

GA를 이용한 QFT에서의 자동 Loop-Shaping에 관한 연구

김민수, 이승환, 원용규, 정찬수  
 승실대 전기공학과

Automatic Loop-Shaping using Genetic Algorithms in Quantitative Feedback Theory

Min-Soo Kim, Seung-Whan Lee, Yong-Kyu Won, and Chan-Soo Chung  
 Dept. of Electrical Eng. Soongsil Univ.

**Abstract** - QFT는 플랜트의 불확실성 또는 외란에 대해 강인성을 보장할 수 있는 설계기법이다. QFT에서 제어기를 설계하기 위해서는 여러 단계를 거치게 되는데 가장 핵심적인 단계인 loop-shaping은 주어진 성능조건을 만족하도록 이득, 지/진상, 영/극점, 2차 시스템 등을 추가/변경하면서 제어기를 설계하는 과정으로 초심자에게는 어려운 작업이다. 본 논문에서는 이러한 loop-shaping 방법에 유전자 알고리즘을 적용하여 주어진 안정도 및 추종성능을 만족하도록 하는 제어기 설계 방법에 대해 연구하였다.

는 영역을 제한하게 된다. QFT를 이용하여 제어기를 설계하는 과정은 다음과 같다.

- 첫째, 파라미터의 불확실성을 템플릿으로 표현한다.
- 둘째, 설계조건으로부터 QFT 경계를 계산한다.
- 셋째, loop-shaping을 통해 제어기를 설계한다.
- 넷째, 전위필터를 설계한다.

그림 1에는 전위필터  $F(s)$ 와 제어기  $G(s)$ , 플랜트  $P(s)$  그리고 외란  $d(s)$ 를 갖는 폐루프 시스템을 나타내었다.

1. 서 론

QFT는 외란 및 플랜트의 파라미터 변동에도 강인한 제어기를 설계하기 위한 기법 중의 하나로서 주어진 안정도 및 성능지표를 만족하도록 제어기를 설계한다. 또한, QFT는 주파수 영역에서 개루프 전달함수의 loop-shaping을 기본으로 하기 때문에 불확실성이 파라미터 모델로 표현되는 경우뿐만 아니라 그렇지 않은 경우도 다룰 수 있는 장점이 있다.

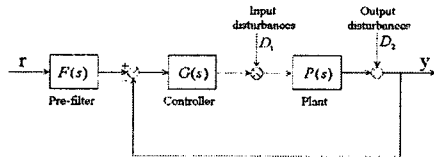


그림 1: 폐루프 시스템

QFT 설계과정은 우선, 주어진 설계조건을 기초로 경계를 계산한다. 다음으로, loop-shaping을 통하여 주어진 안정도 및 설계조건이 만족되도록 제어기를 설계한다. 마지막으로, 설계된 제어기가 주어진 사양에 맞도록 설계되었는지 폐루프 시스템의 응답을 통해 분석한다. 이러한 QFT 설계과정에서 가장 중요하며 어려운 단계는 주파수 영역에서 개루프 전달함수의 극점과 영점을 추가/변경하면서 주어진 성능지표에 맞추도록 제어기를 설계하는 loop-shaping 과정이다. 그러나 loop-shaping은 컴퓨터에 기초한 설계환경에서 반복적인 시행착오를 통해 사양에 맞는 제어기를 구성해야 하는 제약이 있다. 따라서 이러한 문제를 자동으로 처리하기 위해 유전자 알고리즘(GA:Genetic Algorithm)을 이용하여 loop-shaping을 자동으로 처리함으로써 최적의 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. QFT 제어기 설계과정에서 GA를 이용한 개선된 loop-shaping 방법은 우선 제어기의 변수(극점/영점,감쇄비,고유진동수 등)를 염색체로 표현한 다음 설계조건을 만족하면 0을, 만족하지 않으면 그 거리값을 갖는 적합도함수를 사용함으로써 최적해를 구하게 된다.

2.2 GA

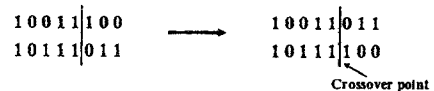
Genetic Algorithm(GA)은 가장 대표적인 진화알고리즘의 하나로서 인간의 지능을 흉내내는 것에 기초하여 시행착오를 통해 해를 탐색하는 방법이다[2]. 유전자 연산에서 재생산은 각각의 스트링이 가지는 적합도에 따라 그 스트링을 복제하는 과정이다. 본 논문에서는 최상위 개체들은 항상 다음 세대에 유전자를 전달하고 최하위 개체들은 자연 도태되는 엘리트 선택방법을 사용하였으며, 재생산 과정에서 탐색 방향 및 새로운 개체를 생성을 위한 연산자로 교배연산자를 사용하였다. 그리고 돌연변이 연산자는 각 비트에 대해 돌연변이 확률에 따라 0→1로, 1→0으로 변경하는 연산자이다.

