

극 배치를 이용한 이산시간 슬라이딩 모드 제어기의 설계

채 수 경, 최 재 모, 정 정 주
한양대학교 전자통신전파공학과

Design of a Discrete time Sliding mode controller Using a Pole-Placement

Su-Kyoung Chae, Jae-Mo Choi, Chung Choo Chung
Division of Computer and Electrical Engineering, Hanyang University

Abstract -본 논문은 원하는 슬라이딩모드의 고유값을 얻을 수 있도록 하고 슬라이딩 평면에 수렴하는 속도를 결정하는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 방법을 제시한다. 기존에 연속시간에서만 적용되어졌던 Ackermann의 공식을 이산시간에서 슬라이딩 평면과 선형제어기를 설계 하는데 사용함으로써 원하는 페루프의 고유값을 얻을 수 있도록 하였으며 비선형제어기가 선형 제어기로 설계됨으로써 채터링 현상을 줄이도록 하였다. 또한 슬라이딩 평면 근처에 밴드를 도입함으로써 공진의 여기를 최소화하면서 빠른 응답을 갖도록 하였다. 제안된 방법의 효율성을 보여주기 위해 Simulation과 실험결과를 보여줬다.

1. 서 론

가변구조제어기(Variable Structure Control)가 제시된 이후로 과거슬라이딩 모드 제어기는 연속시간 시스템의 경우에 대해서 잘 적용되어 왔다[12][15]. 하지만 이산시간 제어기의 수요가 증가함에 따라 슬라이딩 모드도 이산시간에서 연구 되어지기 시작하였는데 연속시간에서 설계된 슬라이딩 모드 제어기를 이산시간에 적용하는데 있어서 안정성을 보장하기 위해서는 다른 관점으로 설계가 되어져야 한다[7][14][16].

Dote와 Hofft는 처음으로 연속시간에서 사용되어지던 수렴조건에 대한 이산시간에서의 등가형태를 제시 하였다[14]. 그러나 Milosavljevic는 이 조건이 이산시간에서 충분조건이 되지 않는다는 것을 지적하였고, 퀴지 슬라이딩 모드를 이용한 방법을 제시했다[7]. Sarpturk는 이산 시간 시스템에 대해 슬라이딩 모드를 일으킬 조건과 수렴할 조건에 대한 다른 방법을 제시하였고 Furuta와 Gao는 Lyapunov Function을 이용하여 슬라이딩 평면이 존재할 충분조건을 얻어냈다[8][9][4]. 특히 Gao는 이산시간슬라이딩 모드의 특징을 항상 만족시키며 수렴조건이 직접적으로 스위칭 함수의 dynamics가 되는 간편한 접근 방법을 제시하였다. 그러나 수렴속도를 결정하는 변수의 값이 작은 경우 슬라이딩 평면에 수렴하는 속도는 빨라지게 되나 퀴지 슬라이딩 모드의 밴드가 커지게 되어 정상상태의 응답이 나빠지게 되는 단점을 보였다[4]. 또한 이산시간에서 강인성의 보장을 위해 Chan이 섭동의 최대 한계를 알지 못하는 상황에서도 강인성을 보장하는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 제안 하였으나 느리게 변하는 경우에 제한된 것이었다[6]. 그리고 Lee는 이산시간에서 다중입력 다중 출력을 가지는 시스템에 대해 수렴속도를 결정하는 변수를 이용하여 슬라이딩 평면에 도달하는 속도를 결정하는 방법을 제시하였고 이 변수의 적절한 선택에 의해 페루프 시스템이 안정성을 보장할 수 있도록 하는 방법을 제시하였다[1]. 그러나 이 경우 바로 이 변수에 의해 시스템의 페루프의 고유

값이 이동되어지는 단점을 보이게 되었다.

