

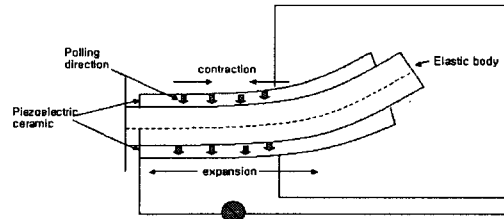
3차원 유한 요소법을 이용한 압전 외팔보의 특성 해석

김병재, 노중석, 정현교
서울대학교 전기역학연구소

Piezoelectric Bimorph Cantilever by Using the Finite Element Method

Byoung-Jai Kim, Jong-Suk Rho Hyun-Kyo Jung
School of Electric Eng. Seoul National Univ.

Abstract - 본 논문에서는 압전체의 3차원 유한 요소 해석을 통해 압전체의 공진 특성을 해석하였으며 이를 실험적으로 검증하였다. 검증된 유한요소법을 압전 외팔보(Piezoelectric Bimorph cantilever)에 적용하여 임피던스 해석을 수행하였으며 실험 결과와 비교하여 해석의 타당성을 검증하였다. 또한 팬용 압전 외팔보의 공진 특성 해석을 통해 공진 주파수, 변위 및 편향각을 계산하였다. 이를 통해 팬용 압전 외팔보의 적용 가능성을 확인하였다.



<그림 1. 압전 외팔보>

1. 서 론

압전 물질이 다양한 분야의 산업에 넓게 응용됨에 따라, 더 정확한 해석과 전기기계장치에 대한 효율적인 분석이 요구되어진다. 압전체의 해석 방법에는 Mason 모델을 이용한 1차원 적인 해석 방법과 유한 요소법을 이용한 2차원 및 3차원 해석 방법이 있다. Mason 모델을 이용한 1차원적인 해석 방법은 복잡한 형상을 표현하는데 한계를 가지며[1] 또한 형상 최적 설계에 대한 제약을 가지므로 최근 유한요소법을 이용한 수치 해석 기법의 연구가 활발히 진행되고 있다. 간단한 형상을 가지며 소형화가 가능한 압전체는 초음파 모터, 압전 변압기 및 압전 외팔보 등 소형화 및 집적화가 요구 되는 산업 분야에 널리 응용되고 있다. 특히 소음이 없다는 장점을 가지는 압전 외팔보는 다양한 진동시스템에서 대체 액츄에이터로써 압전 팬, 마이크로 펌프 및 데이터 저장 장치로 널리 응용되고 있다. 기존의 압전 진동자로서의 압전 외팔보는 압전 현상에 의해 유도되는 작은 변위량으로 인해서 0.01-0.5°의 작은 편향각을 나타내게 된다 [2]. 따라서 팬용 압전 외팔보로서의 적용에 한계를 가지게 된다. 그러므로 본 논문에서는 압전 외팔보의 큰 편향각의 얻기 위해 변형된 압전 외팔보의 임피던스 해석을 통해 구동 주파수를 결정하였다. 또한 변위 및 편향각 해석을 통해 팬용 압전 외팔보 적용의 타당성을 검증하였다.

2. 압전 외팔보의 동작 원리

그림 1은 압전 외팔보의 구조 및 구동 원리를 나타낸다. 압전 외팔보는 2개의 압전체와 1개의 탄성체로 구성되며 그림 1과 같이 압전체는 같은 분극 방향을 가진다. 그림 1의 압전체에 같은 위상의 교류 전압을 가하면 압전체는 서로 다른 전계 방향에 의해 각각 수축 및 팽창을 하게 되며 서로 부착되어 있는 탄성체와 압전체는 서로 다른 탄성 계수에 의해 그림 1과 같이 굽힘 동작을 하게 된다. 압전체는 동작 주파수에 의해 동작 특성이 결정되므로 외팔보의 공진 특성 해석을 통해 인가 주파수를 결정하는 것이 요구된다.

3. 유한 요소 정식화

행렬식 (1)은 압전체에서 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를 표현하는 식으로 압전체의 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다[1].

$$\begin{aligned} T &= c^E S - d^T E \\ D &= e S + \epsilon^T E \end{aligned} \quad (1)$$

- T : 응력 벡터
- S : 변형 벡터
- E : 전계 벡터
- D : 유전 변위 벡터
- C^E : 기계 계수행렬식 (E= 상수)
- e^S : 유전상수 (S=상수)
- e : 압전상수

해밀턴의 변분법을 압전체에 적용하면 아래와 같은 유한 요소법을 이용하여 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식을 얻을 수 있다[1]. 식 (2)에 나타난 각각의 행렬식은 참고문헌 [1]에 나타나 있다.

