용된다:

$$\theta = \sum_{i=1}^4 N_i \theta_i + \sum_{k=5}^8 H_k \Delta \theta_k n_k \quad (15)$$

여기서 $\Delta \theta_k$ 는 절점 i 와 절점 j 간의 모서리가 같은 자유도이고, n_k 는 $n_k = \{n_x, n_y\}$ 이다. N_i 와 H_k 는 각각 다음과 같이 표현되는 4 절점 선형 형상함수와 8 절점 Serendipity 형상함수이다:

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta); \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (16-a)$$

$$H_k = \begin{cases} \frac{1}{2} (1 - \xi^2) (1 + \eta_i \eta) & ; K = 5, 7 \\ \frac{1}{2} (1 - \eta^2) (1 + \xi_i \xi) & ; K = 6, 8 \end{cases} \quad (16-b)$$

Kirchhoff 가정으로부터 $\Delta\theta_k$ 는 절점변수로 표현된다. 전단구속을 만족시키기 위하여 횡변위, w , 보간은 회전장 보간보다 1 차 높아야 한다. 따라서 횡변위장 보간은 3 차다항식으로 다음과 같다:

$$w = \sum_{i=1}^4 N_i w_i + \sum_{k=5}^8 H_k \Delta w_k + \sum_{k=5}^8 M_k \Delta\theta_k \beta_k \quad (17)$$

여기서 Δw_k 는 중간 절점 변위이고, β_k 추가적인 파라미터이다. M_k 는 중간절점 회전과 관계하는 형상 함수로 다음과 같이 정의된다:

$$M_k = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \eta_i \eta_j) \xi (1 - \xi^2) & ; K = 5, 7 \\ \frac{1}{2}(1 + \xi \xi_j) \eta (1 - \eta^2) & ; K = 6, 8 \end{cases} \quad (18)$$

모든 모서리에서 중간절점에 4 전단 구속을 적용함으로써 $\Delta\theta_k$, Δw_k 그리고 β_k 는 절점변위와 모서리 길이와 다음과 같이 관계하게 된다:

$$\Delta\theta_k = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{L_k} (w_i - w_j) - \frac{1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right) \quad (19-a)$$

$$\Delta w_k = \frac{L_k}{8} (\theta_i - \theta_j) \quad (19-b)$$

$$\Delta\beta_k = -\frac{L_k}{6} \quad (19-c)$$

따라서 횡변위와 회전장의 보간은 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$w = \sum_{i=1}^4 N_i w_i + \sum_{k=5}^8 H_k \frac{L_k}{8} \mathbf{n}_k^T (\theta_i - \theta_j) + \sum_{k=5}^8 M_k \left(\frac{1}{4} (w_i - w_j) + \frac{L_k}{8} \mathbf{n}_k^T (\theta_i + \theta_j) \right) \quad (20)$$

$$\theta = \sum_{i=1}^4 N_i \theta_i + \sum_{k=5}^8 H_k \left(\frac{3}{2L_k} (w_i - w_j) \mathbf{n}_k - \frac{3}{4} \mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^T (\theta_i + \theta_j) \right) \quad (21)$$

드릴링 회전을 포함하는 평면응력 문제에 대한 변분형은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.⁽¹²⁾

$$\pi_d(\mathbf{u}, \theta_z, \tau) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega + \int_{\Omega} \tau (\omega_{12} - \theta_z) d\Omega \quad (22)$$

여기서 $2\tau = \sigma_{12} - \sigma_{21}$ 는 반대칭 응력성분이고, ω_{12} 는 다음과 같다:

$$\omega_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (23)$$

드릴링 회전보다 1 차 높게 박막변위장이 보간되어야 하기 때문에, 평면변위장 $\mathbf{u}^T = \{u \ v\}$ 는 아래와 같이 보간될 수 있다.

