

비간섭 슬라이딩 모드 제어기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 제어.

남택근, 김용주, 이기창
한국전기연구원

Trajectory control of a manipulator by the decoupling sliding mode method.

Taek-Kun Nam, Yong-Joo Kim, Chang-Ki Lee
Korea Electrotechnology Research Institute

Abstract - 본 논문에서는 2자유도를 가지는 평면형 로봇매니퓰레이터의 궤도제어에 슬라이딩모드 제어기법을 도입한 비 간섭 제어기법을 적용하였다. 따라서 종래의 선형구조해석에 구간을 둔 비 간섭제어와는 달리 파라미터 오차 및 비선형에 의한 영향을 억제할 수 있는 강인한 제어기 설계가 가능하며 매니퓰레이터의 궤도제어에 적용하여 제안한 제어기법의 유용성을 확인하였다.

1. 서 론

본 연구에서는 비 간섭 슬라이딩 모드제어기법을 이용한 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 대해 논의하고자 한다. 상태 피드백기법에 의한 비 간섭제어는 1960년대 활발한 연구가 진행되었다 [1],[2]. 특히 선형시스템의 구조에 대한 연구가 중심적으로 진행되었고 많은 연구들이 산업계에 실제적으로 적용되기도 하였다. 하지만 선형시스템의 구조에 구간을 둔 이러한 제어방식은 실제시스템이 가지고 있는 비선형성 및 파라미터의 불확정성에 대하여 피할 수 없는 약점을 가지고 있다.

한편 슬라이딩모드제어기법은 선형 및 비선형 시스템에도 폭넓게 적용이 가능하고 파라미터의 불확정성 및 시스템의 비선형성 등에도 강인한 제어특성을 가지고 있다. 본 연구에서는 이러한 슬라이딩 모드를 이용한 비간섭 제어기법을 로봇 매니퓰레이터의 궤도제어에 응용하고자 한다. 아울러 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기법의 유용성을 검증하고자 한다.

2. 본 론

2.1 제어대상

제어대상물은 그림 1과 같은 로봇 매니퓰레이터이다. 그림에서와 같이 첫 번째 관절의 절대각이 θ_1 , 두 번째 관절의 상대각이 θ_2 이며 링크의 길이가 각각 l_1, l_2 인 두 개의 회전관절로 구성된 로봇이다. 각 관절의 중심으로 부터 링크의 무게중심까지의 거리는 각각 r_1, r_2 이다.

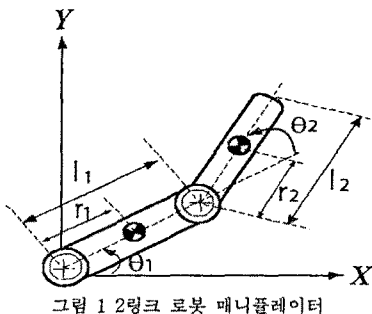


그림 1 2링크 로봇 매니퓰레이터

2.1.1 로봇 매니퓰레이터의 모델링

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + D\dot{\theta} = u \quad (1)$$

과 같다. 단, $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ 를 의미하고 $M(\theta)$ 는 관성행렬, $H(\theta)$ 는 코리올리 힘과 회전력을 나타내는 비 선형항이며 각 파라미터는

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, H(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h_1(\theta, \dot{\theta}) \\ h_2(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$M_{11} = J_1 + J_2 + m_1 r_1^2 + m_1 (r_2^2 + l_1^2) + 2m_2 l_1 r_2 \cos\theta_2$$

$$M_{12} = M_{21} = J_2 + m_2 r_2^2 + m_1 l_1 r_2 \cos\theta_2$$

$$M_{22} = J_2 + m_2 r_2^2$$

$$h_1(\theta, \dot{\theta}) = -2m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin\theta_2 - m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2$$

$$h_2(\theta, \dot{\theta}) = m_2 l_1 r_2 \dot{\theta}_1^2 \sin\theta_2$$

를 나타낸다. 여기에서 J_1, J_2 는 각각 제 1링크와 제2링크의 관성모멘트를 나타내고 u 는 각 관절의 토크입력을 의미한다.