일반적으로 슬라이딩 모드 제어기는 선형제어기와 비선형 제어기로 나누어져 설계가 되어 왔다. 선형 제어기는 주어진 슬라이딩 평면으로부터 등가제어기 형태로 설계되었고 비선형 제어기는 도달조건을 만족하여 슬라이딩이 일어나도록 설계 되었다. 따라서 등가제어기 설계로부터 시스템의 원하는 고유 값을 얻기 힘들었다. 최근에 Ackerman등은 주어진 슬라이딩 모드의 고유 값으로 슬라이딩 평면을 설계하는 방법을 제안했다[2].

본 논문에서는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 방법을 제안한다. 첫째로 Ackermann이 연속시간에서 설계하였던 방법을 이산시간에 적용하여 슬라이딩 평면에 원하는 고유 값에 의해서 설계되어지도록 하였으며 슬라이딩 평면에 기준신호를 적용하여 기준신호에 의해 슬라이딩 평면의 위치가 이동하게 함으로써 기준신호를 추종하도록 설계한다[2]. 둘째로 슬라이딩 평면에 수렴하는 속도를 결정할 수 있는 변수를 이용하여 비선형 제어가 설계된다. 이 변수에 의해 페루프 시스템의 고유 값이 이동하지 않도록 하는 방법을 제안한다. 셋째로 슬라이딩 평면에 경계층을 도입함으로써 등가제어에 의한 시스템의 공진의 여기를 최소화 하면서 빠른 응답을 갖도록 하는 방법을 제안한다.

2. 이산시간 슬라이딩모드 제어기의 설계

다음과 같은 선형 이산시간 시스템을 고려하자.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k)$$

$$y(k) = Hx(k) \tag{1}$$

여기서 $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태 벡터이고 $u(k)$ 입력이다. $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 시스템 행렬, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 입력 행렬, $H \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 출력 행렬을 말하고, k 는 k 번째 샘플을 의미한다.

2.1 슬라이딩 평면의 디자인

본 논문에서는 Ackermann의 극 배치방법을 이용하여 기준신호를 추종하는 새로운 슬라이딩 평면을 설계한다. 슬라이딩 평면에서 차수가 줄어든 선형시스템의 원하는 고유값을 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ 라고 하면 피드백 입력은 다음과 같다[2].

$$u_c(k) = -Kx(k) \tag{2}$$

여기서 $K = e^P(\Phi)$, $e = [0, 1, \dots, 0, 1]$, $[\Gamma, \Phi \Gamma, \dots, \Phi^{n-1} \Gamma]^{-1}$ 이고 $P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1})$ 이다. 이때 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ 가 슬라이딩 모드에서 원하는 고유 값이라고 가정한다면 다음과 같이 Theorem1을 얻을 수 있다.

Theorem 1 [2] 슬라이딩 평면 $s(k) = Cx(k)$ 이 $C = e^P(\Phi)$ 에 의해서 설계되면 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ 은 슬라이딩 모드 동특성의 고유 값이 된다.

여기서 $P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_{n-1})$ 이다.

2.2 등가 제어기 설계

선형이산시간 시스템(1)에 대해서 $s(k+1)=0$ 이 되도록 하는 등가제어기를 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ &= \Phi x(k) + \Gamma(u(k) + u_e(k) - u_e(k)) \\ s(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3)$$

이때 $s(k+1)$ 은 다음과 같이 되며

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= C(\Phi - \Gamma K)x(k) + C\Gamma(u(k) - u_e(k)) \\ &= \lambda_c Cx(k) + u(k) - u_e(k) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $C(\Phi - \Gamma K) = \lambda_c C$ 이고 $C\Gamma = 1$ 이다[2].

