

# 스퍼기어의 치형수정 프로그램의 개발

황진영\*, 황성욱\*, 김태완\*\*, 조용주\*\*\*

\*부산대학교 정밀기계공학과 대학원

\*\*부산대학교 기계기술연구소

\*\*\*부산대학교 기계공학부

## A Development of Tooth Profile Modification for Spur Gear

Jin-Young Hwang\*, Sung-Wook Hwang\*, Tae-Wan Kim\*\*, Yong-Joo. Cho\*\*\*

\*Graduate School, Pusan National University

\*\*Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

\*\*\*School of Mechanical Engineering, Pusan National University

### ABSTRACT

The basic concept of 'tooth profile modification' is to change a part of the involute profile to reduce the load in that area and appropriate profile modifications can help gears to run quietly and resist scoring, pitting and tooth breakage. In this study, the modification of tooth profile to make a smooth transmission of the normal loads in spur gears has been developed. The modified tooth profile has been determined by the total deflection at contact points. We use the AGMA Standard to design basic gear profile. We also developed a gear design program using tooth profile modification

**Key Words** : spur gear (스퍼기어), tooth profile modification(치형 수정), involute profile (인벌류트 치형), AGMA standard (미국기어 제작자 협회 표준)

### 1. 서론

기계시스템에 있어 기어는 속도비가 정확하고 전달효율이 높기 때문에 동력전달용으로 가장 널리 사용되는 기계요소이다. 최근 기어의 고 부하용량과 저 소음화 및 원활한 작동특성 등에 대한 요구가 날로 높아지고 있고 이에 따라 기어의 신뢰성 있는 설계기술은 핵심적인 기반 기술로써 그 위치를 차지하고 있다.

기어의 성능에 영향을 주는 중요한 기술 중의 하나로 치형 수정을 들 수 있다.[1] 이것은 기어의 잇 줄을 따라 치형 수정을 하는 프로파일링(Profiling)과 치 폭 방향의 형상을 수정하는 크라우닝(Crowning)으로 구분되어 진

다.[2,3]

치의 접촉 시 기어 치의 변형량 때문에 전달오차가 발생하게 되며 기어 전동시 한 쌍의 접촉구간과 두 쌍의 접촉구간의 주기적인 변화에 의해서 전달 하중의 급격한 변화가 발생하게 되고, 이로 인하여 마멸, 소음, 윤활막 파손 등의 좋지 않은 결과를 가져오게 된다.[4,5] 이러한 기어 작동시의 문제점을 제거하기 위해 사용되는 방법중의 하나가 바로 치형 수정이다. 치 접촉 메커니즘의 분석을 통해 전달하중의 급격한 변화를 야기 시키는 접촉영역을 구하여 각 접촉점에서의 수직하중에 의한 총 변형량을 구하고 기구학적 접합 식과 힘의 평형방정식을 이용하여 강성의 변화량을 계산한다.

기어의 작동 시 발생하는 급격한 하중변화에 따른 스

커팅 마멸과 치타음의 발생을 막기 위해 기어링을 결정한다.

따라서 본 연구에서는 스퍼기어(Spur Gear)를 대상으로 프로파일링 기술을 통해 기어의 작동 시 발생하는 급격한 하중의 변화를 제거시켜 원활한 동력전달을 수행할 수 있도록 최적 치형 수정 량의 산출과 그것을 기반으로 한 기어 설계 프로그램을 개발하였다.

## 2. AGMA 표준에 의한 기어의 설계

기어를 설계하는데 있어서 수 십 년간에 걸쳐 여러 가지 다양한 수정식이 제안되어져 왔다. 그러나 본 연구에서는 보다 신뢰성 있는 기어를 설계하기 위해 AGMA (American Gear Manufacturers Association)에서 제시된 기어의 강도 계산식과 여러 계수들을 사용하여 기어를 설계하였다.

AGMA 표준에서 제안된 강도계산식은 Lewis식이나 Hertz 접촉 응력식 등의 기본식에 AGMA에서 실제 수년간의 설계, 제작, 운전에 의해 축적된 지식과 경험을 바탕으로 하여 제작한 다양한 계수(Factor)들을 첨가시켜서 제작한 것이다.[4,5].

그러므로 기어의 강도계산식에 있어서 각종계수는 매우 중요한 역할을 하고 있다.

### 2-1. 굽힘응력의 계산

굽힘 강도 계산식은 기어치를 외팔 보로 가정하여 외팔 보의 굽힘 응력 계산식으로부터 유도되어진 Lewis 식을 기초로 하고 있다.

굽힘 응력 계산식은 다음과 같다.

$$S_t = \frac{W_t K_a}{K_v} \frac{1}{B m} \frac{K_s K_m K_B}{J} \quad (1)$$

그리고 계산되어진 굽힘 응력은 식(2)를 만족하여야 한다.

$$S_t \leq S_{at} \frac{K_L}{K_T K_R} \quad (2)$$

식 (1),(2)에서 사용되어진 변수들은 다음과 같다.

