

MIMO QFT를 이용한 강인한 비행제어 시스템의 설계

김민수, 이승환, 윤만수, 정찬수  
 숭실대 전기공학과

Design of the Flight Control Systems using the MIMO Quantitative Feedback Theory

Min-Soo Kim, Seung-Whan Lee, Man-Soo Yun, and Chan-Soo Chung  
 Dept. of Electrical Eng. Soongsil Univ.

**Abstract** - QFT이론은 플랜트의 변동을 고려하여 주파수영역에서 설계하는 제어기법으로 파라미터의 변화 및 외란에 강인한 제어기 설계에 적합한 방법이다. 비행제어시스템은 다중 입력과 다중 출력을 갖는 시스템으로 내부 하중의 변화 등의 내부적인 파라미터의 변동이나 돌풍 등의 외란에 강인한 제어기의 설계를 요구받는다. 이러한 비행제어시스템에 MIMO QFT 설계방법을 적용하여 제어기를 설계하였는데, 강인한 제어기의 설계방법인 QFT에는 GA를 이용한 자동 loop-shaping 방법이 사용되었다.

1. 서 론

Quantitative Feedback Theory(QFT)는 외란 및 플랜트의 파라미터 변동에도 강인한 제어기를 설계하기 위한 기법 중의 하나로서 주어진 안정도 및 성능지표를 만족하도록 제어기를 설계한다[1]. QFT설계과정은 우선, 주어진 설계조건을 기초로 경계를 계산한다. 다음으로, loop-shaping을 통하여 주어진 안정도 및 경계조건을 만족하도록 제어기를 설계한다. 마지막으로, 설계된 제어기가 주어진 사양에 맞도록 설계되었는지 페루프 시스템의 응답을 통해 분석한다. 이러한 QFT설계과정에서 가장 중요하며 어려운 단계는 주파수 영역에서의 개루프 전달함수의 극점과 영점을 추가/변경하는 loop-shaping 과정이다. 그러나 loop-shaping은 컴퓨터에 기초한 설계환경에서 반복적인 시행착오를 통해 사양에 맞는 제어기를 구성[2]해야 하는 제약이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 유전자 알고리즘(GA; Genetic Algorithm)을 이용하여 loop-shaping을 자동으로 처리함으로써 최적의 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다.

GA는 가장 대표적인 진화알고리즘으로서 인간의 지능을 흉내내는 것에 기초해 시행착오를 통한 해를 탐색하는 방법이다.

QFT를 비롯한 여러가지 강인한 제어기 설계기법들은 비행 전구간에 거쳐 파라미터 변동이 발생하는 비행제어 시스템과 같이 강인한 제어기 설계가 요구되는 경우에 유용하게 사용될 수 있다. 비행제어시스템에서 파라미터의 변동의 예는 연료소모로 인한 하중의 변화, 비행 고도 및 비행속도의 변화, 돌풍으로 인한 외란 등을 들 수 있다. 이러한 다중입력 다중출력을 갖는 비행제어시스템에서 주어진 성능지표를 만족하도록 강인한 제어기를 설계하기 위해 제안한 자동 loop-shaping 기법에 기초한 QFT를 이용하여 제어기를 설계하여 그 성능을 검증하였다

2. MIMO QFT

식 (1)같이 이득여유 및 위상여유로 설계조건이 주어지는 경우, 2x2 QFT제어기의 설계방법은 다음 두 단계로 나누어진다. 이때 제어기는 계산을 간단히 하기 위해  $G = \text{diag}(g_1, g_2)$ 로 가정하였다.

$$\|1 + L_k(j\omega)\|^{-1} \leq m_k(\omega) \quad k=1,2 \quad (1)$$

첫 번째 단계에서, 식(2)의 경계조건을 만족하도록  $g_1$ 을 설계한다.

$$\begin{aligned} \left| 1 + \frac{g_1}{\pi_{11}} \right|^{-1} &< m_1(\omega) \\ \left| 1 + g_1 p_{11} \right|^{-1} &< m_1(\omega) \quad \text{for } \omega \geq \omega_b \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서  $\pi_{11} = \frac{1}{p_{11}}$ 이며  $\omega_b$ 는 차단주파수를 의미한다.

다음 단계에서는 식(3)으로 주어지는 설계조건을 만족하도록  $g_2$ 를 설계한다.

$$\begin{aligned} \|1 + L_1\|^{-1} &= \left| 1 + \frac{g_2}{\pi_{22} - \frac{\pi_{12}\pi_{21}}{\pi_{11} + g_1}} \right| \leq m_2(\omega) \\ \|1 + L_1\|^{-1} &= \left| \frac{1 + g_2 p_{11} + g_2 (\frac{p_{22} + g_1 \det P}{1 + g_2 p_{22}})}{1 + g_2 p_{22}} \right|^{-1} < m_2(\omega) \quad \text{for } \omega \geq \omega_b \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서  $\pi_{ij} = \frac{1}{p_{ij}}$ 이다.