파라미터의 불확정성을 고려하기 위하여 (1)의 관성행렬을

$$M = M^0 + \Delta M \quad (2)$$

과 같이 M^0 (공칭치)와 ΔM (추정오차)의 합으로 나타낸다. 여기에서 공칭치는 매니퓰레이터의 질량 및 관성에 대한 추정치를 의미하고 ΔM 은 실제값으로부터의 공칭치에 대한 추정오차를 의미한다. 그리고 ΔM 의 각 요소의 절대 상한치를

$$|\Delta M_{ij}(q)| \leq \bar{M}_{ij} \quad (3)$$

와 같이 정의한다. (2)를 (1)에 대입하여 정리하면 비 선형항과 파라미터 오차가 외란으로 고려되는 상태방정식

$$\dot{x} = Ax + Bu + Bw \quad (4)$$

이 얻어진다. 단, $x = (\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T$ 이고

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ 0 & -(M^0)^{-1}D \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ (M^0)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$w = -\Delta M(\theta)\ddot{\theta} - H(\theta, \dot{\theta})$$

를 의미한다. (4)로부터 외란 w 는 매칭조건을 만족하고 있음을 알 수 있고 상한치가 유제한 것으로 가정한다.

2.2 제어기의 설계

제어목적은 로봇 매니퓰레이터의 끝단을 X축 방향으로 같은 거리를 유지하면서 Y축방향에 일정한 속도로 이동시키고자 하는 것이다. 즉, 제어목적은

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1(x) - L_x \\ C_2(x) - V_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$= \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_x \\ l_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) - V_y \end{bmatrix} = 0$$

와 같이 설정하여 외란 및 모델오차에 대해서도 원하고자 하는 제어 목적을 실현시키는 것이다. 여기에서 $C_1(x)$, $C_2(x)$ 는 매니플레이터 끝단의 x 방향 위치와 y 방향의 속도를 나타내고 있으며 L_x , V_y 는 각각 일정 목표치이다.

제어 목적의 개요는 그림 2와 같다.

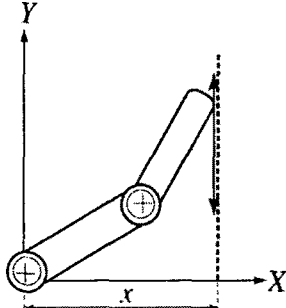


그림 2 제어목적

여기에서

$$\frac{\partial C_1}{\partial x} B = 0, \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \neq 0, \frac{\partial C_1}{\partial x} B \neq 0 \quad (6)$$

이 성립되고 스위칭 함수 s 를

$$s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \lambda_1 > 0 \quad (7)$$

와 같이 설정하여

$$u = -B^{-1} \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial C_1}{\partial x} \right) Ax + \lambda_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} Ax + \frac{\partial C_1}{\partial x} A^2 x + \frac{\partial C_2}{\partial x} Ax \right) \quad (8)$$

$$+ \begin{bmatrix} k_1 \text{sgn}(s_1) \\ k_2 \text{sgn}(s_2) \end{bmatrix}$$

와 같은 제어 입력을 고려하면 $s \rightarrow 0$ 가 달성되게 된다. 단,

$$B^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial x} AB \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} B \end{bmatrix} \quad (9)$$

를 의미하고 $|B^*| \neq 0$ 는 비 간섭제어의 필요조건이 된다. (8)의 제어 입력의 도출과정은 다음과 같다.