$s(k+1)=0$ 이 되게 하는 등가제어 입력은 다음과 같이 된다.

$$u_{eq}(k) = (C\Gamma)^{-1} C\Gamma u_e(k) - (C\Gamma)^{-1} \lambda_c s(k) \quad (5)$$

SISO인 경우 (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_{eq}(k) = u_e(k) - \lambda_c s(k) \quad (6)$$

(6)을 (1)에 대입하면 슬라이딩 평면에서 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (\Phi - \Gamma K)x(k) + \Gamma(u(k) - u_e(k)) \\ &= (\Phi - \Gamma K)x(k) + \Gamma(-\lambda_c s(k) + u_e(k) - u_e(k)) \\ &= (\Phi - \Gamma K)x(k) - \lambda_c \Gamma s(k) \\ &= (\Phi - \Gamma K)x(k) \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 Ackermann의 공식을 이용해 슬라이딩 평면을 구하고 이를 이용해 등가제어를 구하면 슬라이딩 모드가 일어날 경우 시스템의 원하는 고유값을 얻을 수 있게 되어 일반적인 슬라이딩 모드 제어기의 단점을 보완할 수 있게 된다.

Corollary 1 [3] 이산시간 슬라이딩 모드의 존재와 안정성을 위한 충분조건은 $\forall s(k) \in Cx(k) < \alpha$ 영역에서 $|s(k+1)| \leq \alpha |s(k)|$, $0 \leq \alpha < 1$, $k \geq k_0$ 를 만족시키는 양의 정수 k_0 가 존재하여야 한다.

위의 조건은 (8)과 같이 표시 할 수 있으며

$$-\alpha |s(k)| \leq s(k+1) \leq \alpha |s(k)|, \quad 0 \leq \alpha < 1 \quad (8)$$

여기서, (4), (6) 그리고 (8)로부터 $(s(k) \neq 0)$ 으로 가정한다.)

$$w(k) = \frac{s(k+1)}{|s(k)|} = \frac{C\Gamma(-u_{eq}(k) + u(k))}{|s(k)|} \quad (9)$$

와 같이 된다. 그러므로 $|w(k)| < 1$ 이 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 충분조건이다.

2.3 전체 제어기 설계

(9)로부터 비선형슬라이딩 모드 제어기를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w(k) |s(k)| \quad (10)$$

여기서 $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$ 로 설정한다면 (여기서 w_0 는 상수이다.) 최종적으로 다음과 같은 제어기를 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + w_0 s(k) \quad (11)$$

그러므로 스위칭 함수의 dynamics는 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} s(k+1) &= Cx(k+1) \\ &= C\Phi x(k) + C\Gamma u(k) \\ &= C\Phi x(k) + C\Gamma(-Kx(k) + (w_0 - \lambda_c)s(k)) \\ &= C(\Phi - \Gamma K)x(k) + (w_0 - \lambda_c)s(k) \\ &= \lambda_c Cx(k) + (w_0 - \lambda_c)s(k) \\ &= \lambda_c s(k) + (w_0 - \lambda_c)s(k) \\ &= w_0 s(k) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$ 일 때 w_0 를 통해 수렴속도를 결정할 수 있다.

2.4 기준신호를 따라가는 제어기 설계

기준신호를 따라가는 제어기를 설계하기 위해 슬라이딩 평면을 다음과 같이 쓸 수 있다[10].

$$s(k) = Cx(k) - S_r r(k-1) \quad (13)$$

$$s(k+1) = Cx(k+1) - S_r r(k) \quad (14)$$

(14)를 이용해 기준신호를 따라가는 제어기를 설계하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} w |s(k)| &= C(\Phi x + \Gamma(u(k) + u_e(k) - u_e(k))) - S_r r(k) \\ &= C\Gamma(u(k) - u_e(k)) - S_r r(k) + \lambda_c s(k) \end{aligned} \quad (15)$$

$$u(k) = u_e(k) + S_r r(k) + w |s(k)| \quad (16)$$

마지막으로 $w(k) = w_0 \operatorname{sgn}(s(k))$ 로 설정한다면. (여기서 w_0 는 상수이다.) 다음과 같은 전체제어기를 얻을 수 있다.

$$u(k) = u_e(k) + S_r r(k) \quad (17)$$

2.5 현재 추정기설계

본 논문에서는 현재 추정기를 사용하여 현재의 상태변수를 예측한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) &= \bar{x}(k) + L_r (y(k) - H \bar{x}(k)) \\ \bar{x}(k+1) &= \Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\hat{x}(k)$ 은 current state estimate이고 $\bar{x}(k)$ 은 prediction state estimate이다. 현재 추정 값의 이득 L_r

는 추정오차 $\hat{x}(k) = x(k) - \bar{x}(k)$ 를 최소화하는 H_2 같은 최적화방법이나 극 배치 방법에 의해서 구해질 수 있다.