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu} + K_{uu} u + K_{u\phi} \phi \\ = F_B + F_S + F_P \\ K'_{\phi\phi} u + K_{\phi\phi} \phi = Q_S + Q_P \end{aligned} \quad (2)$$

- K_{uu} : 기계 계수 행렬식
- D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
- K_{uφ} : 압전 결합 행렬식
- K_{φφ} : 유전 계수 행렬식
- M : 질량 행렬식
- F_B : 기계적인 체적 힘
- F_S : 기계적인 면적 힘
- F_P : 기계적인 point 힘
- Q_S : 면전하
- Q_P : 점전하
- u : 기계적인 변위
- φ : 전위

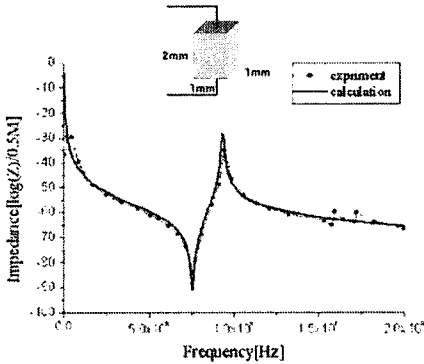
4. 유한 요소 해석

4.1 압전체의 임피던스 해석

압전체의 전기적인 임피던스는 임피던스 analyzer를 통해 실험적으로 쉽게 검증될 수 있는 물리량이며 또한 압전체의 임피던스 해석을 통해 압전체의 공진 특성 즉 공진 주파수와 반공진 주파수를 알 수 있다. 유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (3)과 같이 전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다[1].

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

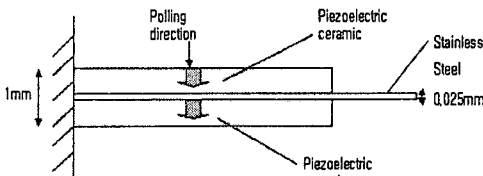
그림 2은 유한 요소법을 통해 구한 압전체의 전기적인 임피던스 파형과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를 나타낸다. 또한 임피던스 파형 해석을 통해 그림 2의 시험 모델에 대한 공진 주파수와 반공진 주파수를 구할 수 있다. 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고 문헌 [1]에서 인용된 실험 결과와 유사한 경향을 나타내므로 그림 2의 임피던스 파형은 본 논문에서의 유한 요소법 과정의 타당함을 보여준다.



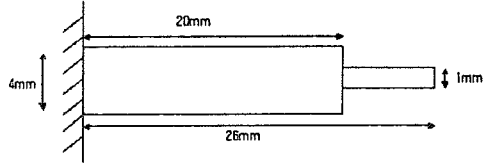
<그림 2. 임피던스 파형의 비교>

4.2 압전 외팔보 팬의 임피던스 해석

그림 3은 해석 모델을 나타낸다. 일반적인 압전 외팔보와 달리 스테인리스 스틸의 폭이 압전체의 폭에 비해 작으며 편향각을 크게 하기 위해 최소의 두께로 설계되었다.

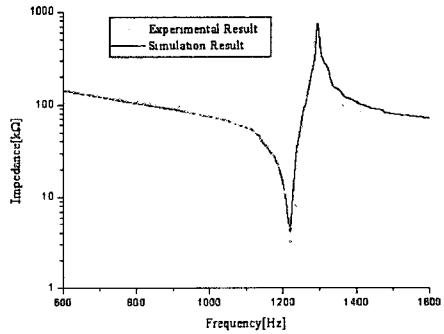


(a) 옆에서 본 형상



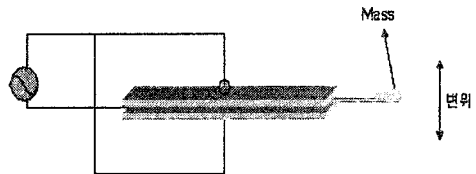
(b) 위에서 본 형상
<그림3. 압전 외팔보의 해석 모델>

그림 4에서는 타당성이 검증된 압전체 유한 요소 해석을 이용하여 압전 외팔보의 임피던스 해석의 결과를 나타낸다. 그림 4의 결과와 같이 3차원 유한 요소 해석을 통한 결과와 실험 결과가 거의 일치하는 것을 알 수 있으며 약 1.222k[Hz]의 동작 주파수를 얻을 수 있다. 이 결과를 통해 실험적으로 검증된 압전체의 3차원 유한요소법의 압전 외팔보로의 적용의 타당성을 검증하였다.



