

전자기 시스템의 다영역 위상최적설계

왕세명, 박승규, 강제남

광주과학기술원 기전공학과

Multi-domain Topology Optimization of Electromagnetic Systems

Semyung Wang, Seungkyu Park, and Jenam Kang

Dept. of Mechatronics, K-JIST

Abstract - The design of multi-domain that considers all components of the electromagnetic systems such as air, iron, magnet, and coil is investigated using the topology optimization, interpolation method, and FEM. The design sensitivity equation for the topology optimization is derived using the adjoint variable method and the continuum approach. The proposed method is applied to the topology optimization of C-core actuator.

이용하여 주어진 시스템의 지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J_s + \nabla \times H_c \quad (1)$$

여기서 J_s , H_c , μ 는 각각 밀도함수 [A/m^2], 보자력 [A/m], 투자율이다. 이 지배 방정식은 두가지 형태로 표현할 수 있다. 하나는 연속체 방법에 적용되는 적분을 이용한 방정식이다 [3-4].

1. 서론

위상최적설계란 제품의 초기 설계 시 매우 유용하게 사용되는 개념 설계이다. 전자기 시스템에서의 최적설계는 구조시스템에서의 위상최적설계를 기본으로 하고 있다[1]. 그리고 다영역 위상최적설계라고 하는 것은 대부분의 전자기 시스템 구성요소라고 할 수 있는 철, 자석, 코일, 공기 등을 동시에 설계 대상으로 하여 수행하는 위상최적설계 방법이다.

$$a_u(A, \bar{A}) = I_u(\bar{A}) \quad \text{for all } \bar{A} \in A \quad (2)$$

$$\begin{cases} a_u(A, \bar{A}) = \iiint_{\Omega} (\nabla \times A) \cdot \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A} \right) d\Omega \\ I_u(\bar{A}) = \iiint_{\Omega} [J_s \cdot \bar{A} + H_c \cdot (\nabla \times \bar{A})] d\Omega \end{cases} \quad (3)$$

본 논문에서 사용된 다영역 위상최적설계는 이전에 연구되어진 밀도법(density method)을 확장하여 사용하였다 [2-4]. 위상최적설계에서 두 가지 이상 물성치(복합물질)에 대한 연구는 수년 전에서야 비로소 시작하였는데, Sigmund 등이 MEMS 시스템의 위상최적설계에 대한 연구(구조-전기-열 시스템)를 시작하였고, 그 가능성을 보였다 [5]. 또한, 현재 MEMS 공정제작 기술의 발전으로 보다 더 큰 힘을 발생하는 자기 시스템으로의 적용이 이루어지고 있다.

여기서 \bar{A} 는 가상 벡터 포텐셜이다. 그리고 다른 하나는 FEM에서 이용되는 행렬을 이용한 이산 방정식이다.

$$KA=Q \quad (4)$$

여기서 K는 투자율의 함수인 강성 행렬이고, Q는 외력의 함수, 즉, 밀도함수와 보자력의 함수인 힘 행렬이다. 이를 함수형태의 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$K(\mu)A = Q_1(J_s) + Q_2(H_c) \quad (5)$$

본 연구는 전자기 시스템의 구성 요소인 철, 자석, 코일, 공기를 모두 고려하는 다영역 위상최적설계를 목적으로 하고 있다. 그리고 본 연구에서는 선행된 연구[4]와 다르게 여러 설계 변수들이 동시에 고려되어져서 위상최적설계가 진행된다.

이 시스템에서 디자인 변수(b)는 투자율(μ), 밀도함수(J_s), 보자력(H_c)이다.

$$b = f(\mu, J_s, H_c) \quad (6)$$

위상최적설계를 수행하기 위해서 민감도(design sensitivity)식이 보조변수법(adjoint variable method)으로 해석적으로 유도되었고, 상용화된 유한요소해석기, ANSYS,를 이용하여 민감도식을 계산하였다. 최적설계는 DOT의 SLP 를 이용하여 수행하였다.

