

## 측차관측기를 이용한 고차 시스템 제어

조 준석, 윤 광호, 김 상훈, 김 응석, 김 낙교, 남 문현  
 건국대학교, 건국대학교, 건국대학교, 한라대학교, 건국대학교, 건국대학교

### High-Order system control using cascade observer

Jun-Seok Cho, Kwang-Ho yun, Sang-Hoon kim, Eung-Seok Kim, Lark-Kyo Kim, Moon-Hyun  
 Department of Electrical Engineering Konkuk University, Halla University

**Abstract** - We design a sliding mode cascade observer to estimate state of the output. In the 1st step of the observer, the output will be estimated, and the 1st order state of the output will be estimated via the 2nd step of the observer. Also, nth order state of the output will be estimated in the n+1th step of the observer. Therefore, this paper will be presented to design the slide mode observer of cascade based cascading convergence concept of state observer error.

#### 1. 서 론

관측기의 필요성은 현대제어 이론의 기본이 되고 있는 상태공간법에 기초한 선형 다변수 제어시스템 설계법에 기인하며 최적제어를 실현하기 위해서는 모든 상태변수가 측정가능해야하는 조건을 포함하고 있다[1][2].

시스템의 모든 상태변수를 센서에 의해 직접 측정 가능한 경우는 드물기 때문에 시스템의 제어입력과 측정가능한 출력의 정보를 이용하여 상태를 추정하는 관측기에 의한 피드백 제어를 행하고 있다. 관측기는 제어대상의 수학적 모델을 대상으로하여 설계되므로 실제 제어시스템에 존재하는 다양한 비선형성과 불확실성이 고려되지 않거나 제어대상에 대한 모델링오차가 존재할 경우에 정확하게 시스템의 상태를 추정할 수 없게 되고 본래 시스템 상태값과의 오차가 필연적으로 발생한다. 그리고 기존의 관측기에 의한 상태변수에는 노이즈의 영향이나 외란 변동의 요소가 포함되어 있어 추정치를 직접 이용하는 데는 많은 문제점이 따르며 관측기 병합제어시스템의 제어 성능을 저하시키는 결과를 초래한다. 그래서 본 논문에서는 비선형과 선형 시스템 모두에서 강한 특성을 갖는 가변구조제어이론에 따른 측차형 슬라이딩 관측기를 설계하고자 한다.

가변구조제어이론[3][4][5]은 그 특징이 제어시스템의 구조가 상태전환면에 의해 변하는 이론으로 슬라이딩 면이 존재하게 되고 슬라이딩 면을 따라 채터링(chattering)을 가지는 특징 때문에 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control)라 할 수 있다. 가변구조제어이론이 체계화되어 감에 따라 슬라이딩 모드제어 이론으로 정착하게 되었으며 시스템의 안정화 서보시스템을 시작으로 하여 여러 가지 제어 목적에 적용할 수 있을 만큼 이론이 발달되었다[6].

슬라이딩 모드 제어 이론이 소개된 이후 선형시스템에 불확실한 항들이 있는 경우에 견실성을 갖도록하는 연구 방향으로 많이 진행되어 미지의 파라미터와 부하 파라미터를 적용시키는 적응제어와 실시간 적용이 어려운 신경망 구조의 단점을 해결 했으며 현재에 이르러서는 많은 연구자들에 의하여 채터링 문제, 비선형 시스템에의 적용 문제, 퍼지제어 및 신경망제어와의 결합문제 등 여러분야의 연구가 활발히 진행되고 있는 실정이다. 그러나 슬라

이딩모드제어이론의 연구는 비선형 스위칭 함수의 도입 문제보다는 선형 스위칭 함수에 대한 연구와 슬라이딩모드제어의 문제점인 채터링 감소 문제에 연구가 집중되어 왔다. 이와 같이 슬라이딩모드제어에서 최근 연구는 채터링감소에 대한 연구가 대부분이라 할 수 있다. 그러나 실제 적용에 있어 가변구조 제어기는 다음과 같은 문제점을 내포하고 있다.

첫째, 불연속적인 가변제어입력에 의해 진동(chattering)현상이 발생하고,

둘째, 작은 오차에도 불구하고 큰 제어입력이 인가되어 전력 낭비의 문제점이 있으며,

셋째, 상태백터가 초기위치에서 처음으로 스위칭평면에 도달할 때 까지의 도달기간의 존재로 이 구간에서는 견실성을 보장할 수 없다.