(2),(6)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u_r(k) &= -Kx(k) \\ u_{eq}(k) &= -Kx(k) - \lambda_c Cx(k) \end{aligned} \quad (19)$$

그리고 $s(k) = C\hat{x}(k)$ 를 이용하여, (11)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$u(k) = -K\hat{x}(k) - \lambda_c C\hat{x}(k) + w_0 Cx(k) \quad (20)$$

여기서 $\Phi_s = \Phi - \Gamma K$, $\Phi_{eq} = \Phi_s - \lambda_c \Gamma C$, 그리고 $\Xi = \Gamma C(\lambda_c - w_0)$ 로 한다.

Theorem 2 $\rho(\Phi - L_r H \Phi) < 1$ 와 $\rho(\Phi_s) < 1$ 이 성립한다고 가정하자. 그러면 이산 시간 페루프시스템을 안정하도록 하는 w_0 가 항상 존재한다. 이런 경우에는 w_0 에 의해 수렴하는 이산시간 슬라이딩 모드가 존재한다.

Proof : 폴랜드의 상태 $x(\cdot)$ 와 오차 $\hat{x}(\cdot)$ 를 이용해 페루프시스템을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

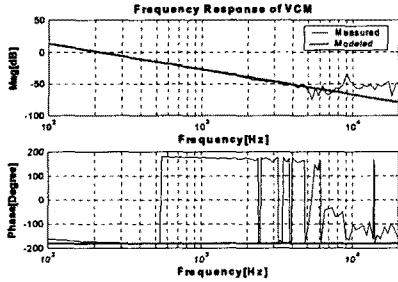


그림 1 갈바노미터의 주파수 응답
Fig. 1 frequency response of Galvanometer

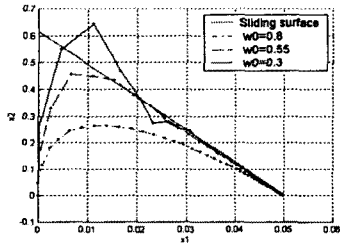


그림 2 W_0 값에 따른 Phase portrait
Fig.2 Phase portrait for W_0

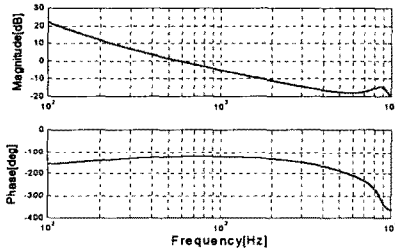


그림 3 보상된 플랜트의 주파수 응답 ($W_0=0.8$)
Fig.3 Frequency response of compensated plant ($W_0=0.8$)

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_s - \Xi & \Gamma K + \Xi \\ 0 & \Phi - L_s H \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$\rho(\Phi - L_s H \Phi) < 1$ 와 $\rho(\Phi_s - \Xi) < 1$ 는 폐루프 시스템을 안정하게 하기 위한 필요충분조건이며 만약 $\rho(\Phi_s) < 1$ 이라면 $\rho(\Phi_s - \Xi) < 1$ 이도록 하는 W_0 가 항상 존재할 것이다.

