

## AC 서보 시스템에 대한 Backstepping 슬라이딩 모드 제어기 설계

김성환, 박승규, 안호균, 김민찬  
 창원대학교 전기공학과

### A Backstepping Design with Sliding Mode Control for AC Servo System

Sung-Hwon Kim, Seung-Kyu Park, Ho-Kyun Ahn, Min-Chan Kim  
 Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University

**Abstract** - This paper Backstepping design with Sliding Mode Control for AC Servo Systems. The robustness of sliding mode control can be used for backstepping technique to solve the uncertainty problem. A scalar design using Lyapunov function is developed for high-order systems. The result can be easily extended to non-linear system and used with many other sliding mode control results.

#### 1. 서 론

최근들어 반도체 소자의 발전과 전력변환 기술의 발전, 제어 기술들의 향상으로 모터의 가변속 운전시에 교류 서보 전동기를 많이 사용하고 있다. 이러한 영구자석형 교류동기 전동기(Permanent Magnet AC Synchronous Motor)는 DC 모터에 비해서 상대적으로 소형, 경량이고 직류 전동기와 같이 선형적인 토크 대 전류, 속도 대 전압 특성을 지닌 전동기로서 가변속 운전 및 제어가 용이하며, 토크 대 관성의 비가 높아 소형으로 높은 출력을 낼 수 있다. 또한 회전자에 영구자석을 이용하기 때문에 토크 성분과 계자 성분 전류가 요구되는 유도 전동기에 비해 효율과 역율이 높기 때문에 가변속 운전이 요구되는 응용에 적합하다.[1][2]

이러한 모터의 가변속 운전시에 필수적으로 요구되는 사항은 시스템의 파라미터나 외란 그리고 기타 외부 환경의 변화에도 전동기의 동특성은 강인해야 한다는 것이다. 그러므로 본 논문에서는 상태 공간에서 정의되는 스위칭 평면상에서 불연속인 제어입력에 의해 시스템의 구조가 바뀌는 즉, 상태 궤적이 초기 상태에서 스위칭 평면에 도달하여 이 평면을 지나자마자 제어입력이 정해진 규칙에 따라 불연속적으로 바뀌어 시스템의 구조가 변경되는 슬라이딩 모드 제어를 도입한다.[3][4][5]

이 제어 기법에서 슬라이딩 평면상의 슬라이딩 모드에서는 시스템의 동특성이 스위칭 평면에 좌우되므로 시스템은 파라미터 변동이나 외란의 영향을 받지 않는 장점을 가지고 있다. 하지만 초기 상태에서 슬라이딩 평면까지의 도달 거리에서는 강인성을 보장받지 못하며 불연속적인 제어 입력의 인가로 인해 시스템에 진동(vibration)을 일으켜 시스템을 불안정하게 만들 수도 있고 슬라이딩 모드에서 시스템은 스위칭 평면이 교차하는 면을 따라 운동하기 때문에 이 모드에서 시스템의 동특성을 나타내는 방정식의 차수는 스위칭 평면의 차수만큼 감소하게 되므로 공칭 시스템의 동특성과는 무관하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 가상 상태를 도입하여 도달 거리를 제거하고 공칭 시스템의 동특성을 가지는 슬라이딩 평면을 제한한다.

이렇게 제한된 슬라이딩 모드 제어기는 Backstepping 제어를 설계함에 있어서 불확실성의 문제를 해결하는데 강인성을 추가 할 수 있으며 이를 검증하기 위하여 AC Servo 시스템의 시뮬레이션을 통하여 확인 할 수 있다.