따라서 본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어에서 불가항력적으로 일어날 수 밖에 없는 채터링을 완화하고 관측 오차를 억제하여 측차적인 수렴성을 보장할 수 있는 측차형 슬라이딩 모드 관측기를 제안하고자 한다.

#### 2. 관측기 설계

##### 2.1 상태관측기 설계

상태방정식은 다음과 같은 선형시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$\hat{x}(t)$ 가  $x(t)$ 와 같은지 아닌지를 판단하려면 두 신호를 비교해보면 되지만  $x(t)$ 를 알 수 없으므로 두 신호 대신에 플랜트의 측정출력  $y(t)$ 와 관측된 상태변수값으로부터 얻는 관측출력  $\hat{y}(t)$ 를 비교하면 된다.

관측출력  $\hat{y}(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있는데

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \quad (2.2)$$

이 신호가 측정출력  $y(t)$ 와 다르면  $\hat{x}(t)$ 가  $x(t)$ 와 분명히 다른 것이고  $\hat{y}(t)$ 가  $y(t)$ 와 같으면  $\hat{x}(t)$ 가  $x(t)$ 와 같아질 가능성이 있다. 이러한 출력관측오차  $\hat{y}(t) - y(t)$ 에 관한 정보를 고려하여 상태 관측기에서 상태 관측오차를 줄이도록 상태관측기의 형태를 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (2.3)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \quad (2.4)$$

여기서  $L$ 은 관측기의 상태관측오차를 보정하기 위해 도입한 관측이득행렬이다.

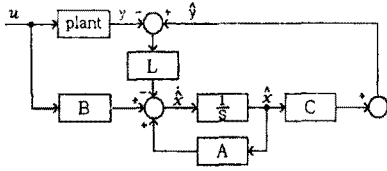


그림 2.1 상태 관측기 구조  
Fig. 2.1 Structure of state observer

식(2.3)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \\ &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[Cx(t) - \hat{y}(t)] \quad (2.5) \\ &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + LCx(t) - LC\hat{x}(t) \\ &= (A - LC)\hat{x}(t) + LCx(t) + Bu(t)\end{aligned}$$

식(2.3)과 식(2.4)로부터 상태관측오차에 관한 식은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}}(t) - \dot{x}(t) = (A - LC)[\hat{x}(t) - x(t)] \quad (2.6)$$

여기서 상태관측오차를  $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ 로 정의하면 식(2.7)로 나타낼 수 있다.

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (2.7)$$

여기서  $A - LC$ 가 안정하도록 행렬  $L$ 을 선택하면 초기관측오차  $e(0) = \hat{x}(0) - x(0)$ 가 있더라도  $t \rightarrow \infty$ 일 때  $e(t) \rightarrow 0$ , 즉  $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$ 의 성질을 가지면서 식(2.3)은 구하고자 하는 상태관측기가 된다.

## 2.2 축차형 슬라이딩 모드 관측기 설계

본 논문에서는 관측오차의 축차적인 수렴성 보장 개념에 근거하여 다음과 같은 축차형 슬라이딩 모드 관측기 알고리즘을 제안하며 그 구조는 그림 2.2와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}_i = \hat{x}_{i+1} + k_i(\hat{x}_{i-1} - \hat{x}_i) + \beta_i S_g(\hat{x}_{i-1} - \hat{x}_i) \quad (2.24)$$

여기서  $i=1$  즉, 첫 번째 단계는  $\hat{x}_0$  대신에 관측 대상 시스템의 출력을 여기(excitation) 신호로 사용한다.  $i=n$ 일 때 즉, 맨 마지막 단계에서는  $\hat{x}_{n+1} = 0$ 으로 하면 된다.  $k_i > 0$ ,  $\beta_i > 0$ 는 모두 상수로서 설계 파라미터이며,  $S_g(x)$ 는 관측기 오차의 지수함수적인 수렴성을 보장할 수 있도록 설계되는 함수이다.

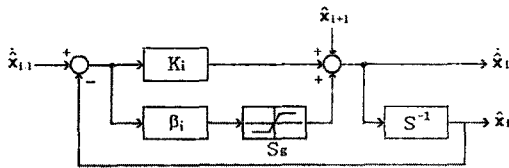


그림 2.2 축차관측기 구조  
Fig. 2.2 Structure of a cascade observer

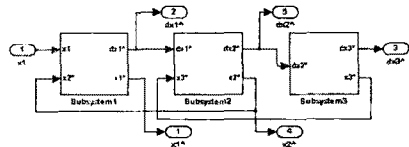
오차에 대하여 슬라이딩 모드(sliding mode) 동작이 이루어지기 위해서는 스위칭 함수로 정의하거나 포화함수로 구성할 수 있다.