결국(20)을 이용한 제어를 사용하면 폐루프 시스템의 안정도를 보장할 수 있다. 원하는 고유 값 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 을 가지는 폐루프 시스템을 얻기 위해 $w_s = \lambda_s$ 를 사용하였다. $w_s = \lambda_s$ 인 경우에 Ξ 이 0 되고 이에 따라 $u(k) = u_s(k)$ 를 얻을 수 있게 된다. 결과적으로 폐루프 시스템은 Theorem1에 의해 제공되는 고유 값과 동일한 고유값을 얻을 수 있게 된다. 또한, $|w(k)| < 1$ 은 폐루프의 안정성을 위한 충분조건을 제공하고 $|w(k)| < 1$ 의 범위 내에서 선택된 값으로 이산시간 슬라이딩 모드 제어를 설계하였을 때 슬라이딩 모드의 폐루프 안정과 존재성을 보장하게 된다.

3. 수치 예제

본 논문은 레이저 마킹 시스템에서 사용되는 갈바노미

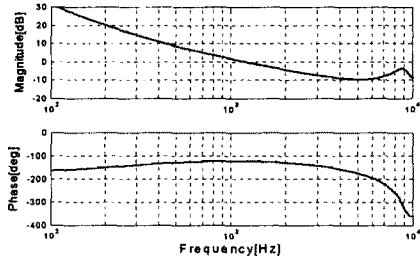


그림 4 보상된 플랜트의 주파수 응답 ($W_0=0.3$)
Fig.4 Frequency response of compensated plant ($W_0=0.3$)

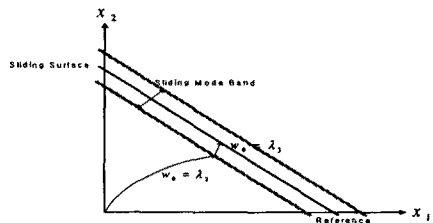


그림 5 경계층을 가지는 슬라이딩 평면
Fig.5 Sliding surface with boundary layer

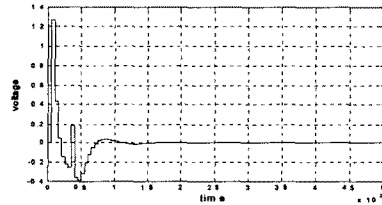


그림 6 저크가 발생했을 때의 제어입력
Fig.6 Control input when jerk is occurred

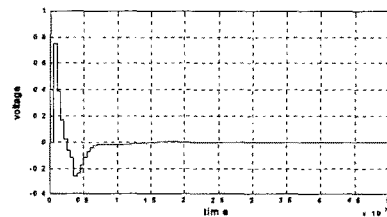


그림 7 상태 매칭을 시켰을 때의 제어입력
Fig.7 Control input when state is matched

터에 대한 제어를 설계 하였다. DSA를 이용하여 측정된 갈바노미터의 주파수 응답이 그림1에 보여지고 있으며 9KHz 근방에 28dB의 공진모드가 있다. 제어를 위한 모델링에서는 간단하게(simplified) 2차 강성으로 모델링 하였다. 여기에서 $x(t) = [\theta \ \dot{\theta}]^T$ 이며 이 시스템을 20khz의 샘플링 비율로 ZOH(Zero Order Hold) 방식으로 이산화해서 얻은 값은 다음과 같다. ($\theta, \dot{\theta}$ 는 갈바노미터의 각위치, 각속도이다).

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0.095 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.0032 \\ 0.6765 \end{bmatrix}, H = [0.9900 \ 0]$$

