

# 반 원주 내의 스피업 유동에 대한 수치해석 및 유동 가시화

서용권<sup>†</sup> · 여창호<sup>\*</sup>

## Numerical Analysis and Flow Visualization for Spin-up in a Half-Cylinder

Yong Kweon Suh, Chang Ho Yeo

### Abstract

In this paper, we report the numerical and experimental results in a half-cylinder. In the numerical computation, we used the zonal embedded grid system. Flow visualization for the spin-up flows was used by PIV. The results show that at left hand side an cyclonic cell moves along a wall and separates into both cells at right hand side.

**Key Words** : Zonal Embedded Grid(국소적 삽입격자), Ekman pumping(에크만 분출), Spin-up(스핀업), Half-Cylinder Container(반원형 용기)

### 1. 서 론

회전하는 용기내의 유동특성에 대한 해석은 스피업(spin-up)이라는 문제를 안고 있다. 스피업이란 유체를 담고 있는 용기가 정지 혹은 강제회전(solid-body rotation)상태에서 갑자기 회전속도가 증가하는 것을 의미한다. 이 상태에서 용기 내의 유동은 여러 가지 특성을 보이고 있다.

지금까지 스피업에 대한 연구들은 van Heijst<sup>(1)</sup> 등이 실험을 통하여 직사각형 용기내의 유동특성에 대하여 연구한 바가 있는데 이는 용기 내에 생성되는 셀의 개수가 종횡비와 작은 교란에 의해 바뀌어 질 수 있다는 것을 밝혀낸 바 있고, Suh<sup>(2)</sup> 등은 용기 바닥에서의 점성작용에 따른 Ekman pumping 모델을 제시하여 회전하는 용기 내의 유동특성에 대한 보다 정확한 모델을 제시하였다. 그리고 본 연구에서와 같이 반원주 용

기내의 유동에 대하여 연구한 것은 van Heijst 연구그룹<sup>(3)</sup>이 선행 연구를 수행한 바가 있으나 수치해석과 실험 결과가 잘 맞지 않다는 것으로 보고 되었다. 그래서 본 연구에서는 보다 정확한 수치해석의 수행과 실험을 통한 수치해석의 타당성을 확인하고자 한다.

수치해석의 방법으로 zonal embedded grid를 사용하여 실행하였는데 기존의 방법중 원통좌표계를 사용하여 구성된 격자계가 중심부에서 집중되어 해석 수행중 문제점이 발생하는 것을 보완한 것으로 격자 망의 크기가 지역적으로 크게 다르지 않도록 한 것이다.

실험방법으로는 반원 용기를 제작하여 유체표면에 입자를 띄워 그 거동을 추적하였다.

### 2. 수치해석

#### 2.1 유동모델과 지배방정식

Fig.1은 본 연구에서 사용된 모델이다. 여기서 R은 용기의 반지름, H는 수심(=R)이다.

<sup>†</sup> 동아대학교 기계산업시스템공학부  
E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr

<sup>\*</sup> 동아대학교 기계산업시스템공학부

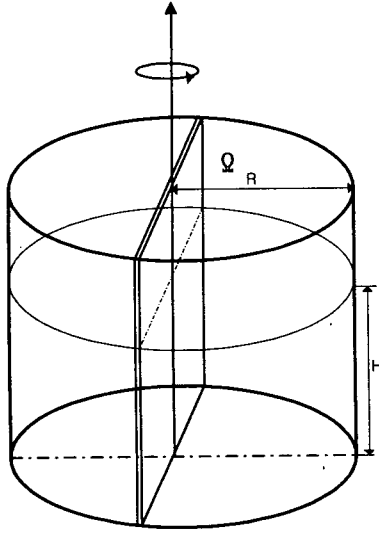


Fig.1 Circular container

본 연구에서는 용기의 중앙지점을 축으로 각속도  $\Omega$ 로 회전한다. 2차원 비압축성 유동의 지배방정식을 각속도  $\Omega$ 로 회전하는 원통좌표계로 나타낸다. 용기는 처음에  $\Omega - \Delta\Omega$ 의 각속도로 회전하다가 어느 시점에서 속도가 증가하여 최종 속도  $\Omega$ 에 도달하게 된다. 여기서,  $\Delta\Omega$ 는 스펀업을 위한 각속도의 증분을 나타낸다.

시간을  $1/\Delta\Omega$ , 공간좌표는 반경  $R$ , 속도는  $RA\Omega$ , 압력은  $\rho(RA\Omega)^2$ 로 무차원화한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = rw_E \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial ru^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial uv}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} - uw_E - 2\left(\frac{1}{\epsilon} + f(t)\right)v \\ &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial rvw}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v^2}{\partial \theta} - \frac{uw}{r} - vw_E - 2\left(\frac{1}{\epsilon} + f(t)\right)u \\ &= -\frac{\partial p}{r\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] - r \frac{df}{dt} \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서,  $t$ 는 무차원 시간,  $f$ 는 용기의 각속도를 최종 각속도에 대해 무차원화한 것이며 다음과 같이 정의된다.

$$f = \begin{cases} -\frac{1}{2}(1 + \cos \omega t) & \text{for } 0 \leq t \leq t_s \\ 0 & \text{for } t > t_s \end{cases} \quad (3)$$

각속도의 변동은  $\cos \omega t$ 에 의하여 완만한 기울기를 가지며 변화한다. 이는 용기의 회전 각속도가 급격하게 변화함으로써 자유표면이 급격하게 변동되는 것을 막기 위함이다.

