2003년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2003.7.21-23

시변 측정잡음 모델을 고려한 실시간 시선각 변화율 추정필터

A Practical Real-Time LOS Rate Estimator with Time-Varying Measurement Noise Variance

나원상, 이진익
국방과학연구소, 유도조종기법팀
305-600 대전광역시 유성우체국 사서함 35-3
{wonsang, jinik}@add.re.kr

Abstract

A practical real-time LOS rate estimator is proposed to handle the time-varying measurement noise statistics. To calculate the optimal Kalman gain, the algebraic transformation method is taken into account. By using the algebraic transformation, the differential algebraic Riccati equation(DARE) regarding estimation error covariance is replaced by the simple algebraic Riccati equation(ARE). The proposed LOS rate estimation filter gain is only a function of relative range. Consequently, the proposed method is computationally very efficient and suitable for embedded environment.

1 서론

본 논문에서는 실시간 시선각 변화율 추정필터 설계 문제를 고려한다. 유도탄 호밍유도를 위해 가장 일반적으로 채택되는 유도기법은 비례항법 유도법칙이다. 비례항법 유도법칙에서 산출되는 유도탄 가속도 명령은 유도탄과 표적을 잇는 시선벡터의 변화율 및 접근속도를 이용해 계산된다. 이때, 시선각 변화율은 탐색기로부터 제공되는 오차각을 측정치로 하는 표적추적 필터로부터 추정할 수 있다.

시선각 변화율 추정 방법은 크게 두가지 종류로 구분된다. 해석이 용이하다는 장점때문에 실제로 가장 흔히 도입되는 방법은 오차각 측정치를 저역 필터를 통과시켜 고주파 잡음을 제거하고, 이렇게 얻어진 오차각 측정치와 탐색기 안테나 변화율을 결합하는 방법이다 [1]. 이러한 고전적인 설계 방법과 더불어 관성좌표계에서 상대 운동방정식을 정의하고 시선각 변화율을 측정치로 하는 확장칼만 필터가 사용되기도 한다. 하지만 확장 칼만 필터의 경우 운용상의 안정성을 보장할 수 없는 경우가 있을 수 있고, 좌표변환 등으로 측정 잡음의 특성을 충분히 반영할 수 없다는 단점이 있다. 또한 상대적으로 계산량이 많아 실제 구현이 용이하지 않다.

탐색기 측정 오차각은 교전기하에 따라 변화하는 시선좌표계에서 얻어질 뿐만 아니라 상대거리에 따라 측정잡음 특성이 달라지는 특성이 있다. 따라서 추정오차를 최소화 하기 위해서는 시변 특성을 적절히 반영한 필터 설계가 필수적이다. 이를 위해 본 논문에서는 시선 좌표계상에서 표적 추적 필터문제를 정의하고 시변 선형칼만 필터를 설계한다. 이때 필터 이득은 탐색기 잡음 모델을 상대거리의 함수로 모델링하고, 적절한 대응관계를 통해 리카티 미분방정식을 시변 상대거리항을 제거한 대수 리카티 방정식의 해를 이용해 계산할 수 있음을 보인다 [2]. 제안된 방법은 사전에 계산된 대수 리카티 방정식의 해를 이용해 상대거리에 따라 필터 이득을 계산할 수 있으므로 실시간 구현에 매우 적합하다. 또한 탐색기 측정오차의 시변 잡음 특성 및 운동 방정식의 시변특성을 충분히 반영할 수 있으므로 만족할 만한 추정 성능을 보인다.

2 극좌표계 표적 추적 문제

극좌표계에서의 표적 추적 문제를 고려하고, 필터 설계를 위한 시스템 모델과 측정 모델을 제시한다. 유도탄의 호밍유도 명령은 탐색기로부터 측정되는 오차각을 이용해 추정된 시선각 변화율로부터 계산된다. 이 경우, 표적 추적문제는 그림 1에 정의된 회전 극좌표계상에서 정의된다.