2. QFT and GA

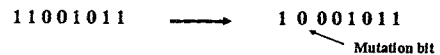
2.1 QFT

Quantitative Feedback Theory(QFT)는 플랜트 불확실성 또는 외란에 대해 강인성을 보장할 수 있도록 설계하는 방법으로 I.M. Horowitz[1]에 의해 제안되었다.

주어진 성능지표를 만족하도록 제어기를 설계하는 과정에서 각 주파수  $w$ 에 따른 템플릿(Templates)은 플랜트 모델이 가지는 불확실성을 Nichols Chart상에 도시한 것으로서 개루프 전달함수의 주파수 응답  $L_0(jw)$ 이 놓이



(a) 교배연산



(b) 돌연변이 연산

그림 2: GA 연산자

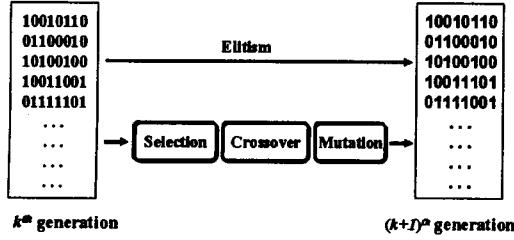


그림 3: GA에서 다음 세대를 선택하는 과정

### 3. GA를 이용한 자동 Loop-Shaping

자동 loop-shaping은 시스템이 다음과 같은 조건을 만족하도록 제어기를 설계하는 것으로 정의하였다.

- ① 내부적으로 안정
- ② 주어진 경계를 만족
- ③ 최소 고주파에서의 이득

최적화 문제에 GA를 적용하기 위해서는 최적화할 변수의 선택 및 해의 탐색공간을 설정하는 것이 무엇보다 중요한 문제이다. 따라서 본 논문에서는 변수선택을 보다 자유롭게 하고, 해의 탐색공간을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 변수가 가질 수 있는 범위를 제한할 수 있도록 식 (1)로 주어지는 제어기 모델을 제안하였다.

$$G(s) = k \frac{(1 + s/z_1) \cdots (1 + s/z_l)}{(1 + s/p_1) \cdots (1 + s/p_m)} \times \frac{1}{(1 + 2\zeta_n s/w_n + s^2/w_n^2) \cdots (1 + 2\zeta_n s/w_n + s^2/w_n^2)} \quad (1)$$

여기에서  $l$ 은 영점의 개수를,  $m$ 은 극점의 개수를,  $n$ 은 복소 극점의 수를 각각 나타낸다.

$$G(s) = \frac{b_r s^r + b_{r-1} s^{r-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2)$$

최적화를 위한 동일한 변수가 사용되었다고 가정하였을 때, 식 (1)의 형태를 갖는 제어기 모델에 기초하여 설계하는 것과 식 (2)의 형태에 기초하여 설계하는 것을 비교하면, 식 (1) 형태는 다음과 같은 이점을 준다.

첫째, 극점과 영점의 영향을 이용함으로써 극점과 영점이 가지는 특성을 분석할 수 있으며, 차후에 미세조정을 위한 초기값으로 사용할 수 있게 해준다.

둘째, 탐색영역을 줄일 수 있다. 식 (2)와 같은 형태의 제어기에서 최적화하고자 하는 변수들은 해가 존재하는 공간을  $[0 \ 10^{10}]$ 으로 모두 동일하게 설정해야 하지만, 제한된 방법은 극점/영점 값들을 위치시키고자 하는 구간으로 제한하여 설계할 수 있거나 특정한 변수(예를 들어, 감쇄비)를 한정할 수 있어 탐색영역이 획기적으로 줄어들게 된다.

셋째, 설계조건에서 주어진 조건을 간단히 제어기에 반영할 수 있다. 예를들면, 극점/영점의 위치, 감쇄비값, 고유진동수 등을 주어진 조건에 맞도록 한정하여 설계할 수 있게 해준다.

변수를 최적화하기 위해서는 적합도 함수를 사전에 정의한 후에 GA연산(교배, 돌연변이 연산)을 통해 생성된 자손들의 적합도를 계산하게 된다. 계산된 값 중에서 우수한 유전자를 갖는 자손들이 선택되게 된다. 본 논문에서는 적합도 함수  $J$ 를 다음과 같이 정의하였다.