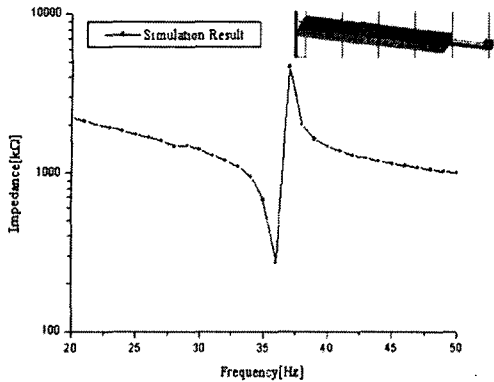
<그림 4. 실험 결과와 시뮬레이션 결과비교>

그림 5는 팬용 압전 외팔보의 구조를 나타낸다. 압전 외팔보의 끝단에서의 변위를 크게 하기 위하여 34.6[mg]의 mass를 설치하였다[2]. 공진 주파수는 압전시스템의 질량에 반비례하므로 mass에 의해 팬용 압전 외팔보의 공진 주파수는 mass를 부착하지 않은 그림 3의 압전 외팔보의 공진 주파수에 비해 작아질 것이다.



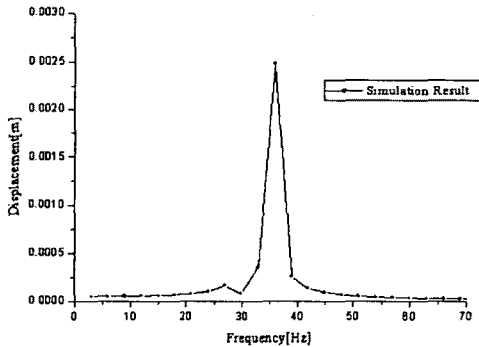
<그림 5. 질량이 가해진 압전 외팔보 >

그림 6은 질량이 가해진 압전 외팔보의 공진 특성을 나타낸다. 그림 6의 결과와 같이 질량이 가해진 압전 외팔보의 공진 주파수는 약 37[Hz]로써 그림 3의 압전 외팔보의 공진 주파수에 비해 작아진 것을 알 수 있다. 이 결과를 통해 팬용 압전 외팔보의 저주파 동작의 타당성을 검증하였으며 mass를 고려한 압전 외팔보의 3차원 유한 요소 해석의 타당성을 검증하였다.



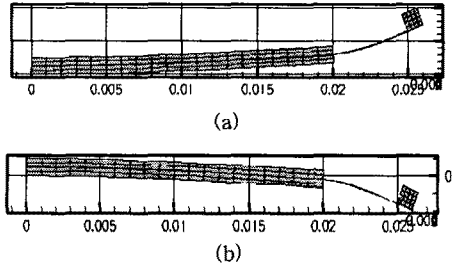
<그림 6. 질량이 가해진 압전 외팔보의 임피던스 파형>

그림7은 인가 전압이 150V 일 때의 mass가 부착된 압전 외팔보의 주파수에 따른 변위 해석 결과를 나타낸 것이다. 그림7에서와 같이 최대 변위를 가지는 주파수는 임피던스 해석을 통해 얻은 공진 주파수와 일치하는 것을 확인할 수 있다. 또한 압전 외팔보의 최대 변위량은 약 2.5mm 로써 mass가 부착되지 않았을 때 압전 현상에 의해서 얻어지는 수 μm 의 변위에 비해 큰 값을 가짐을 알 수 있다.



<그림 7. 질량이 가해진 압전 외팔보의 변위량>

그림 8은 질량이 가해진 압전 외팔보의 공진주파수에서의 동작하는 형상을 그린 것이다. 공진주파수에서의 질량이 가해진 압전 외팔보의 편향각은 약 $\pm 22.61^\circ$ 가 되는 것을 확인할 수 있다. 참고 문헌[2]에 언급된 것과 같이 mass가 부착되지 않았을 때의 편향각에 비해 큰 값을 얻을 수 있으므로 팬용 압전 외팔보로써의 적용이 가능함을 알 수 있다. 그림 8의 (a) 그림은 전압의 위상이 0° 일때의 형상이며, (b) 그림은 전압의 위상이 180° 일때의 형상을 보여주는 것이다.



<그림 8. 압전 외팔보 팬의 동작형상>

5. 결 론

본 논문에서는 압전 변환기의 임피던스 해석에 유한 요소법을 이용하였고, 실험 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다. 검증된 유한요소법을 이용하여 압전 외팔보의 임피던스를 구하고 외팔보의 실험 결과와 비교하여 해석의 타당성을 검증하였다. 또한 압전 외팔보가 팬으로 적용될 수 있는 타당성을 검증하기 위해서 팬의 끝부분에 질량을 가한 형상을 해석하여서 질량이 가해짐으로써 공진 주파수가 1.222KHz에서 37Hz로 떨어지는 것을 확인하였고, 큰 변위를 얻을 수 있음을 확인하였다. 이를 통해서 압전 외팔보의 팬으로써의 적용 가능성을 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two and ThreeDimensional Finite Elements," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990
- [2] Kui Yao, Kenji Uchino "Analysis on a composite cantilever beam coupling a piezoelectric bimorph to an elastic blade " Sensors and Actuators A89(2001)