편의상 수직면에서의 상대 운동방정식을 고려한다 [3].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= F(t)x(t) + Gw(t) + u(t) \\ y(t) &= Hx(t) + v(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2\frac{v_c}{r} & -\frac{1}{r} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \; x(t) = \begin{bmatrix} e_y \\ \omega_y \\ a_z^t \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; u(t) = \begin{bmatrix} -q_h & a_z^m/r & 0 \end{bmatrix}^T$$

위의 식에서 e_y는 오차각, ω_y는 시선각 변화율, $v_c = -\dot{r}$는 상대속도 a_z^t는 수직방향 표적 가속도를 나타내며, 필터의 외부 입력이 되는 유도탄 가속도 a_z^m 와 탐색기 안테나 각속도 q_h는 각각 유도탄에 탑재된 가속도계와 안테나에 장착된 각속도계로부터 측정되는 값이다. 위의 시변 운동방정식에 대한 연속시간 표적추적 필터 이득은 다음과 같은 리카티 미분 방정식의 해

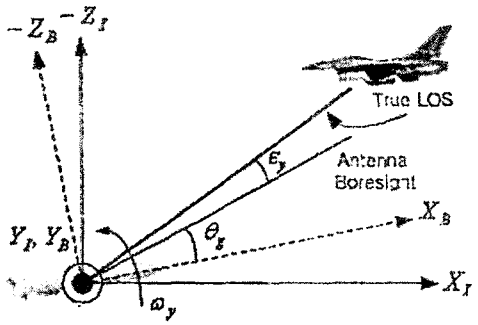

그림 1: 극좌표계 교전기하

를 구함으로써 계산된다.

$$\begin{aligned}\dot{P}(t) &= F(t)P(t)+P(t)F^T(t) \\ &\quad -P(t)H^TR^{-1}(t)HP(t)+GQG^T\end{aligned} \tag{2}$$

여기서, Q는 표적 가속도 모델의 불확실성을 반영하기 위한 공정잡음, 시변 행렬 $R(t)$은 탐색기 오차각의 측정잡음 분산을 나타내는 것으로 모두 영평균 백색 잡음으로 가정한다. 탐색기 오차각 측정잡음은 보통 탐색기 신호처리 소자에서 유발되는 열잡음과 표적의 전파반사 특성에 따라 결정되는 글린트 잡음이 있다. 이들 잡음의 통계적 특성은 다음과 같이 상대거리 r의 함수로 주어진다.

$$R(t)=\sigma_t^2r^4,\quad R(t)=\sigma_g^2/r^2 \tag{3}$$

위의 식에서 σ_t는 열잡음의 단위거리에서의 표준편차를, σ_g는 글린트 잡음의 단위거리에서의 표준편차를 나타낸다.

만일 식 (2)의 해를 실시간으로 계산할 수 있다면, 시선각 변화율 추정필터는 다음 갱신식에 의해 표현된다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= F(t)\hat{x}(t)+K(t)(y(t)-H\hat{x}(t)), \\ K(t) &= P(t)H^TR^{-1}(t)\end{aligned} \tag{4}$$

3 대수 대응관계를 이용한 필터 이득 산출

이 절에서는 연속시간 칼만 필터 이득을 실시간으로 산출하기 위해 적절한 변환관계를 통해 시선각 변화율 추정필터 (4)의 추정오차 공분산 행렬 $P(t)$를 대수 리카티 방정식의 해 $\bar{P}$를 이용해 산출하는 방법을 제시한다. 측정잡음 분산을 거리에 대한 m차 다항식 즉, $R(t)=\sigma^2r^m$으로 정의하면 수직면 시선각 변화율 추정필터 (4)의 필터 이득을 계산하기 위한 리카티 미분 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{P}_1 &= 2P_2-P_1^2/\sigma^2r^m \\ \dot{P}_2 &= P_4+2v_cP_2/r-P_3/r-P_1P_2/\sigma^2r^m \\ \dot{P}_3 &= P_5-P_1P_3/\sigma^2r^m \\ \dot{P}_4 &= 4v_cP_4/r-2P_5/r-P_2^2/\sigma^2r^m \\ \dot{P}_5 &= 2v_cP_5/r-P_6/r-P_2P_3/\sigma^2r^m \\ \dot{P}_6 &= -P_3^2/\sigma^2r^m+q\end{aligned} \tag{5}$$

