

Backstepping 기법을 이용한 서보시스템의 제어

윤기영*, 지석준**, 최우진**, 이준탁***

*동아대학교 전기공학과, **(주)한라 레벨, ***동아대학교 전기전자컴퓨터 공학부

Control of Servo System Using Backstepping

Ki-Young Yun*, Suk-Jun Ji**, Woo-Jin Choi**, Joon-Tak Lee***

*Dong-A Univ, **Hanla Level Co. LTD, ***Dept. of Electrical Eleetronic&Computer Eng. Dong-A Univ

Abstract - 서보시스템은 공작 기계, 자동화기계용 등의 제어에 사용되고 있는 대표적인 제어 시스템으로서 관성 디스크를 교환하기도 하며 전자가변 포화도와 히스테리시스등을 사용하여 고정밀 연구용에도 이용가능하다. 그러나 모델의 불확실성이나 외부의란이 필연적으로 존재할 수 밖에 없으므로 이를 분석하고 규명하여 원하는 목적의 제어를 위한 제어기를 설계해야만 할 것이다. 따라서, 본 연구에서는 제어대상 시스템의 불확실성을 극복할 수 있고 비선형항의 소거를 통한 선형화가 아닌 비선형 제어기의 설계를 가능하게 하는 Backstepping 제어기법을 사용하여 서보시스템의 정밀한 제어와 시스템 안정성을 보장하고자 한다. Backstepping 제어기를 설계하여 다양한 조건하에서의 시뮬레이션을 수행하여 제안하는 제어기의 최적 수행 능력을 보이고자 한다.

1. 서 론

실세계(real world) 시스템은 비선형 요소를 많이 포함하고 있으나 현재까지의 제어기법은 선형 시스템에 기반을 둔 제어 이론을 중심으로 발전되어 왔는데, 선형 제어기법은 이론적으로 잘 정형화되어 있고 해석이 용이하다는 측면에서 매우 유용한 접근방법이나 실제 문제에 적용시는 비선형성의 정도에 따라 적용의 한계가 존재한다. 즉, 시스템에 외부환경의 변화나 동작점의 변동 등으로 인해 선형화된 시스템에 모델화되지 않은 동역학이 발생하게 되면 이러한 비모델 동역학이 제어시스템 성능에 미치는 영향이 커져 시스템이 불안정할 수도 있어 이를 대처하는 제어기법으로 80년대 기하학적 방법에 기초한 비선형 제어이론이 활발히 연구되어 피이드백 선형화 시스템, 정규화 형태의 시스템이 가지는 특징과 이의 분류 조건 등을 제시하였다. 이러한 기하학적 방법에 기초한 비선형 제어이론이 비선형항의 소거에 의한 선형화에 기초를 두어 불확실성이 존재하는 경우에 대한 정확한 해법을 제시할 수 없었으나 Backstepping 이론을 통해 비선형항의 소거를 통한 선형화가 아닌 비선형 제어기의 설계를 가능하게 했으며 적용제어기의 설계를 용이하게 하였다. 본 논문에서는 Backstepping 기법을 DC서보모터 속도제어 문제에 적용하여 제안하는 제어기 최적 수행능력을 보이고자한다.

2. 시스템 모델링

DC 모터 제어시스템의 구조는 아래 그림과 같다. 모터의 출력은 각속도 w 이고, 입력은 전기자 전압 V_a 와 모터의 shaft에 걸리게 되는 토크 T_L (외란)이다.

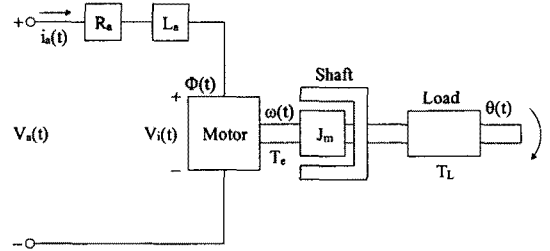


그림 1 DC 서보모터의 모델

모터의 운동방정식은 아래와 같이 기술될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_a(t) &= i_a(t)R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + V_i(t) \\
 V_i(t) &= k_1 \phi w(t) \\
 \phi(t) &= k_2 i_e(t) \\
 T_e(t) &= T_L + J_m \frac{dw(t)}{dt} \\
 T_e(t) &= k_2 k_3 i_e(t) i_a(t) = k_3 \phi(t) i_a(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, R_a 는 모터의 회전자 저항이고, L_a 는 인덕턴스, θ 는 회전자 각변위, i_a 는 전기자 전류, V_a 는 전기자 전압, ϕ 는 자속, T_e 는 전동기에 의해 발생된 토크, T_L 은 부하토크 이다.