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} + \sum_{k=5}^8 H_k \begin{Bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta v_k \end{Bmatrix} \quad (24)$$

수직변위는 드릴링 회전으로 다음과같이 표현될 수 있고⁽¹²⁾,

$$\Delta \mathbf{u}_{nk} = \frac{L_k}{8} (\theta_{z_j} - \theta_{z_i}) \quad (25)$$

최종적으로, 박막변위장의 보간함수는 다음과 같이 된다:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} + \sum_{k=5}^8 H_k \frac{L_k}{8} (\theta_{z_i} - \theta_{z_j}) \mathbf{n}_k \quad (26)$$

2.4 비정상 열평형 방정식

박판을 유한요소로 분할하고 요소내의 온도분포를 다음과 같이 표현된다.

$$T(x, \tau) = N \zeta \quad (27)$$

여기서, N 과 ζ 는 요소의 형상함수와 시간 τ 에서의 요소의 절점온도 벡터를 각각 나타낸다. 비등온 성형공정의 비정상 열전달 지배 방정식에 Galerkin 법을 적용하면 다음 식이 얻어진다.

$$\int_{\Omega} N^T (k_i \nabla(\nabla T) + \dot{q}_d + \dot{q}_f - \rho c_i \frac{\partial T}{\partial \tau}) d\Omega = 0 \quad (28)$$

여기서, \dot{q}_d 와 \dot{q}_f 는 각각 변형에 의한 열발생과 마찰에 의한 열발생을 나타낸다. 식(28)를 부분적분하고 식(27)과 Fourier 법칙을 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\int_{\Omega} k_i (\nabla T)(\nabla N) d\Omega \zeta - \int_{\Omega} \dot{q}_d N^T d\Omega - \int_{\Omega} \dot{q}_f N^T d\Gamma + \int_{\Gamma} q_f N^T d\Gamma + \int_{\Omega} \rho c_i N^T d\Omega \zeta = 0 \quad (29)$$

식(29)에서 3 번째와 4 번째 항은 외부 경계면에서의 기여분만 고려된다. 따라서 다음과 같은 열유속이 규정된 경우와 대류열전달인 경우의 경계조건을 고려하면 된다.

$$\int_{\Gamma_3} q N^T d\Gamma = \int_{\Gamma_3} \bar{q} N^T d\Gamma \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\int_{r_a} d\Gamma &= \int_{r_a} N^T d\Gamma \\
&= \int_{r_a} h_j (T - T_j) N^T d\Gamma \\
&= \int_{r_a} h_j N^T N d\Gamma \zeta - \int_{r_a} h_j T_j N^T d\Gamma
\end{aligned} \tag{31}$$

여기서, \bar{q} , q_h , h_j 는 규정된 열유속, 대류열전달에 의한 열유속, 대류열전달이 발생하는 두 물체사이의 대류열전달 계수를 각각 의미한다. j 는 공기($j=a$), 블랭크홀더($j=b$), 다이($j=c$), 펀치($j=p$)를 각각 의미하며 성형중 공기, 블랭크홀더, 다이, 펀치는 온도변화가 없다는 가정하에 상수로 가정될 수 있다. 식(30)과 식(31)을 이용하면 경계조건이 지배 방정식에 포함된 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\bar{K}\zeta + \bar{C}\zeta + \bar{Q} = 0 \tag{32}$$

여기서 각 계수항들은 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{K} = \int_{\Omega} k_r (\nabla N)^T (\nabla N) d\Omega + \int_{r_a} h_j N^T N dT \tag{33}$$

$$\bar{C} = \int_{\Omega} \rho c_r N^T N d\Omega \tag{34}$$

$$\bar{Q} = - \int_{\Omega} \dot{q}_d N^T d\Omega - \int_{r_a} \dot{q}_f N^T d\Gamma \tag{35}$$

$$+ \int_{r_3} \bar{q} N^T d\Gamma - \int_{r_a} h_j T_j N^T d\Gamma$$

식(35)에서 \bar{q} 는 규정된 열유속을 나타내며 우변의 다른 항들은 다음과 같이 정의된다.

$$\int_{\Omega} \dot{q}_d N^T d\Omega = \int_V k \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dV \tag{36}$$

$$\int_{r_a} \dot{q}_f N^T d\Gamma = \int_{A_c} f_b v_b dA \tag{37}$$

$$+ \int_{A_c} f_c v_c dA + \int_{A_p} f_p v_p dA \tag{38}$$

$$\int_{r_a} h_j T_j N^T d\Gamma = \int_{A_a} h_a T_a dA + \int_{A_b} h_b T_b dA + \int_{A_c} h_c T_c dA + \int_{A_p} h_p T_p dA$$