이 변수를 위상최적설계에 사용하기 위해서는 그림 1과 같이 밀도함수의 형태로 바꿔주어야 한다.

먼저 코일 부분은 코일과 공기만이 존재하므로 식(7-8)과 같이 나타낼 수 있고, 코어부분은 철, 자석, 공기가 같이 존재할 수 있는 영역이므로 식(9-10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_s = J_{s0} \rho_1^n \quad (7)$$

$$\mu = \rho_1^n (\mu_r \mu_0 - \mu_0) + \mu_0 \quad (8)$$

2.1 다영역 위상최적설계 이론
맥스웰 방정식과 벡터 포텐셜, $B = \nabla \times A$ 을

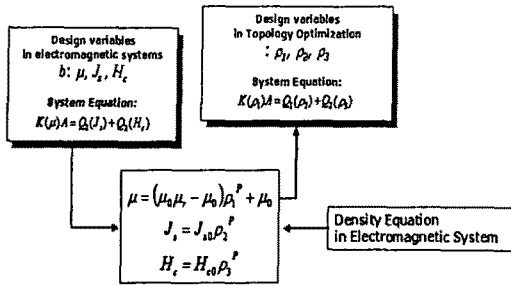


그림 1. 설계 변수의 밀도 함수

여기서 J_{so} , P_j , μ_{rc} 는 각각 초기 전류 밀도함수, 벌칙 상수 (penalization factor), 코일의 비투자율이다. 그리고 ρ_1 은 코일의 밀도함수로 변환된 변수이다.

$$H_c = H_{c0} \rho_2^{\mu_{rc}} \rho_3^{\mu_{rc}} \quad (9)$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \rho_2^{\mu_{rc}} (\rho_3^{\mu_{rc}} (\mu_{rm} - \mu_{rs}) + \mu_{rs} - 1) + 1 \quad (10)$$

여기서 H_{c0} , μ_{rm} , μ_{rs} 은 각각 초기 보자력, 자석과 철의 비투자율이다. 그리고 ρ_2 는 물질인가, 아니면 공기인가를 결정하는 변수이며, ρ_3 는 철과 자석을 구분하는 변수이다. ρ_2 가 0이면 유한요소는 공기가 되고 그때의 ρ_3 는 의미가 없어진다. 하지만 $\rho_2 = 1$ 일 경우, ρ_3 가 1이면 유한요소는 자석이 되며, 0이면 철이 된다.

2.2 수치예제

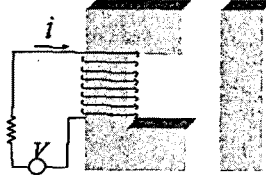
예제로 사용된 것은 그림 2에서 보여지는 C-core 엑추에이터이다. 코일의 전류는 2.0 A/mm² 이며, 코어와 블레이드의 비투자율은 3000이다. 그리고 코일의 비투자율은 0.95이며, 자석의 비투자율과 보자력의 세기는 각각 1.05, 951808 A/m를 사용하였다.

목적함수는 식을 간단하게 하기 위해서, 실제적 목적함수인 블레이드에 걸리는 힘에 비례하는 공극에서의 에너지로 정의하였다. 그리고 구속조건은 코일과 자석, 철의 부피로 하였다. 또한 위상최적설계 수행과정 중 발생하는 중간영역문제를 줄여 주기 위해 gray level indicator [3]를 사용하였다.