#### 2. AC 서보 Backstepping 설계

다음의 AC Servo 시스템을 고려할 경우(단 d축 전류는 0으로 한다)

$$\frac{dw(t)}{dt} = -\frac{B}{J}w(t) + \frac{K_i}{J}i(t) \quad (2.1)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{K_e}{L}w(t) + \frac{R}{L}i(t) + \frac{1}{L}u(t)$$

여기서

$$-\frac{B}{J} = a_{11}, \quad \frac{K_i}{J} = a_{12}, \quad \frac{-K_e}{L} = a_{21},$$

$$\frac{R}{L} = a_{22}, \quad \frac{1}{L} = b_2$$

라고 정의하고

$$a_{11} < 0, \quad a_{12} > 0, \quad a_{21} < 0, \quad a_{22} < 0$$

라고 가정한다면, 이 시스템의 안정화 함수  $\alpha(x)$ 를 구하면

$$\alpha(x) = \frac{-a_{11} - K_1}{a_{12}}w(t)$$

$$= -K_2w(t) \quad (2.2)$$

이 된다. 여기서  $K_1$ 은  $i(t)$ 의 동특성 고유치이며

$$K_2 = \frac{a_{11} + K_1}{a_{12}} > 0$$

$$K_1 > 0, \quad K_1 > a_{11} \quad (2.3)$$

이 된다. 이 시스템에 대한 Lyapunov 후보 함수를

$$V(t) = \frac{1}{2}(w(t))^2 + \frac{1}{2}(i(t) + K_2w(t))^2 \quad (2.4)$$

와 같이 선정한다. 이 Lyapunov 후보 함수가 안정화 되기 위해서는 시간에 대한 미분 값이 0보다 작거나 같게 되면 된다. 위의 식을 시간에 대해 미분하면

$$\dot{V}(t) = w(t)\dot{w}(t) + (i(t) + K_2w(t))\left(\frac{di(t)}{dt} + K_2\frac{dw(t)}{dt}\right)$$

$$= w(t)(a_{11}w(t) + a_{12}i(t))$$

$$+ (i(t) + K_2w(t))(a_{21}w(t) + a_{22}i(t) + b_2u(t) + K_2a_{11}w(t) + K_2a_{12}i(t)) \quad (2.5)$$

이 식을 다시 표현 하면

$$\dot{V}(t) = a_{11}w^2(t) + a_{12}w(t)i(t)$$

$$+ (i(t) + K_2w(t))(a_{21} + K_2a_{11})w(t)$$

$$+ (a_{22} + K_2a_{12})i(t) + b_2u(t) \quad (2.6)$$

와 같이 된다. 여기서

$$K_3 = a_{21} + K_2a_{11}$$

$$K_4 = a_{22} + K_2a_{12} \quad (2.7)$$

이라고 한다면  $\dot{V}(t)$ 는

$$\dot{V}(t) = a_{11}w^2(t) + a_{12}w(t)i(t)$$

$$+ (i(t) + K_2w(t))(K_3w(t) + (a_{22} + K_4a_{12})i(t) + b_2u(t)) \quad (2.8)$$

이 된다. 여기서  $\dot{V}(t)$ 가 안정되기 위한 입력  $u(t)$ 를 구하면

$$u(t) = \frac{1}{b_2} \left( -\frac{a_{12}}{K_2} \dot{i}(t) - K_3 w(t) - K_4 \dot{i}(t) - L(\dot{i}(t) + K_2 w(t)) \right) \quad (2.9)$$

이고

$$K_5 = \frac{1}{b_2} (K_3 + LK_2) \quad (2.10)$$

$$K_6 = \frac{1}{b_2} \left( \frac{a_{12}}{K_2} + K_4 + L \right)$$

라고 한다면  $u(t)$ 는

$$u(t) = \frac{1}{b_2} \left( \left( -\frac{a_{12}}{K_2} \dot{i}(t) - K_4 - L \right) \dot{i}(t) + \left( -K_3 - LK_2 \right) w(t) \right) = -K_5 w(t) - K_6 \dot{i}(t) \quad (2.11)$$

이 된다.

### 3. Backstepping 슬라이딩 모드 제어기 설계

아래와 같은 시스템을 고려하기로 한다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

불확실한 행렬  $\Delta A$ 는 다음의 정할 조건을 만족한다.

$$\text{rank}[B : \Delta A] = \text{rank}B \quad (3.2)$$

식의 공칭계통을 다음과 같은 가제어 표준형으로 변환한다.

$$\dot{z}(t) = A_c z_0(t) + B_c u_0(t) \quad (3.3)$$

여기서

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & \cdots & -\alpha_n & \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

이다.