$$\text{포화함수} : S_g(x_i) = \begin{cases} 1, & x > \delta_i \\ -1, & x < -\delta_i \\ x/\delta_i, & |x| \leq \delta_i \end{cases} \quad (2.25)$$

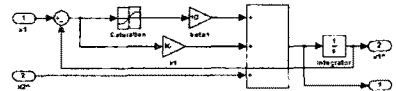
여기서  $\delta_i$ 는 포화영역으로서 설계파라미터이다. 식(2.24)으로 주어진 관측기에서 만일  $\hat{x}_{i-1} \rightarrow \hat{x}_i$ 이 된다면, 순차적으로  $\hat{x}_i \rightarrow \hat{x}_{i+1}$ 이 됨으로써 관측오차의 축차적 수렴성이 만족 될 수 있을 것이다.

식(2.26)은 축차형 슬라이딩 관측기를 3단으로 구성한 것이며 3단으로 설계한 관측기를 블록선도로 나타내면 그림 2.3와 같다.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + k_1(y - \hat{x}_1) + \beta_1 S_g(y - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + k_2(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + \beta_2 S_g(\hat{x}_1 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_2 + k_3(\hat{x}_2 - \hat{x}_3) + \beta_3 S_g(\hat{x}_2 - \hat{x}_3) \end{cases} \quad (2.26)$$



(a)



(b)

그림 2.3 (a) 축차형 슬라이딩 관측기의 구성도  
(b) subsystem의 구조

Fig. 2.3 (a) Structure of a cascade observer  
(b) Structure of subsystem

윗 식으로부터  $\hat{x}_1 \rightarrow y$ 가 됨에 따라  $\hat{x}_2 \rightarrow \hat{x}_1 \rightarrow y$ 가 됨을 알 수 있다. 이때  $\hat{x}_3 \rightarrow 0$ 이므로  $\hat{x}_3 \rightarrow \hat{x}_2 \rightarrow y$ 의 수렴성이 저하될 수도 있다. 따라서 관측기의 단 수를  $L$ , 추정상태의 개수를  $N$ 이라 하면  $L = N + 1$ 이 되도록 하는 것이 좀더 정확한 상태 관측에 유리하다.

## 2.3. 시뮬레이션

### case 1 : 2차 시스템

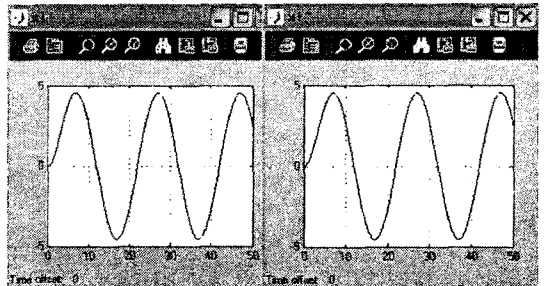


그림 5 상태  $x_1$ 과 추정된 상태  $\hat{x}_1$   
fig 5 state  $x_1$  and estimated state  $\hat{x}_1$

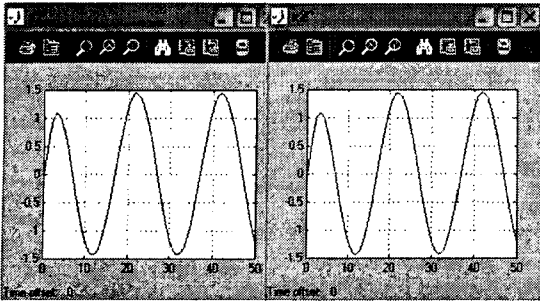


그림 6 상태  $x_2$ 과 추정된 상태  $x_2$   
fig 6 state  $x_2$  and estimated state  $x_2$

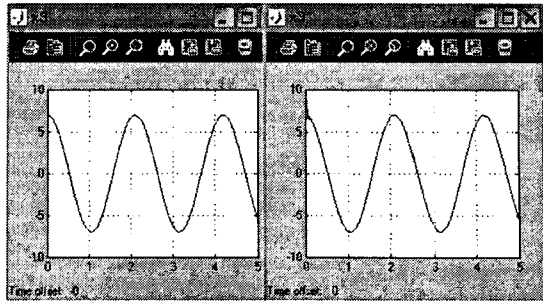


그림 10 상태  $x_3$ 과 추정된 상태  $x_3$   
fig 10 state  $x_3$  and estimated state  $x_3$