여기서,

$$P(t)=\begin{bmatrix}P_1 & P_2 & P_3\\ * & P_4 & P_5\\ * & * & P_6\end{bmatrix}.$$

3.1 열잡음에 대한 필터 이득산출

접근속도 $v_c=-\dot{r}$가 일정하다고 가정하고 다음과 같은 대응관계를 고려하자.

$$\begin{aligned}P_1(t)/\bar{P}_1 &= r^3, \\ P_2(t)/\bar{P}_2 &= P_3(t)/\bar{P}_3=r^2, \\ P_4(t)/\bar{P}_4 &= P_5(t)/\bar{P}_5=P_6(t)/\bar{P}_6=r,\end{aligned} \tag{6}$$

위의 대응관계 (6)을 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 대수 리카티 방정식이 유도된다.

$$A\bar{P}+\bar{P}A^T-\bar{P}C^TR^{-1}C\bar{P}+BQB^T=0 \tag{7}$$

여기서,

$$\bar{P}=\begin{bmatrix}\bar{P}_1 & \bar{P}_2 & \bar{P}_3\\ * & \bar{P}_4 & \bar{P}_5\\ * & * & \bar{P}_6\end{bmatrix}$$

위의 식으로부터 $\bar{P}$는 다음과 같은 시불변 행렬 A, B, C 및 R로 표현되는 가상시스템에 대한 칼만 필터 이득임을 알 수 있다.

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}}(t) &= A\bar{x}(t)+B\bar{w}(t)\\ y(t) &= C\bar{x}(t)+\bar{v}(t)\end{cases} \tag{8}$$

$$A=\begin{bmatrix}3v_c/2 & 1 & 0\\ 0 & 5v_c/2 & -1\\ 0 & 0 & v_c/2\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix},R=\sigma_t^2$$

식 (7)의 해 $\bar{P}$는 일반적으로 행렬 속(Matrix Pencil) 방법 등에 의해 해석적으로 계산할 수 있으며 시스템 모델에 따라서는 닫힌 형태의 해가 존재하기도 하므로 사전에 결정할 수 있는 값이다. 따라서 최종적으로 구하고자 하는 필터 이득 (4)는 식 (6)의 관계식을 이용하여 다음과 같이 상대거리만의 함수로 주어짐을 알 수 있다.

$$K(t)=\frac{1}{\sigma_t^2}\begin{bmatrix}\bar{P}_1/r\\ \bar{P}_2/r^2\\ \bar{P}_3/r^3\end{bmatrix}. \tag{9}$$

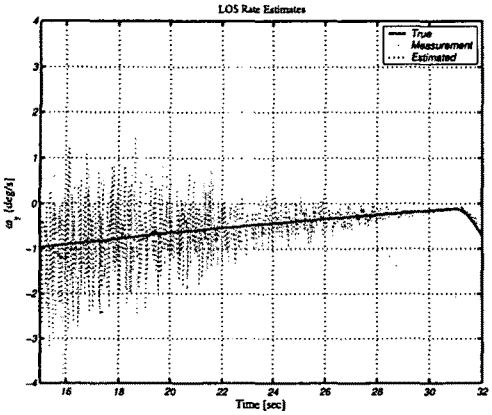

그림 2: 시선각 변화율 추정치(열잡음+글린트잡음)

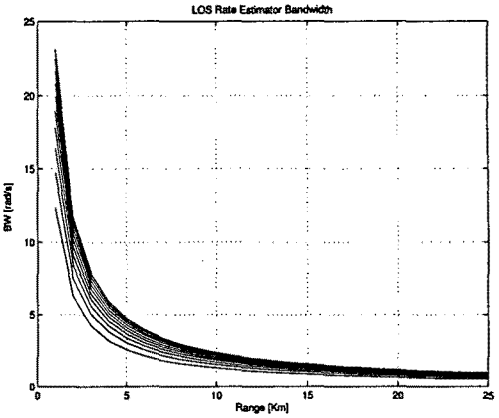

그림 3: 시선각 변화율 추정필터 대역폭(열잡음)

3.2 글린트 잡음에 대한 필터 이득 산출

앞서 열잡음의 경우와 유사한 과정을 통해 글린트 잡음에 대한 필터 이득을 산출할 수 있으므로 그 결과만을 요약한다.