주어진 성능지표를 만족하도록 제어기를 설계하기 위해서는 플랜트 모델이 가지는 불확실성을 Nichols Chart 상의 각 주파수  $\omega$ 에서 템플릿(Templates)을 도시하여 개루프 전달함수의 주파수 응답  $L_0(j\omega)$ 이 놓이는 영역을 제한하게 된다.

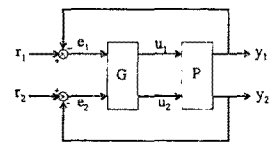


그림 1: 2x2 페루프 시스템

3. QFT에서 자동 loop-shaping

자동 loop-shaping은 시스템이 다음과 같은 조건을 만족하도록 제어기를 설계하는 것으로 정의하였다.

- ① 내부적으로 안정.
- ② 주어진 경계를 만족
- ③ 최소 고주파 이득

최적화 문제에 GA를 적용하기 위해서는 최적화할 변수의 선택 및 해의 탐색공간을 설정하는 것이 중요한 문제이다. 따라서 본 논문에서는 변수선택을 보다 자유롭게 하고, 해의 탐색공간을 최소화할 뿐만 아니라 변수가 가질 수 있는 범위를 한정할 수 있도록 하는 식 (4)와 같은 형태의 제어기 모델을 제안하였다.

$$G(s) = k \frac{(1+s z_1) \cdots (1+s z_l)}{(1+s p_1) \cdots (1+s p_m)} \times \frac{1}{(1+2\zeta_s u_n + s^2 u_n^2) \cdots (1+2\zeta_n s u_n + s^2 u_n^2)} \quad (4)$$

변수를 최적화하기 위해서는 적합도 함수를 정의한 다음, GA연산(교배, 돌연변이 연산)을 통해 생성된 자손들의 적합도를 계산하게 되고 그 중에서 우수한 자손들이 선택되게 된다. 제한한 방법에서 사용된 적합도 함수  $J$ 는 다음과 같이 주어진다.

For  $\omega_i = \omega_1$  to  $\omega_i$

Calculate  $J_{stability_i}$

Next  $i$

For  $\omega_j = \omega_1$  to  $\omega_m$

Calculate  $J_{bound\_spec1_j}$

Next  $j$

For  $\omega_k = \omega_1$  to  $\omega_n$

Calculate  $J_{bound\_spec2_k}$

Next  $k$

.....

Calculate  $J_{high\_freq}$

$$J = \gamma \sum_{i=1}^l J_{stability_i} + \eta_1 \sum_{j=1}^m J_{bound\_spec1_j} + \eta_2 \sum_{k=1}^n J_{bound\_spec2_k} + \Lambda + J_{high\_freq}$$

여기에서  $\gamma, \eta_1, \eta_2, \dots$ 는 가중치로서 안정도나 추종계등이 적합도 함수 계산에 차등 적용되도록 해준다.

$$J_{stability_i} = \begin{cases} M & \text{If inside the bound at } \omega_i \\ d_{min} & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$J_{bound\_spec1_j} = \begin{cases} 0 & \text{If the QFT bound at } \omega_j \text{ is satisfied} \\ d_{min} & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$J_{high\_freq} = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 L(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^3 \frac{k(1 + s/z)}{1 + (2\zeta/\omega_n)s + (s^2/\omega_n^2)} \frac{1}{s(s+1)} = \frac{k\omega_n^2}{z} \quad (7)$$

#### 4. 시뮬레이션

##### 4.1 플랜트 모델

Lateral/directional 동특성을 갖는 작은 무인 비행체의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (8)$$

여기에서 상태  $x$ 는  $[v \ p \ r \ \Phi \ \Psi \ Y \ \beta]$ 로 구성되며,  $v$ 는 외란에 의한 측면 속도(perturbed side velocity),  $p$ 는 롤변화율(roll rate),  $r$ 는 요변화율(yaw rate),  $\Phi$ 는 롤각(roll angle),  $\Psi$ 는 기수방향각(heading angle),  $Y$ 는 측력(side force),  $\beta$ 는 옆미끄럼각(side-slip angle)을 각각 나타낸다.