그리고,  $w_E$ 는 용기 바닥에서의 점성작용에 따른 Ekman pumping 효과를 나타내는 양으로서 와도(vorticity)

$$\zeta = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial rv}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (4)$$

에 의해 아래와 같이 구해진다.

$$w_E = \left( \frac{1}{2h} \sqrt{\frac{\epsilon}{Re}} \right) \zeta \quad (5)$$

레이놀즈 수  $Re$ 와 로스비 수  $\epsilon$ 는 아래와 같다.

$$Re = \frac{RA\Omega^2}{\nu}, \quad \epsilon = \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \quad (6)$$

경계조건은  $r=1$ 의 벽면에서 비침투, 점착조건을 적용하고, 반경방향의 칸막이(barrier)에서도 비침투, 점착조건을 적용한다.

## 2.2 수치해석방법

지배방정식의 차분화 유한체적법에 근거하였으며, 원통좌표계에서 제작된 zonal embedded grid를 사용하였다. 운동량 방정식의 시간적분은 4계 Runge-Kutta법으로 처리하였으며, 주어진 압력방정식은 ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient)법으로 풀었다.

## 3. 수치해석 및 실험 결과

본 연구에서는 스펀업 유동에 대한 수치해석과 실험을 병행하여 수행하였다.

Fig. 2는  $Re=10000$ 일때 반원형 용기의 스피널 유동에 대한 수치해석 결과를 실험결과와 비교한 것이다. 수치해석 결과는 유선(streamlines)이며, 실험은 액체(물)의 표면에 평균 직경 0.23mm의 아크릴 파우더를 분산시켜 촬영한 궤적선(pathlines)이다. 초기에 보이는 세 개의 셀중 왼쪽에서 형성된 셀이 벽을 따라 오른 쪽의 셀쪽으로 넘어 두 개의 셀로 분리되어 합쳐진다. 특징적인 셀거동의 추적을 위해 거동이 비슷한 시간 스텝을 나타내었다. 이런 시간 스텝의 차이점은 내부유동의 수직속도성분이 비선형을 나타냄으로서 나타나는 결과로 생각된다.

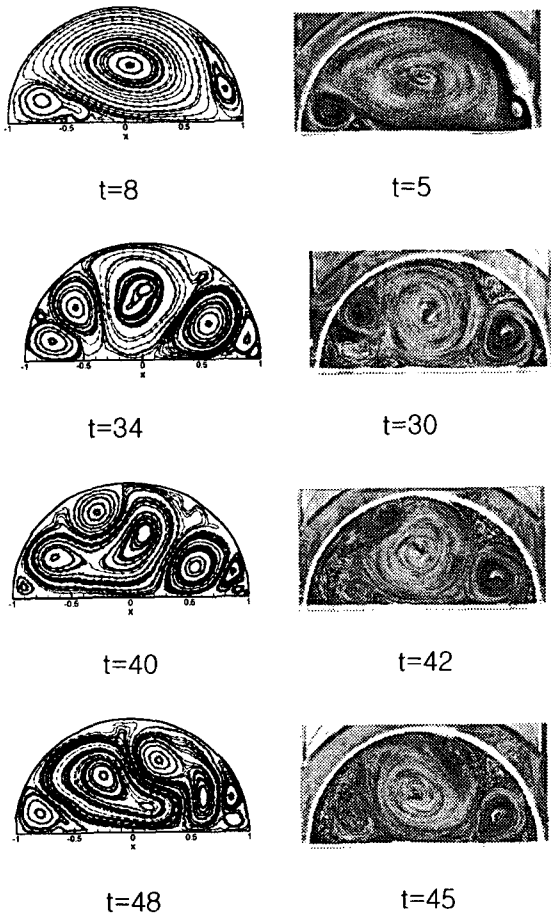


Fig. 2 Comparison between the numerical (left; streamlines) and experimental (right; pathlines) result at  $Re=10000$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $h=1$

Fig. 3은  $Re=20000$ 일때 반원형 용기의 스피널 유동에 대한 수치해석 결과를 실험결과와 비교한 것이다. 벽면을 따라 움직이는 셀은  $Re=10000$ 과 거의 같은 시간 스텝에서 움직이고 분리된다.