시변 오차 공분산 행렬 $P(t)$와 대수 리카티 방정식의 해 $\bar{P}$ 간에 다음과 같은 관계를 정의한다.

$$\begin{aligned} P_1(t) &= \bar{P}_1/r^2, \\ P_2(t) &= v_c/r^3\bar{P}_1 + \bar{P}_2/r^2, \\ P_3(t) &= \bar{P}_3/r, \\ P_4(t) &= v_c^2\bar{P}_4/r^4 + 2v_c\bar{P}_2/r^3 + \bar{P}_4/r^2, \\ P_5(t) &= v_c\bar{P}_3/r^2 + \bar{P}_5/r, \\ P_6(t) &= \bar{P}_6, \end{aligned} \tag{10}$$

위의 식에서 $\bar{P}$는 시불변 행렬 A, B, C 및 R로 표현되는 가상시스템 (8)에 대한 칼만필터 이득이다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; R = \sigma_g^2$$

따라서 이상으로부터 글린트 잡음에 대한 시변 필터 이득을 얻을 수 있다.

$$K(t) = \frac{1}{\sigma^2}\begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ v_c\bar{P}_1/r + \bar{P}_2 \\ \bar{P}_3/r \end{bmatrix}. \tag{11}$$

3.3 실시간 구현방안 및 추정성능

표적 추적 필터를 실제로 구현하는 방법은 다음과 같다. 우선 표적 조우 조건을 고려하여 생각할 수 있는 표적 기동계수 q 및 접근 속도 v_c에 대해 대수 리카티 방정식의 해 $\bar{P}$를 사전에 계산하고 이를 테이블 형태로 저장한다. 실제 필터 이득은 $\bar{P}$ 테이블을 주어진 조건에 대해 내삽한 후, 별도의 거리 추정필터로부터 추정된 접근속도 $\hat{v}_c$ 및 $\hat{r}$을 이용하여 계산한 값을 사용한다. 그림 2는 유도탄의 전형적인 호밍궤적에 대해 제안된 방법을 사용하여 얻어진 시선각 변화율 추정결과를 보여준다. 이때 표적은 조우 1초 전부터 $4g$로 기동하는 상황을 가정하였다. 그림 3은 접근속도가 변화하는 경우에 대한 시선각 변화율 추정기 대역폭을 상대거리의 함수로 도시한 것이다. 그림으로부터 접근 속도 변화에 의한 필터 대역폭 변화가 크지 않으므로 $\bar{P}$를 q의 함수로 근사해도 시선각 변화율 추정필터의 성능에는 큰 문제가 없을 것으로 판단된다. 필터 운용시에는 열잡음과 글린트 잡음에 대한 통계적 특성을 고려하여 상대거리에 따라 필터 이득을 선택적으로 사용할 수 있다.

4 결론

본 논문에서는 탐색기 오차각 측정 잡음의 시변 특성을 반영하기 위하여 대수 변환관계를 이용한 시변 시선각 변화율 추정필터를 제안하였다. 제안된 필터는 기존의 필터와 달리 회전하는 시선 좌표계 상에서 상대운동 방정식을 정의하고 탐색기 오차각 측정치를 이용한 시변 선형필터 구조를 갖는다. 따라서 필터 운용상의 신뢰도를 확보할 수 있을 뿐만 아니라, 필터 이득을 상대거리만의 함수로 표현함으로써 계산량을 크게 줄일 수 있다는 장점을 갖는다.

References

[1] Lin, C. F., *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*, Prentice-Hall, Inc., (1991).

[2] Faruqi, F. A. and R. C. Davis, "Kalman Filter Design for Target Tracking, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 10, (1980), pp. 500–508.

[3] Pearson, J. B. and E. B. Stear, "Kalman Filter Applications in Airborne Radar Tracking, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 10, no. 3, (1974), pp. 319–329.