새로운 가상 상태  $z_v$ 는

$$\dot{z}_v(t) = -\alpha_n z_{v,1}(t) \cdots -\alpha_2 z_{v,2}(t) - \alpha_1 z_{v,2}(t) + \dot{u}_0(x, t) \quad (3.4)$$

가상 상태를 포함하는 차수가 증가된 시스템은 다음과 같이 구성 된다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) \quad (3.5)$$

$$\dot{z}_v(t) = -\alpha_n z_{v,1}(t) \cdots -\alpha_2 z_{v,2}(t) - \alpha_1 z_{v,2}(t) + \dot{u}_0(x, t)$$

위의 차수가 증가된 계통에 대해 새로운 슬라이딩 평면을 다음과 같이 결정한다.

$$s_n = z_v(t) + \alpha_n z_n(t) \cdots + \alpha_1 z_1(t) - u_0(x, t) = 0 \quad (3.6)$$

가상 상태의 초기치를 다음과 같이 선택하면  $s_n$ 의 초기치가 0이 되므로 도달시간이 제거된다.

$$z_v(t_0) = -\alpha_n z_n(t_0) \cdots -\alpha_1 z_1(t_0) - u_0(x(t_0), t_0) \quad (3.7)$$

그러므로 슬라이딩 제어 입력은 다음과 같이 구해진다.

$$u(t) = -((C_2 PB)^{-1}(-\alpha_n z_n - C_0 Px) + \dot{u}_0(x, t) + C_2 PAx(t) - (C_2 PB)^{-1}(\beta_1 \|x(t))) \quad (3.8)$$

여기서

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \end{bmatrix}^T, C_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}^T \text{ 이고}$$

$$C_2 = C_1 - \frac{\partial u_0(z, t)}{\partial z}, x(t) = P^{-1}z(t)$$

### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서 제안된 제어기의 우수성을 고차하기 위하여 사용된 교류 서보 전동기의 파라미터는 다음과 같다.

J(관성 모멘트)	0.39e-4 [kg · m <sup>2</sup> ]
B(마찰계수)	5.8e-5 [n/m/sec]
R(저항)	4.9 [Ω]
L(인덕턴스)	8.5e-3 [H]
Ke(역기전력상수)	0.53 [Nm/A]

이러한 파라미터를 가지고 Backstepping 시스템을 설계하고 다음과 같은 계산된 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} K_1 &= 1000 \\ K_2 &= 0.0735 \\ K_3 &= -124.8093 \\ K_4 &= 422.5130 \\ K_5 &= 2.5955 \\ K_6 &= 831.3936 \end{aligned}$$

Backstepping에서의 안정화 함수  $a(x)$ 는

$$a(x) = -0.0735w(t)$$

이고, 입력  $u(t)$ 는

$$u(t) = -2.5955w(t) - 831.3936\dot{i}(t)$$

가 된다. Sliding Mode 제어를 위한 AC Servo 전동기의 오차 방정식은 식 4.6에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e}(t) = \begin{bmatrix} -1.487 & -124.7 \\ 13589.7 & -576 \end{bmatrix} e(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 235 \end{bmatrix} u_o(t)$$

이러한 방정식을 이용 본 논문에서 제안한 Sliding Mode 제어를 설계하고 위에서 구한 입력  $u(t)$ 를 인가한다.