For  $\omega_i = \omega_1$  to  $\omega_l$

Calculate  $J_{stability_i}$

Next  $i$

For  $\omega_j = \omega_1$  to  $\omega_m$

Calculate  $J_{bound\_spec1_j}$

Next  $j$

For  $\omega_k = \omega_1$  to  $\omega_n$

Calculate  $J_{bound\_spec2_k}$

Next  $k$

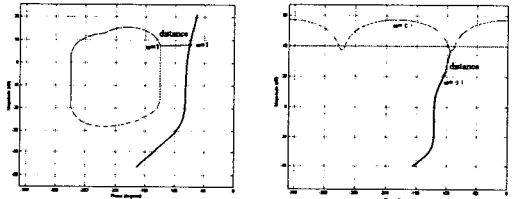
.....

Calculate  $J_{high\_freq}$

$$J = \gamma \sum_{i=1}^l J_{stability_i} + \eta_1 \sum_{j=1}^m J_{bound\_spec1_j} + \eta_2 \sum_{k=1}^n J_{bound\_spec2_k} + \Lambda + J_{high\_freq}$$

여기에서  $\gamma, \eta_1, \eta_2, \dots$ 는 가중치로서 안정도나 추종경계 등의 적합도 계산 시에 차등 적용되도록 해준다.

그림 4에는 적합도를 계산하는 방법을 나타내었는데, (a)에는 안정도 경계에 대한  $J_{stability}$ 를, (b)에는 추종 경계에 대한  $J_{bound\_spec}$ 를 각각 나타내고 있다. 이 값은 거리의 함수로 주어지며, 식 (3)과 식 (4)로 나타낼 수 있다.



(a) 안정도 경계 (b) 추종 경계

그림 4: 적합도의 계산

$$J_{stability_i} = \begin{cases} M & \text{If inside the bound at } \omega_i \\ d_{min} & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$J_{bound\_spec1_j} = \begin{cases} 0 & \text{If the QFT bound at } \omega_j \text{ is satisfied} \\ d_{min} & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$J_{high\_freq} = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 L(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 \frac{k(1 + s/z)}{1 + (2\zeta/\omega_n)s + (s^2/\omega_n^2)} \frac{1}{s(s+1)} = \frac{k\omega_n^2}{z} \quad (5)$$

### 4. 시뮬레이션

QFT Toolbox[3]의 예제 2에서 사용된 동일한 플랜트 모델을 기초로 제한한 설계 방법의 성능을 비교하였다. 플랜트 모델은 식 (6)으로 주어진다.

$$P(s) = \frac{Ka}{s(s+a)} \quad (6)$$

여기에서  $K, a \in [1, 10]$ 이다.

페루프 시스템이 가져야할 성능지표는 다음과 같이 주어

진다.

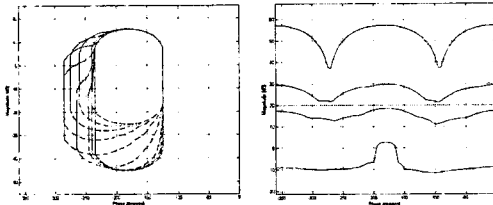
① 안정도 조건 :  $\left| \frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \right| \leq 1.2$

② 추종조건:  $\left| T_L(\omega) \leq \left| \frac{F(j\omega) - \frac{P(j\omega)G(j\omega)}{1 + P(j\omega)G(j\omega)}}{1 + P(j\omega)G(j\omega)} \right| \leq T_U(\omega) \right|$

단,  $T_L(j\omega) \leq \left| \frac{0.6854(j\omega + 30)}{(j\omega)^2 + 4(j\omega) + 19.752} \right|$

$T_U(j\omega) \leq \left| \frac{120}{(j\omega)^3 + 17(j\omega)^2 + 828(j\omega) + 120} \right|$

QFT를 이용하여 제어기를 설계하는 과정의 첫번째 단계는 설계조건 ①과 ②를 Nichols Chart 상의 안정도 경계와 추종경계를 구하는 것이다. 그림2에 안정도 경계 및 추종경계를 각각 나타내었다.



(a)안정도 경계 (b) 추종 경계  
그림 5: 안정도 및 추종 경계

다음 단계는 loop-shaping 단계로서 주어진 설계조건에  $L_0 = P_0 G(s)$ 가 위치하도록  $G(s)$ 의 요소를 추가/변경한다. 제안된 자동 loop-shaping 방법을 기초로 저차의 제어기를 설계하기위해 식 (7)처럼 주어지는 2차 시스템으로 제어기를 기초로 하였다. 따라서 GA를 이용하여 찾아야할 파라미터는 4개로서  $\{k, z, \zeta, w_n\}$ 이 된다.

$$G(s) = k \frac{(1 + s/z)}{(1 + 2\zeta s/w_n + s^2/w_n^2)} \quad (7)$$

제어기의 최적 파라미터를 찾기위해 사용된 GA에서의 파라미터는  $\gamma=10^{12}$ 과  $\eta=10^{10}$ 이므로서 적합도 계산 시 사용되었다.

