

인공위성의 PWM 자세제어기 설계

*이호재, *박진배, **정근호, **주영훈
 *연세대학교 전기전자공학과, 군산대학교 전자정보공학부

Making PWM Attitude Controller for Satellite

*Chan Young Hong *Jin Bae Park **Keun-Ho Jeong **Young Hoon Joo
 *Dept. of Electri. & Electron. Eng., Yonsei Univ., *School of Electron. and Infor., Kunsan National Univ.

Abstract - 본 논문은 디지털 재설계 기법을 이용한 PWM 제어기 설계 기법을 제안한다. 디지털 재설계 기법은 잘설계된 아날로그 제어기의 성능을 보장하도록 변환하는 기법이다. 재설계된 디지털 제어기는 등가 영역의 법칙을 사용하여 PWM 제어기로 변환한다. 제안된 기법의 효용성을 검증하기 위하여 인공위성의 자세제어 시스템의 모의실험의 예를 보인다.

1. 서 론

산업계에서 실제로 가동되는 시스템이나 공정은 연속적인 시간강상에서 운용되므로 연속 시간으로 표현되는 제어기를 설계하는 것은 매우 자연스럽다. 현대의 컴퓨터 산업분야의 급속한 발전으로 매우 저렴한 비용으로 강력한 성능의 디지털 제어기를 구현 및 활용한다면 그 성능을 향상시킬 수 있다. 디지털 재설계 기법은 잘 설계된 아날로그 제어기를 등가의 제어 성능을 확보하는 디지털 제어기로 변환하는 기법이며 디지털 펄스폭변조 (PWM: Pulse-Width-Modulation) 방식의 제어기를 손쉽게 설계할 수 있는 장점을 보유한다.

현재 우주항공에 발사된 인공위성의 작동기는 대부분 비례-적분-미분 (PID: Propotional-Integral-Derivative) 제어기를 활용하고 있다 [3]. 실질적으로 중요한 문제점은 PID 제어기를 포함한 기존의 제어 법칙들은 추력기의 특성을 고려하지 않았다는 점이다. 실제로 추력기의 출력은 주로 일정한 추력을 On-Off의 형태로 생성하기 때문에 추력기의 제어는 출력의 발화시간을 조절하는 PWM 방식이 더욱 현실적이다. 그러나 현재까지 인공위성의 자세제어를 위한 이론적인 연구결과를 고찰해 볼 때, 대부분 이를 무시하며 일반적인 연속시간 함수로 표현되는 제어법칙을 제시하는 실정이다. 고급제어이론을 도입하여 자세제어기를 설계하여도 이를 실제 위성체에 적용할 수 없으며, 시스템의 안정성 또한 보장할 수 없다.

본 논문은 디지털 재설계 기법을 이용한 PWM 제어기 설계 기법을 제안한다. 적절한 성능을 보장하는 아날로그 제어기의 성능이 보장되도록 디지털 제어기로 변환한 후 등가 영역의 법칙을 사용하여 PWM 제어기로 변환한다. 제안된 기법의 효용성을 검증하기 위하여 인공위성의 자세제어 시스템의 모의실험의 예를 보인다.

2. 준최적 디지털 재설계

다음과 같은 선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= Ax_c(t) + Bu_c(t), \quad x_c(0) = x_0 \\ y_c(t) &= Cx_c(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $u_c(t) \in R^m, y_c(t) \in R^p$ 이다. 제어입력 $u_c(t)$ 은 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c x_c(t)$$

여기서 $K_c \in R^{m \times n}$ 는 제어 이득 행렬이다. 식 (1), (2)에 의한 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_c(t) &= (A - BK_c)x_c(t), \\ x_c(0) &= x_0 \end{aligned}$$

샘플링 시간 T에 의한 식 (1)의 이산화 모델은

$$\begin{aligned} x_c(kT + T) &= G_c x_c(kT) \\ y_c(kT) &= Cx_c(kT) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $G_c = \exp((A - BK_c)T)$,

$$\begin{aligned} H_c &= \int_{kT}^{kT+T} \exp((A - BK_c)(kT + T - \tau)) B d\tau \\ &= (G_c - I_n)(A - BK_c)^{-1} B \end{aligned}$$

디지털 제어 입력을 고려한 아날로그 제어 시스템을 다음과 같이 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_d(t) &= Ax_d(t) + Bu_d(t), \quad x_d(0) = x_0 \\ y_d(t) &= Cx_d(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서

$$u_d(t) = u_d(kT) = -K_d x_d(kT), \quad kT \leq t < kT + T, \quad (6)$$

$K_d \in R^{m \times n}$ 는 디지털 제어 입력 행렬이다. 결과적으로 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{x}}_d(t) = Ax_d(t) - BK_d x_d(kT), \quad kT \leq t < kT + T \quad (7)$$

식 (5), (6)에 의한 이산화 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\begin{aligned} x_d(kT + T) &= (G - HK_d)x_d(kT) \\ y_d(kT) &= Cx_d(kT) \end{aligned}$$

여기서 $G = \exp(AT)$,

$$\begin{aligned} H &= \int_{kT}^{kT+T} \exp(A(kT + T - \tau)) B d\tau \\ &= \int_0^T \exp(A\tau) B d\tau = (G - I_n)A^{-1}B \end{aligned}$$

이다.

