

체인드 폼을 이용한 공중부상체의 자세제어.

남택근, 이기창, 김용주
한국전기연구원

Posture control for the free flying objects using chained form transformation.

Taek-Kun Nam, Ki-Changi Lee, Yong-Joo Kim
Korea Electrotechnology Research Institute

Abstract - 본 연구에서는 각 운동량 보존법칙으로부터 도출되어지는 공중부상체(flying objects)의 제어기법에 대해 논의하고자 한다. 먼저, 공중부상체에 대하여 각 운동량 보존법칙을 적용하여 적분불가능한 구속조건으로부터 비 홀로노믹 시스템을 도출하고 상태변환과 입력변환을 행하여 제어가 용이한 체인드 폼(Chained form)을 유도한다. 체인드 폼에 대해서는 백스테핑제어기법을 적용하여 제어기를 설계하고 제어기법의 유용성을 검증하기 위하여 3개의 회전관절로 구성된 공중부상체를 대상으로 하여 초기자세로부터 목적자세까지의 제어를 행하였다.

1. 서 론

비 홀로노믹 시스템(nonholonomic system)은 기계역학계에서 정의된 용어로 적분불가능한 구속조건을 의미한다. 이와 같은 구속으로서로는 차륜, 나이프에지(knife edge) 등의 기하학적 구속과 우주로봇 등의 각 운동량 보존법칙이 포함된다. 비 홀로노믹 시스템은 연속적인 피드백 제어로는 평형점 근방에서의 안정화 제어가 불가능 하지만 한편으로는 제어기 설계에 있어서 유익한 정보를 제공해 주는 대상물이기도 한다 [5].

본 연구에서는 적분 불가능한 속도구속조건으로부터 도출되어지는 비 홀로노믹 시스템의 제어방법으로서 원래의 시스템에 대하여 상태변환과 입력변환을 통하여 체인드폼(chained form)으로 변환을 행하고 변환된 체인드폼 시스템에 대한 제어입력을 역변환 하여 원래의 시스템을 제어하고자 한다. 체인드 폼으로의 변환 및 제어에 관한 연구를 살펴보면, Murray [1]는 3차, 2개의 제어입력을 가지는 대칭 어파인 시스템(symmetrical affine system)의 체인드 폼 변환에 대한 이론을 정립하였다. 체인드 폼 자체의 제어기법에 대한 연구로도 시변환제어기법 [6], 평형점 근방에서의 불연속적인 제어기 [7]를 이용한 설계기법 등이 제안되었다. 하지만 실질적인 기계적인 시스템에 대하여 체인드폼의 적용 및 제어기를 설계한 경우는 극히 드물었다.

Kolmanovsky [2]는 3링크의 우주로봇에 대하여 체인드 폼과 유사한 시스템으로의 변환을 행하였고 안정화 제어기법을 제안하였지만 채터링이 크고 좋은 제어결과를 보여주지 못하고 있다. 한편 Turusaki [3]는 시간축상태제어(time axis state control)를 이용하여 샘플링로봇의 제어를 행하였다. 하지만 체인드 폼을 얻기 위한 변환과정의 특이점 문제에 대해서는 언급을 하지 않고 있다.

본 연구에서는 초기치로부터 목적치까지의 제어를 고려한 체인드 폼의 상태변환과 입력변환을 행하고 입력변환에서의 특이점을 해석적으로 구하고 상태변수의 제어가능한 범위를 제시한다. 아울러 3링크로 구성된 부상체를 대상으로 제안한 제어기법을 적용하여 자세제어를 행하고 제어기법의 유용성을 확인하고자 한다.

2. 본 론

2.1 제어대상물

본 연구의 제어대상물은 그림 1과 같이 3개의 회전관절로 구성된 공중 부상로봇이다. 로봇은 길이가 각각 $2l_1, 2l_2$ 인 다리를 가지고 있고 질량은 각각 m_1, m_2 이다. 본체의 질량과 관성모멘트는 각각 m_3, J 로 한다. 본체의 무게중심(CG:center of gravity)과 첫 번째 관절과의 거리는 r 이며 θ 는 본체의 절대각, ψ_1, ψ_2 는 다리의 상대각을 나타낸다. 이 로봇은 공중에서 각 운동량이 보존되고 초기 각운동량은 없는 것으로 가정한다.

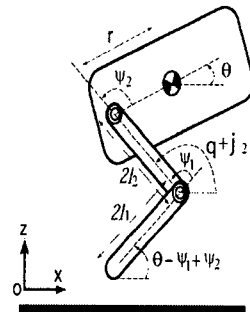


그림 1 Jumping robot with 3 revolute joints.