제안된 방법으로 시뮬레이션한 결과, 그림 6에서와 같이 약 70세대 후에 수렴하였으며 그때의 파라미터 값은  $k=8.818$ ,  $z=2.007$ ,  $\zeta=0.670$ , 그리고  $w_n=821.035$ 이었으며 제어기는 식 (8)로 표현된다.

$$G(s) = \frac{8.118 \left(1 + \frac{s}{2.007}\right)}{\left(1 + 2 \times 0.670 \frac{s}{821.035} + \frac{s^2}{821.035^2}\right)} \quad (8)$$

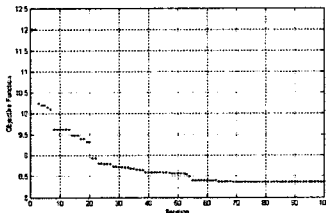


그림 6: GA에서 적합도 함수

그림 7에는 제안한 GA방법에 의해 설계된 제어기를 갖는 개루프 전달함수의 loop-shaping 결과와 경계를 나타내었다.

제안된 자동 loop-shaping 방법이 가지는 성능을 비교하기 위해 두 가지 설계방법을 적용하여 보았다. 비교에 사용된 첫 번째 방법은 QFT Toolbox[3]에 있는 loop-shaping 방법이며, 두 번째 방법은 Chen[4]이 제안한 자동 loop-

shaping 방법으로서 동일한 설계조건에서 제어기를 설계하였다. QFT Toolbox에 의해 계산된 제어기는 식 (9)와 같이 3차로 설계되었으며, Chen이 제안한 방법에 의해 계산된 제어기는 식 (10)처럼 2차로 설계되었다. 각각의 제어기를 포함하는 개루프 전달함수의 loop-shaping 결과를 그림 8에 나타내었다.

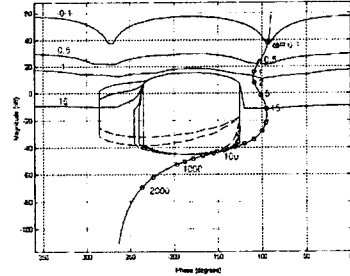
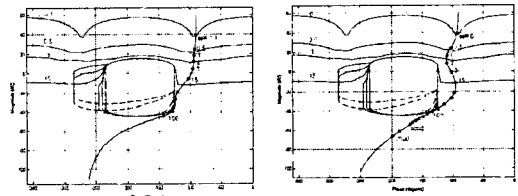


그림 7: 제안한 방법의 Loop-shaping 결과

$$G(s) = 9 \frac{(1 + s/1.1)(1 + s/113.8)}{(1 + s/42.81)(1 + 2 \times 0.743s/1000 + s^2/1000^2)} \quad (9)$$

$$G(s) = 8.6 \frac{(1 + s/2.065)}{(1 + s/553.5)(1 + s/2930)} \quad (10)$$



(a) QFT Toolbox 결과 (b) Chen방법에 의한 결과  
그림 8: 성능 비교

## 5. 결 론

본 논문에서는 QFT를 이용하여 강인한 제어기를 설계하는 과정인 loop-shaping 단계에 GA를 적용하여 자동으로 제어기의 파라미터를 결정하도록 하였다. 파라미터를 결정하기 위해 사용된 GA의 적합도 함수는 Nichols Chart 상에서 개루프와 경계 사이의 거리를 이용하였다.

제안한 방법을 QFT Toolbox의 예제에 적용하여 다른 논문에서 제안한 방법들과 비교하였고, 그 결과 제안한 방법의 우수한 성능을 확인하였다.

## [참 고 문 헌]

[1] Horowitz, I. M., Sidi, M., "Synthesis of Feedback Systems with Large Plant Ignorance for Prescribed Time Domain Tolerance," *International Journal of Control* 16(2), pp. 287-309, 1972

[2] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in search, Optimization and machine Learning*, Addison Wesley Publishing Company, January 1989.

[3] Borghesani, C., Chait, Y., Yaniv, O., *Quantitative Feedback Theory Toolbox: For Use with Matlab*, Math-Works, 1994.

[4] W-H. Chen, D.J. Ballance, W. Feng, and Y. Li, "Genetic Algorithm Enabled Computer-Automated Design of QFT Control Systems," *International Symposium on computer Aided Control System Design*, pp. 492-497, August 1999.