$\lambda_1, \lambda_2, L, \lambda_n, w_0$ 의 설계에 따라 시스템의 응답 특성을 비

교하여 보았다. 시뮬레이션에서는 9kHz에서의 공진 모드를 포함하였다. 공진모드가 존재함에도 불구하고

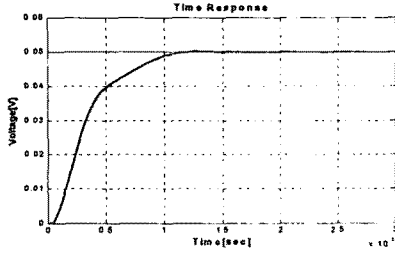


그림 8 계단 입력에 대한 시간 응답(Case 1)
Fig.8 Time response for step input

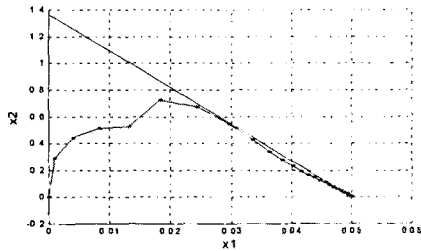


그림 9 계단 입력에 대한 Phase Portrait(Case 1)
Fig.9 Phase portrait for step input

그림2 에서 $\lambda_1 = 0.9$ 인 경우 ω_0 의 값에 따라서 궤적이 슬라이딩평면에 각각 다른 속도로 수렴하고 있는 모습을 보여 주고 있다. ω_0 가 0.8인 경우 매우 느린 수렴속도를 가지면서 목표지점에 다가가는 모습을 보이고 있으며 ω_0 가 0.55인 경우는 초기 몇 번의 제어 입력 후부터 슬라이딩 평면을 따라서 목표지점에 잘 들어가고 있는 모습을 볼 수 있다. 또한 ω_0 가 0.3인 경우 초기에 아주 빠른 속도로 진동하며 접근하다가 슬라이딩 평면을 따라 들어가고 있는 모습을 보이고 있다. 결국 수렴속도의 비율, 즉 ω_0 가 감소할수록 궤적은 슬라이딩 평면에 보다 더 빠른 속도로 접근하고 (ω_0 가 너무 작은 경우는 초기의 큰 제어입력으로 인해 슬라이딩 평면을 벗어났다가 일정시간 후 슬라이딩이 평면으로 수렴한다.) 증가할수록 궤적은 슬라이딩 평면에 느린속도로 접근하고 있음을 알 수 있다. 그림 3은 ω_0 가 0.8인 경우의 보상된 플랜트의 주파수 응답이며 그림 4는 ω_0 가 0.3인 경우이다. 그림 3과 달리 그림 4의 경우 9kHz 근방에서 볼 수 있는 공진모드가 0dB 근처 까지 올라 온 모습을 볼 수 있다. 이는 그림2에서 ω_0 의 값이 0.3으로 작아짐으로써 수렴속도는 빨라졌으나 제어입력이 등가제어의 형태에 더욱 가까워짐에 따라 시스템의 공진모드가 쉽게 여기되게 되고 잔여진동이 발생한다. 따라서 빠른 속도로 슬라이딩 모드를 일으키면서도 공진모드의 여기를 최소화 하는 방법이 요구되어진다. 본 논문에서는 슬라이딩 평면 부근에 경계층을 도입하여 공진의 영향을 최소화할 수 있는 방법을 제시한다.

4. 경계층을 가지는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기의 도입

슬라이딩 모드 제어기에 있어서 등가제어기만을 사용하면 슬라이딩 평면에 한번의 입력에 의해 도달하게 되

며 이때 제어입력은 고주파 성분을 갖는 임펄스 입력

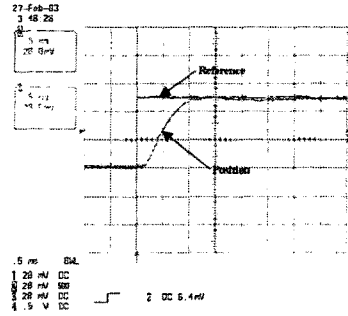


그림 10 계단 입력에 대한 시간응답 ($\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$)
Fig.10 Time response for step input ($\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$)

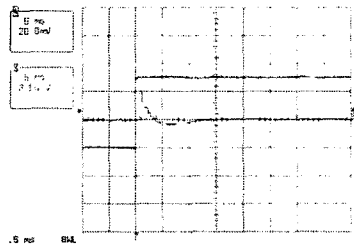


그림 11 계단 입력에 대한 제어 신호 ($\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$)

Fig.11 Control signal for step input ($\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$)