로봇의 중심점을 기준으로 한 각운동량은

$$a(\psi_1, \psi_2)\theta + b(\psi_1, \psi_2)\dot{\psi}_1 + c(\psi_1, \psi_2)\dot{\psi}_2 = 0 \quad (1)$$

가 얻어진다. 단, a, b, c는 ψ_1, ψ_2 의 함수이고 세부항은 지면관계상 생략한다.

여기에서 상태변수와 제어입력을

$$q = [\psi_1 \ \psi_2 \ \theta]^T, u = [\dot{\psi}_1 \ \dot{\psi}_2]^T \text{로 하면 (1)로부터}$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \alpha(q_1, q_2) & \beta(q_1, q_2) \end{bmatrix} u := B(q)u \quad (2)$$

가 얻어진다. 단, $\alpha = -b/a, \beta = -c/a$ 이다.

2.2 체인드 폼(chained form) 변환

이 절에서는 (2)의 시스템으로부터 체인드 폼으로의 변환을 살펴본다. 유사한 변환과정은 Turusaki[3]에서도 제안되었지만 본 논문에서는 상태변수의 초기치로부터 목적치 즉, $q_0 \rightarrow q_r$ 로의 제어를 고려한 변환과정을 제안한다. 따라서 본 방법으로부터 얻어진 체인드 폼 시스템에 대해서는 안정화제어기를 적용함으로써 궁극적으로는 원 시스템의 PTP(point to point)제어가 가능해지는 것이다. 초기치로부터 목적치까지의 변환을 고려한 체인드 폼 변환에 대하여 다음과 같은 Lemma가 성립된다.

Lemma.1 시스템 (2)에 있어서 초기치를 q_0 목적치를 q_r 이라고 하고 h_1, h_2 를

$$\begin{aligned} h_1 &:= q_1 - q_{1r} \\ h_2 &:= \Delta + q_3 - \alpha(q_{1r}, q_{2r})h_1 - q_{3r} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Delta = \int_{q_{2r}}^{q_2} \beta(q_1, q_2) dq_2$$

와 같이 정의하고 새로운 상태변수로서

$$z_1 = h_1 \quad z_2 = L_{g_1} h_2 = \frac{\partial h_2}{\partial q_2} + \alpha \quad (4)$$

$$z_3 = h_2$$

제어입력으로서

$$v_1 \quad u_1 \quad v_2 \quad L_{g_1}^2 h_2 u_1 + L_{g_2} L_{g_1} h_2 u_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial h_2}{\partial q_1} + \alpha \right) \quad (5)$$

로 정의하면 다음과 같은 체인드 폼(chained form)[1]

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= v_1 \\ \dot{z}_2 &= v_2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{z}_3 = z_2 v_1$$

이 얻어진다.

증명) 직접적인 계산을((3)~(5)) 통하여 (6)과 같은 체인드 폼을 얻을 수 있다.

정의.1 특이점

체인드 폼을 얻기위한 입력변환 (5)로부터

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & u_1 \\ L_{g_1}^2 h_2 & L_{g_2} L_{g_1} h_2 & u_2 \end{bmatrix} := Tu \quad (7)$$

을 얻을 수 있고, (7)의 제어입력 v 가 유계하지 않는 (unbounded) 즉, $u = T^{-1}v$ 를 만족하는 u 가 존재하지 않는 점을 특이점이라고 정의한다. 단, $v = [v_1, v_2]^T$ 를 의미한다. 이와 같은 u 는

$$[T]^{-1} \cdot 0 = L_{g_2} L_{g_1} h_2 = 0 \quad (8)$$

로부터 구할 수 있다.

2.3 기계시스템에의 응용

(1)로 표현되는 3링크의 부상로봇에 대하여 Lemma.1을 적용하면

$$\begin{aligned} \Delta &= \int_0^{q_2} \beta(\psi_1, \tau) d\tau \\ &= \int_0^{q_2} \frac{0.5 \sin \tau + 0.5 \cos \tau - W_4}{W_1 \sin \tau + W_2 \cos \tau + W_3} d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

$$= \int_0^{q_2} \frac{1}{2} d\tau - \frac{(W_3 + 2W_4)}{2} \int_0^{q_2} \frac{1}{\xi_1} d\tau$$

이 얻어지고

$$\int_0^{q_2} \frac{1}{\xi_1} d\tau = \frac{2}{\xi_4} \tan^{-1} \left(\frac{(W_3 - W_2) \tan(\frac{\tau}{2}) + W_1}{\sqrt{\xi_4}} \right) \quad (10)$$