여기서, A_j , f_j , v_j , h_j , T_j 는 각각 공기, 블랭크홀더, 다이, 펀치와의 접촉면적, 마찰력, 박판과 금형의 상대속도, 상당열전달 계수, 온도를 의미한다. χ 는 변형률 에너지 분율 상수이며 변형이 열로 변환되는 정도를 나타내는 것으로 본 연구에서는 0.9 의 값을 사용하였다.

2.5 스프링백

성형 중 판재가 일으키는 변형률의 대부분은 소성변형이 차지하고 있으나 탄성변형도 포함되어 있다. 탄성 변형은 외력이 제거되면, 즉 판재 성형의 금형 구속이 풀리게 되면 재료에 남아 있는 잔류응력에 의해 변형이 회복되는 스프링백 현상의 해석은 소변형률, 대회전의 기하학적 비선형 특성을 가지고 있다. 따라서, 이를 효과적으로 규명하기 위해서 비선형 탄성변형 해석을 뉴턴-랩슨 반복 계산법으로 수행하였다.

탄성 변형률-응력 관계는 식(39)와 같이 표현되어 진다.

$$\hat{\sigma} = \hat{D} \hat{\epsilon} \tag{39}$$

여기서, $\hat{\sigma}$ 는 요소응력을, \hat{D} 탄성행렬로 국부좌표계로 변환된 값을 각각 나타낸다. 한편, 선형탄성의 \hat{f}^{int} 요소내력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{f}^{int} = \int_V \hat{B}^T \hat{\sigma} dV \tag{40}$$

여기서, \hat{B} 은 변형률-변위 관계를 정의하는 구배행렬을 나타낸다.

식(40)에 대한 변분을 취해 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta \hat{f}^{int} = \hat{K} \delta \hat{p} \tag{41}$$

여기서, \hat{K} 는 요소강성행렬(local stiffness matrix), \hat{p} 는 병진변위와 회전변위로 이루어진 요소 변위 성분을 각각 나타낸다.

이때, 국부좌표계와 전체좌표계 사이의 관계행렬 T 를 이용하면, 전체좌표계에서의 선형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta f^{int} = T^T \hat{K} T \delta p \tag{42}$$

한편, 유한요소방정식은 내력과 외력의 평형으로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f^{exp} - f^{int} = 0 \tag{43}$$

여기서, f^{exp} 는 외력을 나타내고 있으며, 스프링

백 현상에서는 성형 후 발생하는 되돌림력을 외력으로 고려하게 된다. 이러한, 되돌림력은 재료에서 성형 시 발생하는 변형 응력이 성형 후 금형이 제거됨으로써 발생하는 힘으로 스프링백 현상을 발생시키는 요인이라 할 수 있다. 이러한 되돌림력에 대한 정보는 성형해석을 통해 최종 재료상태로부터 얻을 수 있는 정보이다.

식(42)와 식(43)을 통해 다음과 같은 선형 유한요소 방정식을 도출할 수 있다.

$$(\mathbf{T}^T \hat{\mathbf{K}} \mathbf{T}) \delta \mathbf{p} = \mathbf{f}^{\text{ext}} - \mathbf{f}^{\text{int}} \quad (44)$$

식(44)는 기하학적 비선형 특성을 가지게 되므로, 뉴턴-랩슨 반복법과 하중배분법칙 등을 적용하여 해석을 수행하게 된다.

3. 수치해석

본 연구에서 제안한 유한 요소법의 타당성을 검증하기 위하여 스트레치 벤딩 해석을 수행하였다.