(7)로 표현되는 스위칭 함수의 시간미분을 구하면

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial C_1}{\partial x} \right) + \lambda_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial x} A \right\} Ax \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} Ax \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$+ B^* w + B^* u$$

가 얻어지므로 (8)의 제어 입력을 (9)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial x} ABw - \kappa_1 \text{sgn}(s_1) \\ \frac{\partial C_2}{\partial x} Bw - \kappa_2 \text{sgn}(s_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

가 된다. 리아프노프 함수 후보로써

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (12)$$

를 선정하여 시간미분을 계산하면

$$\dot{V} = s^T \dot{s} = -|s_1| \left(\pm \frac{\partial C_1}{\partial x} ABw + \kappa_1 \right) - |s_2| \left(\pm \frac{\partial C_2}{\partial x} Bw + \kappa_2 \right) \quad (13)$$

가 얻어지기 때문에

$$\kappa_1 > \left| \frac{\partial C_1}{\partial x} \right| |w|, \kappa_2 > \left| \frac{\partial C_2}{\partial x} \right| |w| \quad (14)$$

와 같이 스위칭 게인 κ_1, κ_2 를 정하게 되면 스칼라 함수 V 는 s 에 관한 리아프노프 함수가 되므로 $s \rightarrow 0$ 를 얻는다. 스위칭 함수 s 는 (10)과 같이 선정되어 있으므로

$$\lambda_1 e_1 + \dot{e}_1 = 0 \quad (15)$$

$$e_2 = 0$$

를 얻을 수 있고 $\lambda_1 > 0$ 조건에 의해 $e_1 \rightarrow 0$ 이 만족된다. 즉, 오차 함수가 $e_1, e_2 \rightarrow 0$ 되는 제어 목적이 달성되게 된다.

실제로 (9)의 비 간섭조건을 계산하면

$$B^* = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} (M^0)^{-1}$$

가 되어

$$\det(B^*) = -l_1 l_2 \sin(\theta_2) \det((M^0)^{-1}) \quad (16)$$

가 얻어지므로 $\theta_2 = 0$ 의 특이자세를 제외하고는 비 간섭 조건을 만족시킨다.

2.3 시뮬레이션

본 절에서는 제안한 제어기법을 적용하여 x 축과의 일정한 거리를 유지하며 ($L_x = 0.3$ [m]), y 축 방향으로 등속 이동 ($V_y = 0.2$ m/s) 하는 제어를 행하고자 한다. 로봇 매니플레이터의 각 파라미터 값은 표 1과 같다.

표 1 로봇 매니플레이터의 파라미터

구성요소	값	
링크의 길이 [m]	$l_1 = 0.27$	$l_2 = 0.23$
중심의 위치 [m]	$r_1 = 0.13$	$r_2 = 0.12$
링크의 질량 [kg]	$m_1 = 7.0$	$m_2 = 5.5$
관성모멘트 [kgm ²]	$J_1 = 0.95$	$J_2 = 0.14$
점성마찰계수 [Nms]	$D_1 = 5.6$	$D_2 = 5.0$

시뮬레이션상의 공칭치 M^0 는 관성행렬 항(M)의 비선형항을 제외한 것으로 하였다. 그리고 슬라이딩 모드 제어에서 피할 수 없는 채터링의 영향을 저감시키기 위하여 다음과 같은 포화함수를 이용하였다.

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} \frac{s}{L}, & |s| < L \\ \text{sgn}(s), & |s| > L \end{cases} \quad (17)$$

상태변수의 초기값 $x_0 = (0.6101, 0.611, 0, 0)^T$ 으로 하였고 $\lambda_1 = 5$ 로 설정하였다.

상기의 제어기법과 파라미터 값을 이용하여 시뮬레이션을 행하였고 결과는 그림 3과 같다. 그림 3 (a)는 매니플레이터의 원점에서 x 방향의 거리를 나타내고 있으며

목표로 하는 0.3[m]를 일정하게 유지하고 있음을 알 수 있다. 그림 3(b)는 X,Y평면상에서의 매니플레이터 끝단의 궤적을 나타내고 있으며 그림 3(c)는 제어입력 즉, 입력토크를 나타내고 있다. 그림 3(d)는 θ_1, θ_2 의 시간에 따른 변화를 나타낸다.