이 되지만 (10)으로부터 $\psi = \pm \pi/2$ 에서는 식 중의

$\tan^{-1}(\cdot)$ 의 연속성이 보장되지 않음을 알 수 있다. 따라서

$$(2\kappa - 1)\pi \leq \psi < (2\kappa + 1)\pi \quad (11)$$

를 만족하는 κ 를 구한 후 $\tan^{-1}(\cdot)$ 를

$$\kappa\pi + \tan^{-1} \left(\frac{(W_3 - W_2) \tan(\frac{\tau}{2} - \kappa\pi) + W_1}{\xi_4} \right) \quad (12)$$

와 같이 보상해 줄 필요가 있다. 이 같은 보상을 통하여 최종적으로 얻어지는 Δ 는

$$\Delta = \frac{q_2}{2} - \frac{W_3 + 2W_4}{\sqrt{\xi_2}} \kappa\pi + \tan^{-1}(\xi_3) - \tan^{-1}(\xi_4) \quad (13)$$

과 같다. 단, 식 중의 $\xi_1 \sim \xi_4$ 는

$$\xi_1 = W_1(q_1) \sin(q_2) + W_2(q_1) \cos(q_2) + W_3(q_1)$$

$$\xi_2 = -W_1(q_1)^2 - W_2(q_1)^2 - W_3(q_1)^2$$

$$\xi_3 = \frac{W_1 + (W_3 - W_2) \tan(\frac{q_2}{2} - m\pi)}{\sqrt{\xi_2}} \quad (14)$$

$$\xi_4 = \frac{W_1}{\sqrt{\xi_2}}$$

를 의미한다. (13)과 Lemma.1을 이용하여 체인드 폼 (6)을 얻을 수 있다. 한편, 체인드 폼의 특이점은 (8)로부터

$$\begin{aligned} L_{g_2} L_{g_1} h_2 \frac{N}{D}, \\ N = -2((k_0 k_1 - k_2 k_3 - k_1 k_5) \sin q_1 + (k_2 k_4 - k_3 k_5) \sin q_2 + \\ (k_1 k_2 + k_3 k_4 - k_3 k_5) \sin(q_1 + q_2)), \end{aligned} \quad (15)$$

$$D = (k_0 + 2k_1 \cos(q_1) + 2k_2 \cos(q_2) + 2k_3 \cos(q_1 + q_2))^2$$

와 같이 구해지므로 특이점은 상기식의 분자항 N 을 0으로 만드는 q_1, q_2 임을 알 수가 있다.

2.3.1 시뮬레이션

시뮬레이션에서의 파라미터는 $m_1 = 3 [kg], m_2 = 3 [kg], m_3 = 5 [kg], J = 1 [kg \cdot m^2], l_1 = 0.15 [m], l_2 = 0.15 [m], r = 0.1 [m]$ 로 하였고 상태변수의 초기값과 목적치는 각각 $q_0 = [0.4\pi \ 0.5\pi \ 0.1\pi]^T, q_r = [0.1\pi \ 0.8\pi \ 0]^T$ 이다.

상기와 같은 파라미터를 가지고 시뮬레이션을 행하였고 그림. 2는 그 결과를 나타내고 있다. 단, 체인드 폼에 대한 제어기는 백스테핑(backstepping)설계기법을 이용하였다.

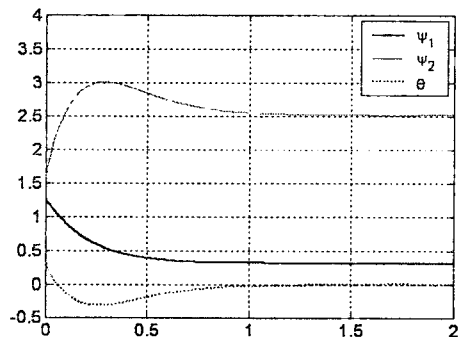


그림 2(a) Time evolution of the original states.

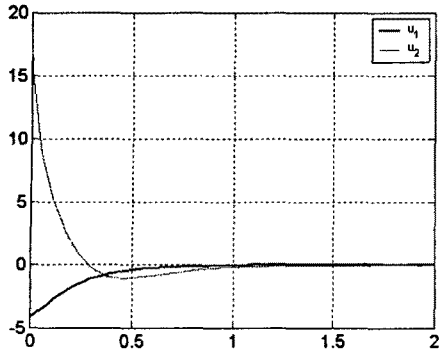


그림 2(b) Time evolution of the control inputs.