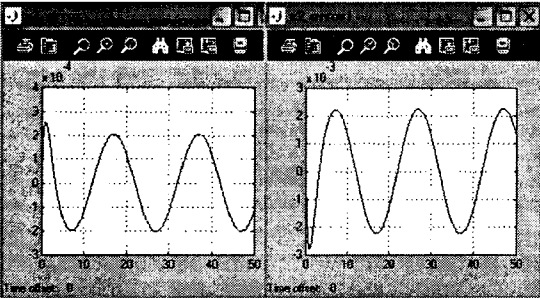


그림 7 상태  $x_1$ 과 상태  $x_2$ 의 오차  
fig 7 state  $x_1$  error and state  $x_2$  error

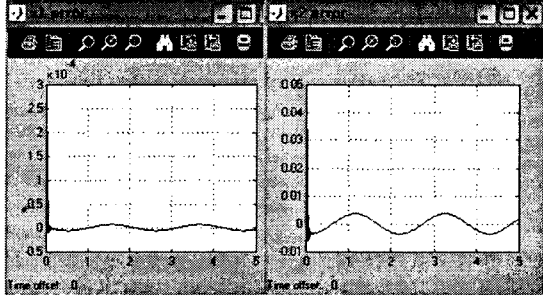


그림 11 상태  $x_1$ 과 상태  $x_2$ 의 오차  
fig 11 state  $x_1$  error and state  $x_2$  error

case 2 : 3차 시스템]

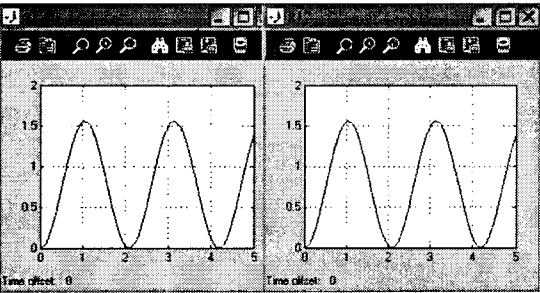


그림 8 상태  $x_1$ 과 추정된 상태  $x_1$   
fig 8 state  $x_1$  and estimated state  $x_1$

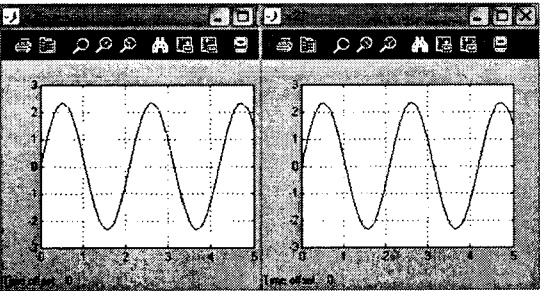


그림 9 상태  $x_2$ 과 추정된 상태  $x_2$   
fig 9 state  $x_2$  and estimated state  $x_2$

3. 결 론

본 논문에서 제시한 관측기는 시스템의 동특성 및 파라미터 등에 대한 어떠한 정보도 필요로 하지 않는다. 첫째단의 상태관측오차가 지수함수적으로 수렴함에 따라서 후속단의 상태관측 오차가 순차적으로 지수함수적으로 수렴성이 보증됨을 입증하였고 무한개의 상태 관측기를 종속연결할 수 있으므로 이론적으로는 무한개의 상태도 관측이 가능하다. 따라서 본 논문에서 제시한 관측기를 이용할 경우에는 기존의 복잡한 제어기 설계 문제를 단순화시킬 수 있을 것으로 예상된다.

[참 고 문 헌]

- [1] Z. Iwai, A. Inoue, and S. Kswaji, "Observer", Corona Pub., 1994. (in Japanese)
- [2] S. Kawaji, and H.S. Kim, "Full Order Observer for Linear Descriptor Systems with Unknown-Inputs", The 34th IEEE Conf. on Decision and Control, Louisiana, USA, pp. 2366-2368, 1995.
- [3] V. I. Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, No.2, pp. 212-222, 1977.
- [4] G. Bartolini, P. Pydynowski, "An Improved Chattering Free VSC Scheme for Uncertain Nonlinear Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 41, pp. 1220-1226, 1996.
- [5] G. Bartolini, A. Ferrara, E. Usai, "Chattering Avoidance by Second-order Sliding Mode Control", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 43, pp. 241-246, 1998.
- [6] T. Ahmed-Ali and F. Lamnabhi-Lagarrige, "Sliding Observer-Controller Design for Uncertain Triangular Nonlinear Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 44, no. 6, pp. 1244-1249, June 1999.