3. 제어기 설계

Backstepping 설계란 시스템의 상태에서부터 입력을 결정하는 기법으로 가상의 제어입력을 설정하여 안정화 함수로 이용하고 이 과정에서 발생하는 오차변수로 Lyapunov 함수를 구성하여 $\dot{V} \leq 0$ 으로 유도하는 과정을 말하는데 이 과정에서 제어입력이 결정된다.

3.1 단계 1:

목표속도를 w_d 로 설정하고 실제 속도를 w 라 두면 식(2)와 같은 오차변수의 추종오차를 설정할 수 있다.

$$e = w_d - w \quad (2)$$

식(2)를 미분하고 식(1)을 이용하면 다음과 같이 속도 오차에 대한 동특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$J_m \dot{e} = T_L - k_3 \phi i_a \quad (3)$$

식(2)의 추종오차를 '0'으로 만들기 위해서는 i_a 를 가상입력으로 하는 제어기를 설계해야 한다. 즉, Lyapunov함수를 식(4)와 같이 정의하고 미분하면 식(5)와 같이 된다.

$$V_1 = \frac{1}{2} e^2 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = e \dot{e} &= \frac{e}{J_m} (T_L - k_3 \phi i_a) \\ &= -k_a e^2 + \frac{e}{J_m} (T_L - k_3 \phi i_a + k_a J_m e) \end{aligned} \quad (5)$$

단, k_a 는 설계 파라메타이다.

추종문제를 해결하기 위한 안정화 함수로 표현되는 여자 전류의 목표값은 다음과 같이 정의한다. 단, 전류 추종 오차(current tracking error)는 $e_d = i_{ad} - i_a$ 로 가정하였다.

$$i_{ad} = \frac{1}{k_3 \phi} (T_L + k_a J_m e) \quad (6)$$

식(6)에 의해 $\dot{V}_1 = -k_a e^2 \leq 0$ 로 되므로 점근적인 안정을 얻을 수 있다.

단계 2:

부하토크 T_L 은 불확실한 상태이므로 적응 추정해야 하며 추정값을 \hat{T}_L 이라 하면 식(6)에서 i_{ad} 는 다음과 같이 추정 전류식으로 변환된다.

$$\hat{i}_{ad} = \frac{1}{k_3} (\hat{T}_L + k_a J_m e) \quad (7)$$

따라서, 부하토크에 대한 추정오차를 $\tilde{T}_L = \hat{T}_L - T_L$ 이라 하면 식(3)와 식(7)로부터 속도오차에 대한 동특성 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{e} = \frac{1}{J_m} (\tilde{T}_L - k_a J_m e + k_3 \phi e_d) \quad (8)$$

유사한 방법으로 식(1)을 이용하여 e_d 에 대한 동특성 방정식도 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{e}_d = \frac{1}{L_a} (R_a i_a + V_i - V_a) \quad (9)$$

e, \tilde{T}_L 를 모두 고려한 새로운 리아프노프 함수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$V_2 = \frac{1}{2} (e_d^2 + e^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{T}_L^2) \quad (10)$$

식(10)를 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e \dot{e} + e_d \dot{e}_d + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{T}_L \dot{\tilde{T}}_L \\ &= -k_a e^2 + \frac{e}{J_m} (\tilde{T}_L - k_a J_m e + k_3 \phi e_d) \\ &\quad + \frac{e_d}{L_a} (R_a i_a + V_i - V_a) + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{T}_L \dot{\tilde{T}}_L \end{aligned}$$

불확실한 파라미터항을 분리하여 재정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_a e^2 + \frac{e}{J_m} (k_3 \phi e_d - k_a J_m e) \\ &\quad + \frac{e_d}{L_a} (R_a i_a + V_i - V_a) + \tilde{T}_L (\frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{T}}_L + \frac{e}{J_m}) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)로부터