행렬 A가 특이한 경우 다음의 식을 이용하여 행렬 H를 계산할 수 있다.

$$H = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} (AT)^{i-1} BT$$

본 절의 목적은 디지털 제어 이득 행렬 K_d 을 잘 설계된 아날로그 제어 이득 행렬 K_c 로부터 재설계한 후 이로부터 PWM 제어 신호를 생성하는 것이다.

문제 1: 잘 설계된 아날로그 제어 이득 행렬 K_c 로부터 다음의 조건을 만족하는 디지털 제어 이득 행렬 K_d 을 구하라.

- (1) 디지털 제어 시스템 (7)이 리아푸노프 안정 이론에 근거하여 안정하다.
- (2) 디지털 제어 시스템의 출력이 아날로그 제어 시스템의 출력과 가능한 한 유사해야 한다.

조건 $x_c(kT) = x_d(kT)$ 하에서 다음의 행렬 방정식을 만족하는 행렬 K_d 를 찾을 수 있다면 시간 $t = kT + T$ 에서 예상되는 상태 정합 $x_c(kT + T) = x_d(kT + T)$ 은 획득될 수 있다.

$$G_c = G - HK_d \quad (9)$$

참고 1: 행렬 방정식 (9)은 $n \leq m$ 이고 행렬 H가 특이하지 않은 경우에 정확한 해를 구할 수 있다. 그러나 이러한 조건은 매우 비현실적이다.

근사해를 구하기 위하여 행렬 방정식을 다음의 행렬 부등식으로 변환하자.

$$(G_c - (G - HK_d))^T (G_c - (G - HK_d)) < \alpha^2 X^T X$$

여기서 $\alpha > 0$ 는 상수, X는 자유 행렬 변수이다.

정리 1: 다음의 조건을 만족하는 양한정 대칭행렬 Γ , 행렬 F, 양의 상수 $\alpha > 0$ 가 존재한다면 디지털 제어 입력 (6)은 문제 1의 조건을 만족시킬 수 있다.

minimize Γ, F, α subject to

$$\begin{bmatrix} -\alpha \Gamma & * \\ G_c \Gamma - G \Gamma + H F & -\alpha I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} -\Gamma & * \\ G \Gamma - H F & -\Gamma \end{bmatrix} < 0,$$

여기서 $F = K_d \Gamma$, *는 전치요소를 나타낸다. 제어 이득 행렬은 다음과 같이 구한다.

$$K_d = F \Gamma^{-1}$$

증명: 참고문헌 [1]을 참고하라.

PWM 제어기는 등가면적의 법칙(equivalent area principle)을 이용하여 재설계된 PAM 제어를 변환하여 설계한다. PWM 제어기의 입력 크기는 상수로 미리 정하며 전체적인 제어신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_{PWM}(t) = \begin{cases} 0, & \text{fort} \in [kT, kT + \tau_k) \\ \text{sgn}(u_d) u_M, & \text{fort} \in [kT + \tau_k, kT + \tau_k + \delta_k) \\ 0, & \text{fort} \in [kT + \tau_k + \delta_k, kT + T) \end{cases}$$

그림 1은 전형적인 PWM 제어 입력 신호를 나타낸다.

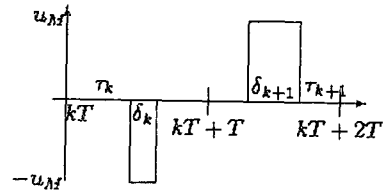


그림 1 PWM 제어 입력 신호

정리 2: 재설계된 디지털 제어 입력 $u_d(t)$ 로부터 계산되는 등가면적의 법칙을 만족하는 PWM 디지털 제어 입력 u_{PWM} 의 발화시간 δ_k 과 휴지시간 τ_k 는 다음과 같다.

$$\delta_k = T \frac{u_d(kT)}{u_M},$$

$$\tau_k = \frac{1}{2}(T - \delta)$$

증명: 다음의 이산화된 디지털 제어 시스템을 고려하자.

$$x_d(kT + T) = Gx(kT) + Hu_d(t)$$

$u_d(t)$ 를 $u_{PWM}(t)$ 로 대체하면

$$\begin{aligned} x_d(kT + T) &= Gx(kT) + \int_{kT}^{kT+T} \exp(A(kT + T - \lambda)) Bu_{PWM} \\ &= Gx(kT) + H_{PWM} u_{PWM}(t) \end{aligned}$$

두 식의 상태를 정합하면, 그 결과는

$$Hu_d(t) = H_{PWM} u_{PWM}(t)$$

이며 이를 풀면 위의 결과를 얻는다.