## 5. 시뮬레이션 결과

### 1. 속도파형

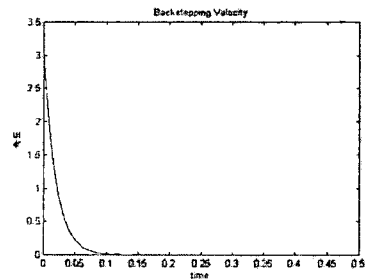


그림5.1 Backstepping 속도 파형

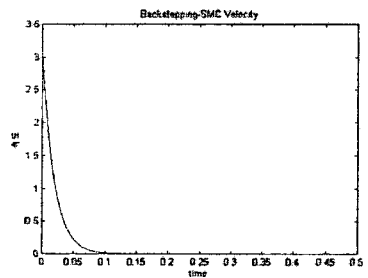


그림5.2 불확실성이 포함된 Backstepping SMC 속도 파형

## 2. 전류 파형

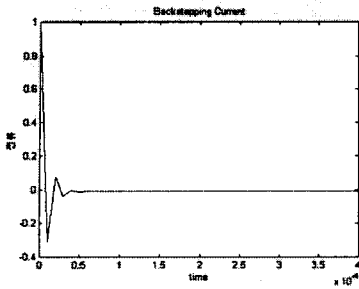


그림5.3 Backstepping 전류 파형

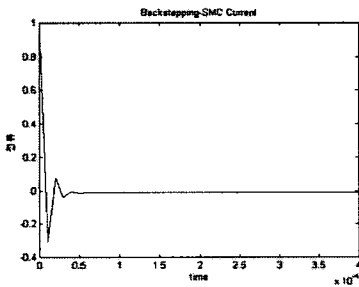


그림5.4 불확실성이 포함된 Backstepping SMC 전류 파형

## 6. 결론

본 연구에서는 불확실한 AC Servo 시스템에 대한 제어기 설계에 있어 Backstepping 기법을 적용시켜 보았으며, 불확실성의 문제를 해결함에 있어서 가상 상태를 이용하여 공칭 시스템의 동특성을 가지는 슬라이딩 평면을 구성하는 슬라이딩 모드 제어를 설계하였다.

본 논문에서 제안된 제어기는 시뮬레이션을 통하여 확인 할 수 있는데, 시뮬레이션의 결과를 비교 해 보면 불확실성이 포함된 시스템과 그렇지 않은 시스템의 속도, 전류 파형이 동일하게 나온 것을 확인할 수 있어 본 논문에서 제안된 제어기가 불확실성에 강인하다는 것을 알 수 있다.

또한 본 논문에서 제안된 제어기는 비선형 AC Servo 시스템 제어의 제어기 설계에 있어 기초가 된다는 것을 알 수 있었다.

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작 기계기술연구소의 지원에 의한 것입니다.

### [참 고 문 헌]

- [1] Peter Vas, "Sensorless Vector and Direct Torque Control", Oxford University Press, 1998.
- [2] Takashi Kenjo, "Permanent Magnet and Brushless DC Motor", Clarendon Press, 1986
- [3] U. Itkis, "Control systems of variable structure", JOHNWILLY & SONS, New York, 1976.
- [4] V. I. Utkin, " Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Trans. Automatic Control, Vol.22, No.2,

pp.212-222, 1977.

- [5] V. I Utkin, "Sliding modes and their application in variable structure systems", Moscow, Mir Publishers, 1978.
- [6] T.H. Chang, Y. Hurmuzlu: Sliding control without reaching phase and its application to bipedal locomotion, J. dynamic syst., measur., contr., 115-3 (1993) 447/455
- [7] F.J. Chang, H. J. Liao, S. Chang: position control of dc motors via variable structure systems control: a chattering alleviation approach, IEEE Trans, Industrial Electronics, 37-2(1990) 452/459
- [8] S. K. Park, H. K. Ahn: Novel sliding mode controller with virtual state, ICASE., 1999
- [9] J. Y. Hung, W. Gao, J. C. Hung, "Variable structure control: A survey," IEEE Trans. Industrial Electronics, vol 40, no 1, pp.2-22,1993
- [10] S. K. Park, H. K. Ahn and M. C. Kim, " Model Following Sliding Mode Control with Virtual States for Multiple Input System", Proceeding of the IASTED International Conference Systems and Control, pp.175-180, 2001.

[13] M.Krstic, I Kanellakopoulos and P. V. Kokotovic, "Nonlinear adaptive control design," John wiley & Sons, 1995

[14] F. gao, W.Q.Liu, V. Sreeran, and K.L.Teo, "Robust control design of nonlinear adaptive control systems with unmodelled dynamics," Proc. of CDC, pp.2037-2078,1997. no 1,pp.123-126,1996

[15] R.G. Roy, N. Olgac, "Robust nonlinear control via moving sliding surfaces n-th order case" CDC'97, December,1997.