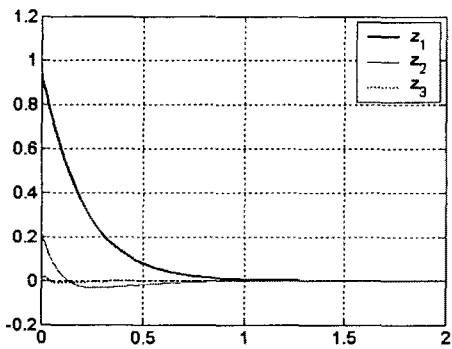


그림 2(c) Time evolution of the states in chained form.

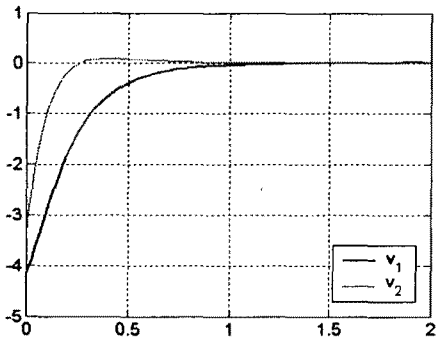


그림 2(d) Control inputs of chained form.

그림 2(a),(b)는 원 시스템의 상태변수와 제어입력의 시간에 따른 변화를 그림 2(c),(d)는 체인드 폼의 상태변수와 제어입력의 변화를 나타내고 있다. 그림으로부터 초기상태가 원하고자 하는 목적치에 수렴하고 있음을 알 수 있다.

시뮬레이션에서 이용한 파라미터에서의 특이점은 (14)로부터 구할 수 있고 특이점의 집합 즉, 특이곡선으로 나타낸 것이 그림 3 과 같다.

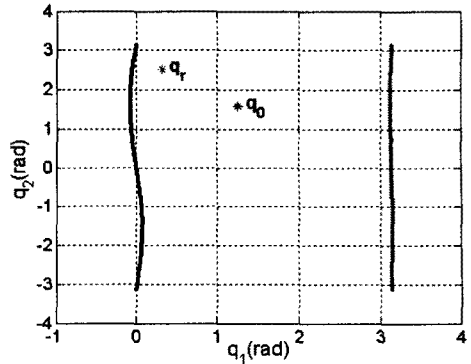


그림 3 Singular points of the chained form.

그림 3으로부터 초기치와 목표치가 특이곡선의 내부 영역에 놓여있는 것을 알 수 있고 초기치가 특이곡선의 외부 영역에 존재할 경우에는 피드포워드 기법을 이용하여 제어가능한 영역으로 이동시킨 후 피드백 제어기로의 스위칭이 필요하다.

3. 결 론

본 연구에서는 각 운동량 보존법칙으로부터 얻어지는 비 홀로노믹 시스템에 대하여 초기치로부터 목적치까지의 제어를 고려한 체인드 폼의 상태변환과 입력변환을 행하였다. 아울러 입력변환에서의 특이점을 정의하고 해석적인 방법을 통하여 특이점을 구하였고 제어가 가능한 상태변수의 범위를 알 수 있었다. 제한한 제어기법의 유용성을 검증하기 위하여 3링크로 구성된 부상로봇을 대상으로 자세제어를 행하였고 수치시뮬레이션을 통하여 제안기법의 유용성을 확인하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] R.M.Murray, S.S.Sastry, "Nonholonomic motion planning", IEEE Trans. on AC, vol. 38, no. 5, pp. 700-716, 1993.
- [2] I.Kolmanovsky et.al, "Feedback reorientation of planar multibody systems in space using joint actuation", Proc. of ACC, pp. 2810-2814, 1995.
- [3] J.Turusaki, F.Matsuno, "Attitude control of a nonholonomic robot for the asteroid sample return mission", Proc. of 20th DST Symposium, pp. 133-136, 1997.
- [4] H.Khennouf, C.C.Wit, "On the construction of stabilizing discontinuous controllers for nonholonomic systems", Proc. of NOLCOS, pp. 747-751, 1995.
- [5] R.W.Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization", Differential geometric control theory progress in mathematics, vol. 27, pp. 181-191, 1983.
- [6] J.B.Pomet, "Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift", Systems and control letters, vol. 18, pp. 147-158, 1992.
- [7] A.Astolfi, "Exponential stabilization of nonholonomic systems via discontinuous control", Proc. of NOLCOS, pp. 741-746, 1995.