제어입력 $V_a = k_1 \phi w + R_a i_a + \frac{L_a}{e_d} \cdot \frac{e}{J_m} k_3 \phi e_d$ 를 설정하고 적응칙을 다음과 같이 설정한다.

$$\dot{\tilde{T}}_L = -\gamma_1 \frac{e}{J_m} \quad (12)$$

따라서, 식(11)의 리아프노프 함수의 미분값은 최종적으로 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{V}_2 = -2k_a e^2 \leq 0 \quad (13)$$

식(13)에 의하여 속도 및 전류 추종오차를 '0'으로 수렴시키고 시스템의 점근적인 안정이 보장될 수 있다.

2.3. 시뮬레이션

시뮬레이션은 Matlab을 이용하여 수행되었고 목표속도 $w(t)$ 는 세구간으로 나누어 0~0.6초까지는 15[rad/sec], 0.6~1.2[sec]에서 5[rad/sec] 1.2~2[sec]에서는 15[rad/sec]로 설정하였다.

직류 서보전동기의 파라미터의 값은 전기자 저항 $R_a = 1.3[\Omega]$, 전기자 인덕턴스 $L_a = 17[\text{H}]$, 전동기의 회전자 관성 $J_m = 0.00016[\text{Kg} \cdot \text{cm}^2]$, 역기전력상수 $K_1 = 0.04098[\text{V/rad/sec}]$, 유기자속상수 $K_2 = 0.04088[\text{V/rad/sec}]$ 토크 상수 $K_3 = 0.086875[\text{Kg} \cdot \text{cm/A}]$ 이다.

시뮬레이션 결과는 아래그림들과 같다. 그림.2는 목표속도에 대한 실제 속도의 응답을 나타낸 것으로 대략 0.15초 만에 목표치에 도달함을 확인할 수 있다, 그림.3은 궤도 오차를 보여주는 것으로 짧은 시간(약 0.15초)안에 안정화 됨을 알 수 있다. 그림.4는 Backstepping 제어기 설계를 통해 산출해낸 제어입력 u (전기자 전압)의 상태를 나타낸 것이다.

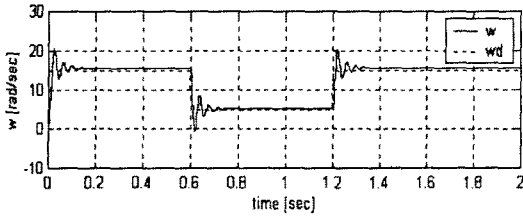


그림 2 속도 응답

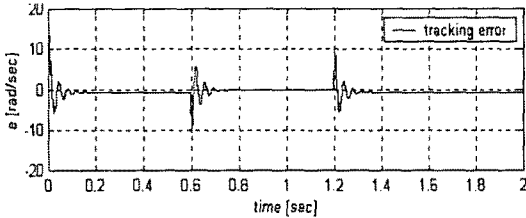


그림 3 궤도 오차

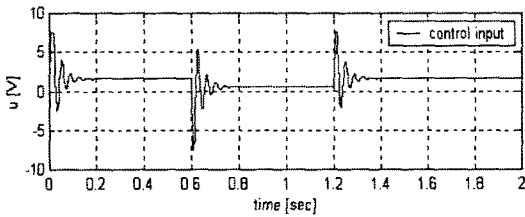


그림 4 제어 입력

3. 결 론

본 논문에서는 DC서보 모터의 속도제어를 위해 제어 대상 시스템의 파라메타의 불확실성을 극복하고 시스템의 상태에서부터 제어 입력을 결정하는 Backstepping제어기를 구현하였으며 Lyapunov함수를 통해 안정성을 입증하였다. 또한 시뮬레이션을 통해 제안한 제어기의 타당성을 검증하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, "Nonlinear and Adaptive Control Design", John Wiley and Sons, 1995.
- [2] Marc Bodson, "Differential-Geometric Methods for Control of Electric Motors", Int.J.Roubust Nonlinear Control, vol.8,pp.923-954, 1998.
- [3] Roger Skjetne, "Example of Nonlinear Tracking Controllers for our Mass-Damper System", 2001.
- [4] Hassan K. Khalil, "Nonlinear Systems", Prentice Hall, 1996.