과 같은 모습을 띄게 된다. 그러나 이로 인해 기계적 공진모드가 여기 되게 되고 결과적으로 시스템의 과도 응답과 정상상태 응답이 나빠지게 된다. ω_0 를 사용하여 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 결정 할 경우 ω_0 가 0일 경우가 등가제어에 해당하게 되며 이때 계단 입력에 대하여 제어입력은 매우 큰 값을 가지며 임펄스 입력과 같은 형태가 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는

ω_0 값을 크게 하여 기준입력의 급격한 변화를 방지할 수 있다. 그러나 이 경우 시스템의 유연모드를 최대한 억제 하지만 시스템의 과도응답이 느려지게 되는 단점을 갖는다. 본 논문에서는 그림 5에서 보여지는 바와 같이 슬라이딩 평면에 일정 밴드를 설정하여 제어입력 초기에는 ω_0 값을 큰 값으로 설정하여 슬라이딩 평면에 느린 수렴속도로 접근하다가 일정 밴드 내에 들어가면 ω_0 값을 작은 값으로 설정하여 빠르게 슬라이딩 평면에 수렴하도록 하는 방법을 사용하였다. (ω_0 가 커질수록 등가제어의 모습을 띄게 되지않아 제어 입력의 크기는 작아지게 된다.) 그러나 이 방법을 실제 구현하는데 있어서 궤적이 일정밴드 내에 들어가게 되면 제어기의 구조가 바뀌게 되고 이에 따라 제어입력의 연속성을 상실하게 되어 그림 6에서 보이는 것과 같이 저크(jerk)가 발생하게 된다. 따라서 본 논문에서는 궤적이 밴드 내에 들어가게 되면 제어 입력의 연속성을 위해서 밴드 내에 들어가기 전의 제어입력을 이용해 상태를 매칭시키는 방법을 사용하여 제어입력의 연속을 유지하였다. 그림7은 이 방법을 사용했을 때의 모습으로 저크(jerk)가 전혀 발생하지 않고 제어입력 연속을 유지하고 있는 모습을 볼 수 있다.

5. 실험결과

제안된 제어기를 실험적으로 검증하였다. 다음은 $\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$ 인 경우에 대해 앞에서 제안한 슬라이딩 평면 근처에 경계층을 갖는 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 이용한 시뮬레이션 및 실험을 결과를 보여준다. 여기서 λ_1 은 슬라이딩 평면을 결정하게 되는 값이고, λ_2 는 슬라이딩 평면 근처의 경계층 까지 도달하기 위한 w_0 값이고, λ_3 는 경계층 안으로 들어갔을 때 w_0 값이다. 그림 8은 $\lambda_1 = 0.75, \lambda_2 = 0.8, \lambda_3 = 0.25$ 일때 0.05V의 계단 입력에 대한 시스템의 시간 응답 시뮬레이션 결과를 보인 것으로 1.3msec의 정착 시간을 보여주고 있다. 그림 9에서는 위 경우에 대한 Phase Portrait을 보인 것으로 처음 $w_0 = \lambda_2$ 에 의해 느린 수렴속도로 슬라이딩 평면에 접근하다가 일정 밴드에 도달하면 $w_0 = \lambda_3$ 에 의해 빠른 속도로 슬라이딩 평면 수렴하는 것을 보여주고 있으며 선형제어기에 의해 슬라이딩 모드를 일으킴으로써 슬라이딩 평면 근처에서 채터링 현상이 거의 발생하지 않으면서 원하는 위치에 도달하고 있음을 볼 수 있다. 실제 실험인 그림10은 시뮬레이션 결과와 거의 같은 결과를 보여주고 있고 그림 11의 제어 입력에서는 제어 입력이 0.5V이고 흔들림이 없는 모습을 볼 수 있다.