해석 모델은 Fig. 3 과 같다. 다이의 굽힘반경 10mm, 펀치 코너 반경은 2mm, 펀치와 다이의 클리어런스는 0.4mm 로 하여 기존 실험적 연구⁽¹⁴⁾에서 제작한 축소 금형과 일치되게 모델링 하였다. 시편의 크기는 실험시 150mm×30mm 이었던 반면 해석 모델에서는 해석 시간 단축을 위해서 소재를 폭방향으로 대칭 경계조건을 이용하여 150mm×15mm 의 크기로 모델링 하였다. 5mm×6mm 와 5mm×1mm 인 두가지 요소를 같이 사용하여 총 87 개의 요소로 해석을 수행하였다.

해석시 펀치의 위치를 제어하는 방법으로 박판을 성형시켜 시편의 응력 및 변형량을 계산한뒤 펀치를

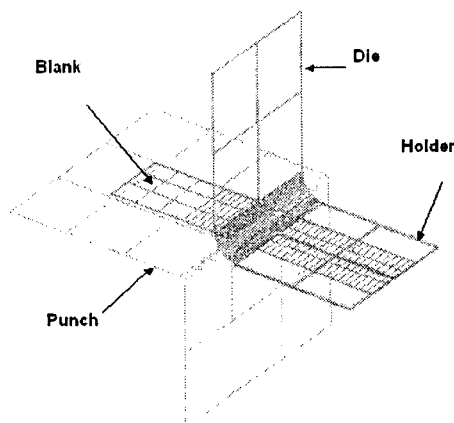
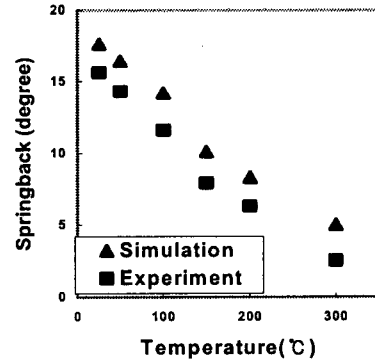
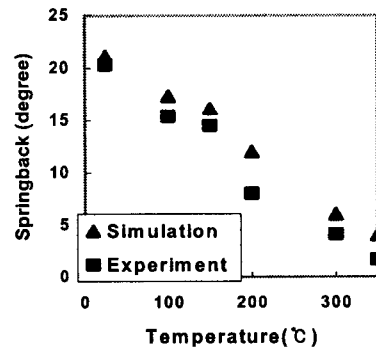


Fig.3 Finite element model of stretch bending problem



(a) AL1050



(b) AL5052

Fig. 4 Comparison of springback amount of (a) AL1050 and (b) AL5052 after stretch bending between simulation and experiment associated with various test temperatures.

제거한후 성형시킴으로써 스프링백 해석이 되도록 하였다. 펀치와 시편 사이의 마찰계수는 0.25, 시편과 다이 사이의 마찰계수는 0.25 그리고 홀더와 시편 사이의 마찰계수를 0.30 으로 가정하였다. 온도에 따른 마찰계수의 변화가 거의 없다는 연구 결과⁽¹³⁾를 토대로 마찰계수를 일정한 값으로 사용하였다. 블랭크홀더의 경우 변위를 고정시켜 마찰로 블랭크를 고정하도록 모델링 하였다.

Fig. 4 는 온도에 따라 본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 측정한 스프링백 크기와 기존 연구⁽¹⁴⁾에서 측정한 실험값과 비교한 그래프이다. AL1050, AL5052 두 소재 모두 각 성형 온도에서 해석값과 실험값이 차이를 보이고 있으나 온도가 증가함에 따라 스프링백의 감소 경향은 대체적으로 일치하고 있음을 알 수 있다. AL1050 는 해석 온도별로 비슷한 크기의 오차가 나타나는 반면 AL5052 는 200℃ 근처에서 실험값과 해석 값의

차이가 가장 크게 나타난다. AL1050 의 경우 AL5052 에 비해 상대적으로 스프링백양이 작기 때문에 이러한 결과가 확연하게 나타나지 않지만 급격한 스프링백의 변화를 나타내는 AL5052 의 경우엔 완벽하게 묘사하지 못하는 것을 알 수 있다. 또한 계산 시간을 줄이기 위해서 요소의 크기를 충분히 작게 하지 못한 것이 오차 발생의 한 요인이라 추정된다.