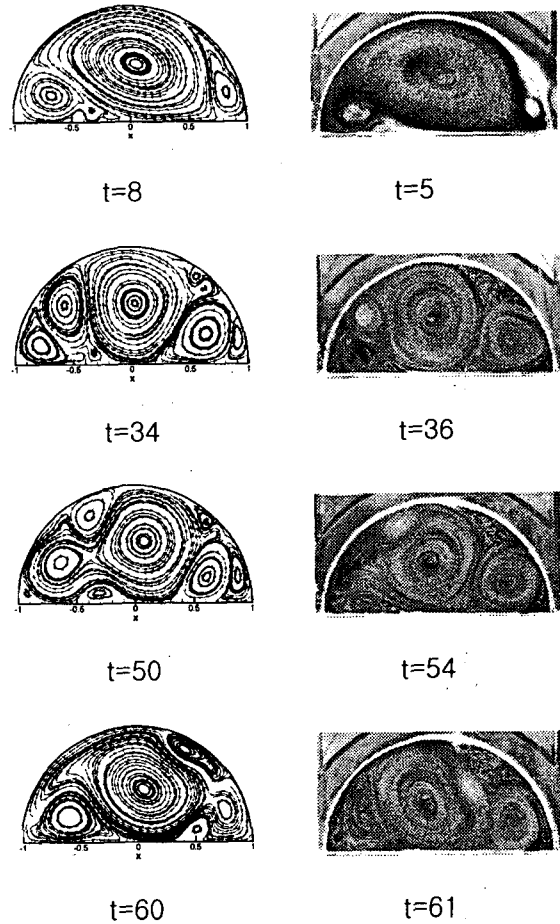


Fig. 3 Comparison between the numerical (left; streamlines) and experimental (right; pathlines) result at  $Re=20000$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $h=1$

Fig. 4는  $Re=10000$ ,  $20000$ 일때 압력분포 (pressure contours)을 나타낸 것이다.

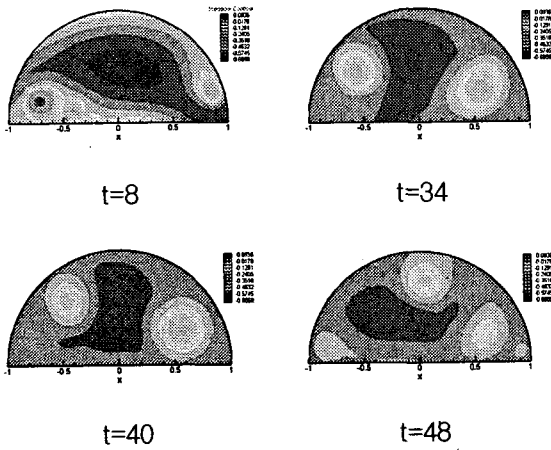
#### 4. 결론

$Re=10000$ ,  $20000$ ,  $\epsilon=1.0$ 일때, 반원형 용기 내 스피널 유동에 대한 수치해석과 유동 가시화를 통해서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 유동 가시화와 수치해석을 비교한 결과, 유동의 형태는 거의 같게 진행되나 시간적으로 약간의 차이를 보였다.

2) Rossby 수가 1.0에 가까우면 Ekman 경계층에서 Ekman-pumping 효과가 커지게 되므로 수직속도 성분( $w$ )가 비선형에 가까워져 잘 맞지 않게 되어진다.

Re=10000



Re=20000

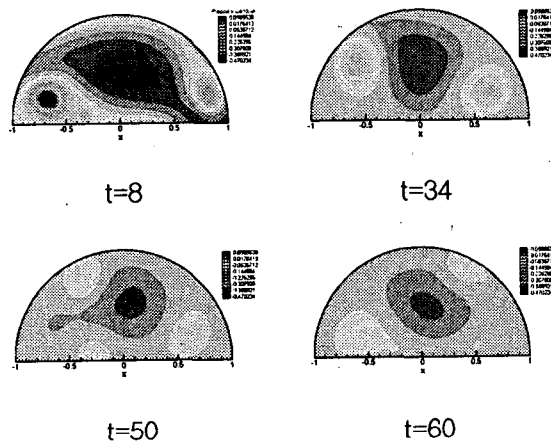


Fig. 4 Numerical results (pressure contour) at  $Re=10000$  and  $Re=20000$ ,  $\epsilon=1.0$ ,  $h=1$

## 후 기

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원 (KRF-2002-041-D00080)에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

- 1) van Heijst, G.J.F., Davies, P.A. and Davis, R.G., 1990, "Spin-up in a Rectangular Container", *Phys Fluids*, 2, 150-191.

- 2) Suh, Y.K. and Choi, Y.H., 2002, "Study on the spin-up of fluids in a rectangular container using Ekman pumping models", *J. Fluid. Mech.*, 458, 103-132.
- 3) van Heijst, G.J.F., 1989, "Spin-up phenomena in non-axisymmetric containers", *J. Fluid. Mech.*, 206, 1171-191.
- 4) Andersson, H.I., Billdal, J.T. and van Heijst, G.J.F., 1992, "Spin-up in a semicircular cylinder", *Int. J. Num. Methods Fluids*, 15, 503-524.