6. 결론

본 논문은 이산시간 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는 기법에 대해 보여주었다. 페루프 시스템이 원하는 고유 값을 가지도록 하기위해 기존에 연속시간에서만 적용되었던 Ackermann의 공식을 이산시간에서 슬라이딩 평면과 선형제어기를 설계 하는데 사용되어졌고 $w(k) = w_0 \exp(s(k))$ 에 의해 비선형 제어기가 선형제어기로 설계됨으로써 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 조절할 수 있을 뿐만 아니라 채터링 현상을 줄이도록 하였다. 또한 $w_0 = \lambda_2$ 를 사용함으로써 고유 값의 이동 없이 원하는 고유 값을 얻을 수 있도록 하였고 Ackermann의 경우 아무런 의미를 갖지 않던 λ_3 이 슬라이딩 평면에 도달하는 수렴속도를 결정할 수 있게 되었다. 또한 마지막으로 슬라이딩 평면 근처에 밴드를 도입함으로써 공간의 여기를 최소화하면서 빠른 응답을 갖도록 하였다. 마지막으로 시뮬레이션과 실험을 통하여 제시된 제어기의 성능을 보여주었다.

[참고 문헌]

- [1] Lee, S.-H., Baek, S.-E., and Chung, C.C. "Design of A Servomechanism with Sliding Mode for A Disk Drive Actuator," Proc. of CDC, Phoenix, AZ, USA, pp. 5253-5258, Dec. 1999.
- [2] Ackermann, J., and Utkin, V. "Sliding Mode control Design Based on Ackermann's Formula," IEEE Trans. on AC, Vol. 43, no.2, pp.234-237, Feb 1998
- [3] W.C.Su, S.Drakunov, and U.Ozguner, "Implementation of Variable Structure Control for Sampled-Data Systems, chapter in the book Robust Control via Variable Structure and Lyapunov Techniques," Springer-Verlag, v.217. 1996, pp. 87-106
- [4] W.Gao, Y. Wang, and A.Homaifa, "Discrete-time variable structure control systems," IEEE Trans, Ind.Electron., Vol.42, pp117-122, Apr.1995
- [5] A.J. Koshkouei and Alan S.I. Zonber, "Discrete-time sliding mode control design," IFAC, Vol.13, pp.481-486, 1996
- [6] C.Y. Chan, " Robust discrete-time sliding mode controller," Systems & Control Letters Vol 23, pp371-374, 1994
- [7] D.Milosavljevic, "General conditions for the existence of

a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems," Automat. Remote Contr., Vol.46, pp.307-314, 1985

- [8] S.Z. Sarpturk, Y. I Stefanopulos, and O. Kaynak, "On the stability of discrete-time sliding mode control systems," IEEE Trans. Automatic, Control, Vol.32, no.10, pp930-932, 1987
- [9] K. Furuta, "Sliding mode control of a discrete system," Systems & Control Letters, Vol.14, 1990, pp. 145-152.
- [10] C. Edwards and S. K.Surgeon, Sliding Mode Control, Taylor & Francis, 1998
- [11] G. F.Franklin, J.David Powell, and Michael Workman, "Digital Control of Dynamic Systems," Addison Wesley, 1997.
- [12] V. Utkin, Jurgeon Guldner and Jingxin Shi, "Sliding Mode Control Electromechanical Systems," 1999.
- [13] Chung, C.C. Lee, C.-W, Lee, S.-H. "Discrete-time sliding Mode control for the dual-stage actuator of hard disk drives," J.Info.Storage Proc.Syst., Vol.3, pp. 71-78, 2001.
- [14] Y. Dote and R.G. Hof, "Microprocessor based sliding mode controller for dc motor drives", presented at the Ind.Applicat,Soc.Annu.Meeting,Cincinnati, OH, 1980
- [15] V. Utkin, "Variable Structure System with sliding Modes", IEEE Trans, Auto. Control, Vol.ac-22, No. 2, April, 1977.
- [16] John Y.Hung, W.Gao, James C.Hung, " Variable Structure Control : A Survey", IEEE Trans., Ind. Electron., Vol.40, No. 1, pp. 212-222, 1993.