입력벡터는 에일러론각(aileron angle)  $\delta_a$ , 방향키각(rudder angle)  $\delta_r$ , 그리고 외란입력으로 주어지는 돌풍속도  $V_{gust}$ 로 구성되며, 출력은 롤각  $\Phi$ 와 요변화율  $r$ 이다. 전체시스템의 구성도를 그림 2에 나타내었으며 A,B,C,D행렬은 다음 식으로 주어진다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.1463 & 5.4663 & -266.7630 & 9.8079 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1302 & -2.5800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0900 & 0 & -0.2946 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0.0205 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0002 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.1263 & -0.1463 \\ -0.9020 & 0 & 0.1302 \\ 0 & -0.2933 & 0.0900 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 57.2958 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57.2958 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 57.2958 & 0 \\ -0.0149 & 0 & 0.0174 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2146 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0129 & -0.0149 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

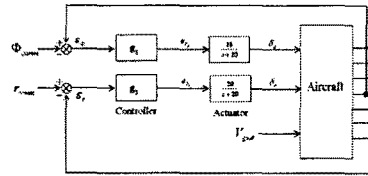


그림 2: Lateral/directional 제어시스템 구성도

상태방정식의 행렬 A,B에서 다음과 같이 내부 파라미터 변동이 발생하는 것으로 가정하였다.

①  $a_{11}, a_{22}, a_{33}$ 는 50%에서 200%까지 변화

②  $a_{21}, a_{31}$ 는 75%에서 150%까지 변화

③  $b_{21}, b_{32}$ 는 80%에서 120%까지 변화

④  $b_{13} = a_{11}, b_{23} = a_{21}, b_{33} = a_{31}$

그리고 작동기(actuator)는 극점이  $s=-20$ 으로 1차 저주파통과 필터로 모델링하였다.

$$G_{act}(s) = \frac{20}{s+20} \quad (13)$$

##### 4.2 설계조건

① 최소 10[dB]의 이득여유와 최소 45°의 위상여유.

② 롤각명령에 대한 개루프의 차단주파수  $\omega_b$ 가 최소 10 [rad/s]이며, 요변화율 명령에 대해서는 2.5[rad/s].

③ 외란에 대한 응답특성은 다음식을 만족해야한다.

$$\left| \frac{\Phi}{V_{gust}} \right| \leq 0.15 \quad \left[ \frac{\text{deg}}{\text{m/s}} \right] \quad (14)$$

$$\left| \frac{r}{V_{gust}} \right| \leq 0.1 \quad \left[ \frac{\text{deg/s}}{\text{m/s}} \right] \quad \text{for } t > 1 \text{ [sec]} \quad (15)$$

$$\left| \frac{\beta}{V_{gust}} \right| \leq 0.1 \quad \left[ \frac{\text{deg}}{\text{m/s}} \right] \quad \text{for } t > 0.5 \text{ [sec]} \quad (16)$$

개루프  $\Phi$ 와  $r$ 에 대한 이득여유 및 위상여유 조건은 식 (17)로 표현할 수 있다.

$$\left| \frac{1}{1 + L_i(j\omega)} \right| \leq 3 \text{ [dB]} \quad (17)$$

##### 4.3 제어기 설계

MIMO QFT를 이용하여 제어기를 설계과정은 두단계로 가지는데, 첫번째 단계에서는  $\Phi$ 루프에 대한 동가 MISO QFT시스템으로 변환한 다음 제어기  $g_1$ 을 설계하고, 다음단계에서는  $r$ 루프에 대한 동가 MISO QFT시스템으로 변환한 다음 제어기  $g_2$ 를 설계하게 된다. 그림3에는  $g_1$ 포함하는  $\Phi$ 루프의 설계조건에 부합하도록 GA를 이용하여 최적화된 loop-shaping 결과를 나타내었다. 이때 최적화에 사용된 변수는  $[z_1 \ z_2 \ \omega_n]$ 으로 식 (18)과 같이 2차 시스템으로 주어지며, 각각 제어기의 영점과 감쇄비 그리고 고유주파수를 나타낸다.

$$g_1(s) = K \frac{\left(1 + \frac{s}{z_1}\right) \left(1 + \frac{s}{z_2}\right)}{\left(1 + 2\zeta_1 \frac{s}{\omega_1} + \frac{s^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 + 2\zeta_2 \frac{s}{\omega_2} + \frac{s^2}{\omega_2^2}\right)} \quad (18)$$

파라미터를 결정하기 위해 사용된 GA의 적합도 함수는 Nichols Chart 상에서 개루프 곡선과 경계 사이의 거리를 이용하였다.