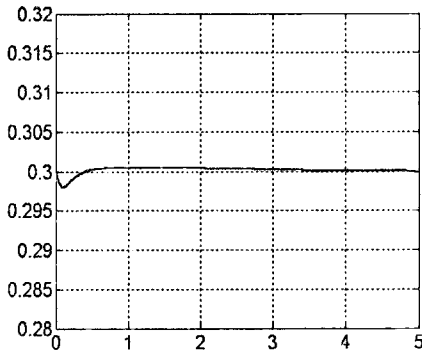


그림 3 (a) The position of X direction

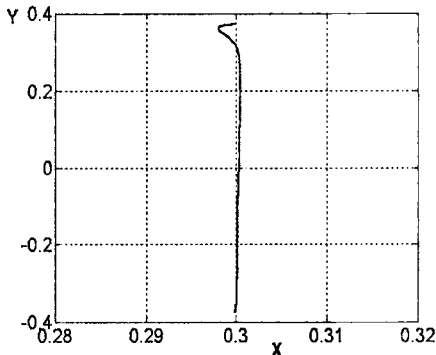


그림 3 (b) The trajectory of the manipulator tip

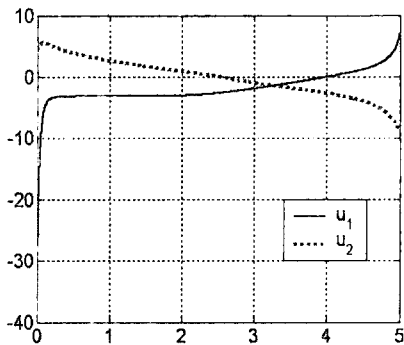


그림 3 (c) Time evolution of control inputs

시뮬레이션의 결과를 통하여 원하고자 하는 제어목적이 달성되고 있음을 알 수 있고 파라미터의 불확정성이 있음에도 불구하고 소기의 제어성능을 발휘하고 있음을 알 수 있다.

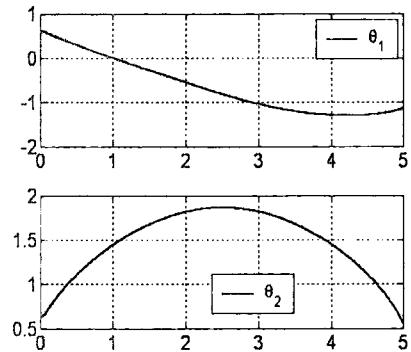


그림 3 (d) Time evolution of states

3. 결 론

본 논문에서는 2자유도를 가지는 평면형 로봇매니플레이터의 궤도제어에 슬라이딩모드제어기법을 도입한 비간섭 제어기법을 제안하였다. 종래의 선형구조의 해석에 근간을 둔 비간섭제어와는 달리 파라미터 오차 및 비선형에 의한 영향을 억제할 수 있는 강인한 제어기 설계가 가능하였고 매니플레이터의 궤도제어에 적용하여 제안한 제어기법의 유용성을 확인하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] P.L.Falb, and W.A.Wolovich, "Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems", IEEE Trans. on AC, vol. 12, no. 6, pp. 651 659, 1967.
- [2] E.G.Gilbert, "The Decoupling of multivariable systems by state feedback", SIAM J.Control, vol. 7, no. 1, pp. 50 63, 1969.
- [3] X.C Lu, S.K. Spurgeon, "Robustness of static sliding mode control for non linear system", Int.J.Control, vol. 72, no. 15, pp. 1343 1353, 1999.
- [4] H.Hashimoto et.al, "A Microprocessor Based robot manipulator control with sliding mode", IEEE Trans. IE, vol. 34, no.1, pp. 11 18, 1987.
- [5] Y.S.Chen, H.Ikeda, T.Mita, S.Wakui, "Trajectory control of robot arm using sliding mode control and experiments", 일본로봇학회지(JRSJ), vol. 7, no. 6, pp. 62 67, 1989.
- [6] J.J.Slotine and S.S.Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulators", Int.J.Control, vol. 38, no. 2, pp. 465 492, 1983.
- [7] J.E.Slotine, "The robust control of robot manipulators", Int. J. Robotics research, vol. 4, pp. 49 63, 1985.