Q. E. D.

3. 퍼지 모델링인공위성의 PWM 자세제어

관성모멘트에서 비대각항이 대각항에 비해 작고, 자세 각이 선형영역내에 있으며 일정 각속도로 원궤도를 비행하는 인공위성의 pitch (Y축) 운동방정식은 roll (X축), yaw(Z축)와 분리된 선형 방정식이 된다 [3].

$$I_y \ddot{\theta} + 3n^2(I_x - I_z)\theta = T_c$$

여기서 $I_{(\cdot)}$ 은 각축의 관성 모멘트, n 은 궤도 각속도, θ , $\dot{\theta}$ 는 pitch의 각도 및 각속도, T_c 는 제어 토크를 나타낸다. 출력은 자세각과 각속도이며 상태방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

여기서 $x = [\theta, \dot{\theta}]$, $u = T_c$ 이며

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3n^2(I_z - I_x)}{I_y} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_y} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

관련된 모의실험 변수는 표 1에 보인다. 본 논문에서 안한 방법에 의한 PWM 제어기에 의한 모의실험 결과는 그림 2와 그림 3에 나타난다. 모든 상태 변수는 평형점으로 잘 수렴함을 알 수 있다. 그림 4는 본 논문에서 제안한 기법에 의한 PWM 제어 파형이다.

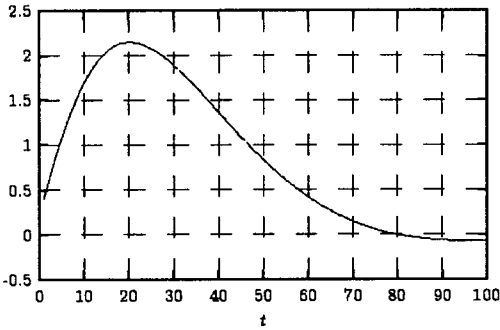


그림 2 자세각의 시간응답

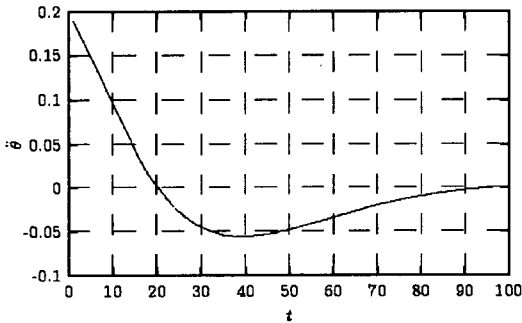


그림 3 각속도의 시간응답

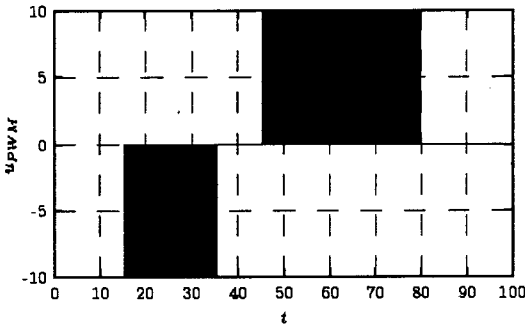


그림 4 PWM 제어 입력

3. 결론

본 논문에서는 효율적으로 PWM 디지털 제어를 설계하는 기법을 논의하였다. 우수한 성능의 아날로그 제어기를 등가의 디지털 제어기로 변환하는 디지털 재설계 기법을 제안하였다. 재설계된 디지털 제어기로부터 등가 영역법칙에 기반한 PWM 디지털 제어기 설계 기법을 제안하였다. 논의내용의 타당성을 검증하기 위하여

PWM 추력기가 필수적인 인공위성의 자세제어 시스템의 모의 실험을 수행하였으며 실험 결과로부터 제안된 기법의 효율성을 검증하였다.

감사의 글

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-D00212)

[참고 문헌]

- [1] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "An LMI approach to digital redesign of linear time-invariant systems", IEE Proceedings-Control Theory and Applications, Vol. 149, No. 4, pp.297-302, 2002, 7.
- [2] 김진호, 김종래, "DAC 슈미트 트리거를 이용한 인공위성 자세제어," 한국항공우주학회지, pp. 119-124, 1996.
- [3] Bong Wie, "Spacecraft dynamics and control: applications of dynamical systems theory," Lecture Note, Arizona State University, 1995.
- [4] 임형철, Momentum Bias를 가지는 위성의 3축 자세 제어 시뮬레이션, 연세대학교 대학원 천문대기학과, 1995.