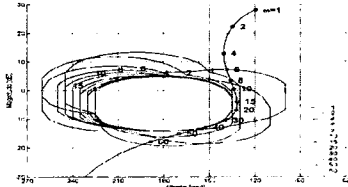


그림 3: 롤각 루프의 경계 및 자동 loop-shaping 결과

Loop-shaping 결과 설계된 제어기는 식 (19)와 같다.

$$g_1(s) = -1.657 \frac{(1 + s/8.001)(1 + s/22.758)}{(1 + 2 \times 0.500s/60.191 + s^2/60.191^2)} \quad (19)$$

$$= \frac{32.974s^2 + 1014.261s + 6004.290}{s^2 + 60.193s + 3622.972}$$

다음단계는 r 루프에 대한 제어기  $g_2$ 를 설계하는 것인데  $g_2$  또한 식(18)로 주어지는 모델에 기초하여 설계하였고, 그 결과를 식 (20)와 그림 4에 각각 나타내었다.

$$g_2(s) = -0.873 \frac{(1 + s/2.754)(1 + s/23.083)}{(1 + 2 \times 0.814s/120.601 + s^2/120.601^2)} \quad (20)$$

$$= \frac{199.749s^2 + 5161.035s + 12700.019}{s^2 + 196.309s + 14544.600}$$

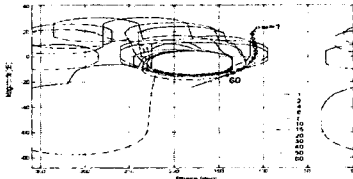
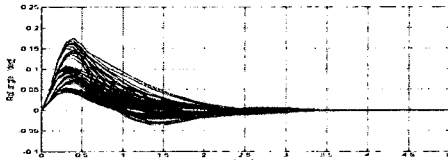


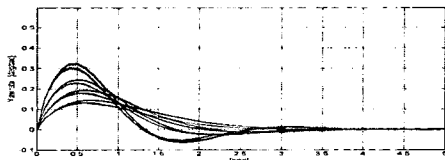
그림 4: 요변화율 루프의 경계 및 자동 loop-shaping 결과

#### 4.4 시간영역에서의 성능검증

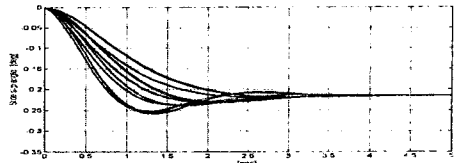
설계된 제어기  $g_1$ 과  $g_2$ 에 기초하여 시간영역에서 응답을 구하여 그 응답특성을 그림 5에 나타내었다.



(a) 롤각 응답



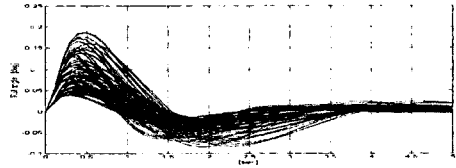
(b) 요변화율 응답



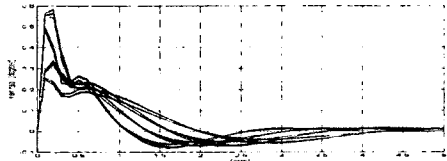
(c) 옆미끄럼각 응답

그림 5: 자동 loop-shaping방법에 의해 설계된 제어시스템의 응답

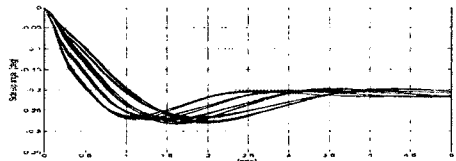
GA에 기초한 자동 loop-shaping 방법을 이용하여 설계한 QFT제어기의 성능을 검증하기 위해 동일한 모델에 수작업으로 loop-shaping하여 설계된 QFT 제어기의 응답[3]을 사용하였다. 응답특성은 그림 6과 같다.



(a) 롤각 응답



(b) 요변화율 응답



(c) 옆미끄럼각 응답

그림 6: Manual loop-shaping방법에 의해 설계된 제어시스템의 응답

성능을 비교한 결과 롤각과 요변화율, 옆미끄럼각 응답 특성 모두에서 낮은 오버슈트 및 빠른 응답 성능을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 QFT를 이용하여 비행제어시스템의 강인한 제어기를 설계하는 과정에서 loop-shaping단계에 GA를 적용함으로써 제어기의 파라미터를 결정하도록 하였다. 제안한 방법을 Lateral/directional 동특성을 갖는 작은 무인 비행체에 적용하여 제안한 방법이 가지는 성능을 살펴보았으며, 시행착오를 거쳐 설계된 제어기와 비교를 통해 제안된 방법의 우수한 성능을 확인할 수 있었다.

#### [참고 문헌]

- [1] Horowitz, I.M., Sidi, M., "Synthesis of Feedback Systems with Large Plant Ignorance for Prescribed Time Domain Tolerance," *International Journal of Control* 16(2), pp. 287309, 1972.
- [2] Borghesani, C., Chait, Y., Yaniv, O., *Quantitative Feedback Theory Toolbox: For Use with Matlab*, Math-Works, 1994.
- [3] Oded Yaniv, *Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear Control System*, Kluwer Academic Publishers, 1999.