4. 결론

비등온 박판성형 공정의 유한요소해석과 성형 후 스프링백 현상을 효과적으로 묘사할 수 있는 유한요소 방정식을 정식화하고, 이를 바탕으로 임의의 성형 조건을 갖는 비등온 박판성형과 스프링백 현상을 유한요소 해석할 수 있는 내연적 전산 프로그램을 개발하였다. 일련의 프로그램 개발로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 내연적 유한요소법과 쉘요소를 사용하여 박판성형과 스프링백 해석의 정확성을 높였다.

(2) Barlat 항복식에 온도에 따른 이방성 계수를 도입하였으며, 온도종속 변형 경화식을 도입함으로써 비등온 성형공정을 현실적으로 묘사하였다.

(3) 스트레치 밴딩 성형후 갖는 스프링백의 해석값과 실험값이 공학적 오차범위로 다소 차이를 보이고 있어 개발된 프로그램의 타당성을 보였다.

(4) AL1050 소재와 AL5052 소재가 모두 온도가 증가함에 따라 스프링백양이 감소하는 경향을 전산 시뮬레이션을 통해 확인하였다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2001-041-E00097)

참 고 문 헌

1. F.Pourboghraat and E. Chu, 1997, "Prediction of springback and sidewall curl in 2D-draw bending", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol 50, Issues 1-4, March 1995, pp.361-374
2. Jong-Whan Yoon, Farhang Pourboghraat, Kwansoo Chung, Dong-Yol Yang, 2002, "Springback prediction for sheet metal forming process using a 3D hybrid membrane/shell method", *International Journal of Mechanical Sciences* 44, pp.2133-2153
3. Y.H. Moon, S.S. Kang, J.R. Cho, T.G. Kim, 2003, "Effect of tool temperature on the reduction of the springback of aluminum sheets", *Materials Processing Technology* 132, pp.365-368
4. 송광현, 이재동, 최이천, 서대교, 1999, "금형의 온도와 처리 상태에 따른 판재의 마찰특성" 한국소성가공학회지 제 8 권 제 3 호, pp.245-251
5. 양동열, 이상욱, 윤정환, 유동진, 1999, "박판 성형에서의 스프링백 해석과 산업적 응용", 한국소성가공학회지 제 8 권 제 1 호, pp.22-28
6. 정완진, 1999, "박판 성형시 탄성복원에 대한 유한요소 해석" 대한 기계학회 논문집 A 권, 제 23 권 제 12 호, pp.2197-2208
7. Barlat, F., Lege, D. J., Berm, J. C. and Warren, C. J., 1991, "Constitutive Behavior of Anisotropic Material and Application to a 209 Al-Li Alloy", *Modeling the Deformation of Crystalline Solids* Edited by T.C. Lowe, A.D. Rollett, P.S. Follansbee and G.S. Daehn, The Minerals, Metals & Materials Society, pp.189-203
8. Y.T.Keum and K.B.Lee, 2000, "Sectional finite element analysis of forming processes for aluminum-alloy sheet metals", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 42, No. 10, pp.1911-1933
9. Y.T.Keum and B.Y.Ghoo, "Anisotropy at high temperatures", *Journal of Ceramic Processing Research*, Vol. 3, No. 3, pp.178-181, 2002.
10. P. Jetteur and F. Frey, "A four node Marguerre element for non-linear shell analysis", *Eng. Comp.*, v3, 276-282, 1986
11. Kaping Li, "Contribution to the finite element simulation of three-dimensional sheet metal forming", Ph.D thesis, MSM, Universite de Liege, Belgique, 1995
12. M.A. Crisfield, "Non-linear finite element analysis of solids and structures. Volume 2", John Wiley & sons, 1997.
13. 서대교, 1999, "금형의 온도와 처리 상태에 따른 판재의 마찰특성" 한국소성가공학회지 제 8 권 제 3 호, pp.245-251
14. 김영탁, 유동열, 한병엽, 2003, "알루미늄 합금 박판 비등온 성형공정 스프링백 해석용 유한요소 프로그램 개발 (1부 : 실험)", 한국소성가공학회지, 제 12 권 제 3 호, pp.202-207