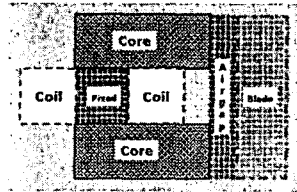
$$\text{Objective : Max. } \Psi = \sum \left(\frac{1}{2} A^T K A \right) \quad (11)$$

$$\text{Constraint : } g_i = \frac{\sum \rho_i V}{V_r} - 1 \leq 0 \quad (0 \leq \rho_i \leq 1) \quad (12)$$

$$g_2 = 1 - \frac{\sum (\rho_x - 0.5)^2}{NDV \cdot GI_d} \leq 0 \quad (0 < GI_d \leq 0.25) \quad (13)$$



(가) 실제 시스템



(나) 2차원 유한요소 모델

그림 2. C-core 엑추에이터

최적설계를 위한 민감도는 다음과 같은 일반화한 식으로 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{d\rho} &= \frac{\partial\Psi}{\partial\rho} + A^T \left(\frac{\partial Q_1}{\partial\rho} + \frac{\partial Q_2}{\partial\rho} - \frac{\partial K}{\partial\rho} A \right) \\ &= \frac{\partial\Psi}{\partial\rho} + A^T \left(\frac{\partial Q_1}{\partial J_s} \frac{\partial J_s}{\partial\rho} + \frac{\partial Q_2}{\partial H_c} \frac{\partial H_c}{\partial\rho} - \frac{\partial K}{\partial\mu} \frac{\partial\mu}{\partial\rho} A \right) \end{aligned} \quad (14)$$

표1은 다영역 위상최적설계를 수행한 결과를 보여주고 있다. "Three-domain Optimization" 은 코일 부분은 최적설계하지 않고 단지 코어의 철, 자석, 공기만을 최적설계 한 것이고, "Four-domain Optimization" 은 코일 영역까지 포함한 최적설계의 결과이다. 다영역 최적설계는 큰 시스템 향상을 나타내고 있다.

3. 결론

이 연구에서 위상최적설계를 전자기시스템에 적용하는데 있어서, 철은 물론 자석과 코일까지 고려한 다영역 위상최적설계를 연구하고, 적용하였다. 제안된 밀도법과 유도된 민감도식을 사용하여 개발된 프로그램을 검증하기 위해서

주어진 전류 입력에 대해서 최대의 자기력을 낼 수 있는 C-core 액추에이터 코어의 최적화된 위상을 구하는 문제에 적용하여 상당히 향상된 결과를 얻었다.

다영역 위상최적설계를 MEMS 분야에 적용한다면 주어진 전력소비로 보다 큰 힘을 얻을 수 있는 또는 성능을 유지하며 전력소비를 줄이는 설계가 가능해 진다.

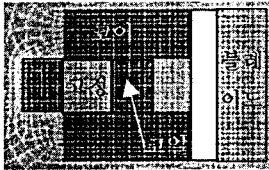
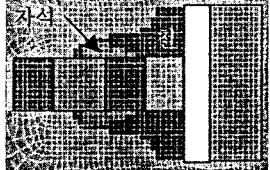

4. 후기

이 연구는 한국과학재단 지정 전남대학교 고품질 전기전자부품 및 시스템 연구센터의 연구비 지원에 의해 연구되었음

[참고문헌]

- [1] M. P. Bendsoe and N. Kikuchi, "Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method", *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, pp. 197-224, 1988
- [2] D. N. Dyck and D. A. Lowther, "Automated Design of Magnetic Devices by Optimizing Material Distribution", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 3, May 1996
- [3] S. Wang and J. Kang, "Topology Optimization of Nonlinear magnetostatics", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 38, no. 2, pp. 1029-1032, 2002.
- [4] S. Wang and J. Kang, "Topology Optimization of Electromagnetic Systems with Two Materials", *IEEE CEFC' 2002*, pp. 47, 2002.
- [5] O. Sigmund, "Design of multiphysics actuators using topology optimization - Part II: two-material structures", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 190, pp. 6605-6627, 2001.

표 1. 다영역 위상최적설계 결과

	Original model	Three-domain Optimization	Four-domain Optimization
C-core shape			
Air : Steel : Magnet <i>in core</i>	0 : 10 : 0	5 : 4 : 1	5 : 4 : 1
Air : Coil <i>in coil</i>	2 : 8	2 : 8	2 : 8
Energy (J/m)	0.33	4.7	4.8
Force (N/m)	29.4	424.8	430.1