$S_t$ : bending stress

$W_t$ : transmitted tangential load

$m$ : module

$B$ : face width of narrowest

$J$ : geometry factor

$K_a$ : application factor

$K_v$ : dynamic factor

$K_s$ : size factor

$K_m$ : load distribution factor

$K_B$ : rim thickness factor

$K_L$ : life factor

$K_R$ : reliability factor

$S_{at}$ : allowable bending stress

### 2-2. 면압 강도의 계산

면압 강도 계산식은 접촉하고 있는 두 개의 실린더의 Hertz 접촉 응력식을 기초로 하고 있다.[4,5]

면압 강도 계산식은 다음과 같다.

$$S_{ct} = C_p \sqrt{\frac{W_t C_a}{C_v} \frac{C_s}{dB} \frac{C_m C_f}{I}} \quad (3)$$

계산되어진 접촉 응력은 식(4)를 만족하여야 한다.

$$S_{ct} \leq S_{ac} \frac{C_L C_H}{C_T C_R} \quad (4)$$

식(3)에서의 등가탄성계수(  $E_{eq}$  )는 식(5)에 의해서 계산되어진다.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1-\nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (5)$$

$\nu_p, \nu_g$ : poisson's ratio for pinion and gear

$E_p, E_g$ : modulus of elasticity for pinion and gear

식 (3),(4)에서 사용되어진 변수들은 다음과 같다.

$S_{ct}$ : contact stress

$I$ : geometry factor

$d$ : operating pitch diameter

$C_a$ : application factor

$C_v$ : dynamic factor

$C_s$ : size factor

$C_m$ : load distribution factor

$C_B$ : rim thickness factor

$C_L$ : life factor

$C_R$ : reliability factor

$C_f$ : surface condition factor

$S_{ac}$ : allowable contact stress

### 3. 치형 수정 기술의 개발

최적의 치형 수정량을 결정하기 위해서는 우선, 적용된 토크와 기어의 기하학적인 형상에 관계된 데이터들로부터 기어의 강성(Stiffness)을 구하여 각 접촉점의 수직 하중과 총 변형량을 결정한다. 이때, 한 쌍 또는 두 쌍의 접촉점에 분배된 수직 하중의 합은 적용된 총 수직 하중과 같게 가정하였다. 여기서, 탄성 변형에 의한 총 변형량을 구하여 기어 치형 수정량을 결정할 수 있다. 즉, 이 수치를 토대로 원활한 동력전달이 가능하도록 요구되어지는 각 접촉점의 동력 전달 분포에 부합하도록 하는 최적의 치형 수정량을 결정하는 것이다.

#### 3-1. 기어의 접촉점과 접촉 구간

각각의 접촉하는 치에 의해 분배되어진 하중을 결정하기 위해 우선 기어의 기하학적인 분석으로부터 접촉 영역과 접촉점의 수를 구하여야 한다.

Fig. 1은 기어와 피니언의 치 접촉의 작용선 방향으로의 최대 수직 하중의 분배를 도시화 한 것이다. 여기서 기어 치 g1과 g2가 두 접촉점  $C_1$ 과  $C_2$ 에서 만나고 있다. 치 g2의 접촉점이 기어치의 치 끝이 되었을 때, 두 쌍의 접촉이 한 쌍의 접촉으로 변화되면서 작용선상의 총 수직 하중은 한 개의 치에 집중되어 급격한 힘의 변화를 야기 시키게 된다.

또한 이러한 접촉상태를 기어의 치면에 나타낸 것이 Fig. 2이다. 즉 기어는 a~b 구간에서는 2개의 접촉점이 맞물리게 되므로 이웃하는 2개의 치가 전체하중을 지지하지만 b~c 구간에서는 접촉점이 1개로 바뀌게 되므로 하나의 치가 전체 하중을 지지하게 된다. 그리고 c~d 구간으로 가면서 다시 2개의 접촉점이 맞물리게 되어 a~b 구간과 같이 2개의 치가 전체 하중을 지지하는 형태로 되는 것이다.

기어는 이러한 하중의 변화는 동일하게 계속 반복하면서 작동된다.

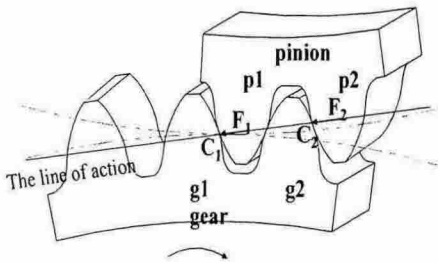


Fig. 1 Tooth Contact in Spur Gear

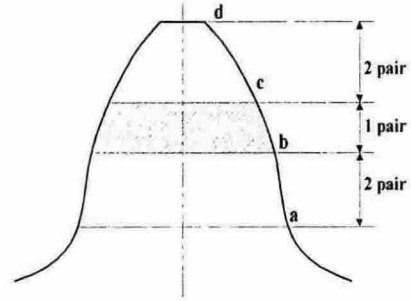


Fig. 2 Tooth Contact Zones

#### 3-2. 기어치의 변형량 계산

Fig. 3에서의 각각 접촉점에서 작용선 방향으로 분배된 수직하중  $F_i$ 에 의해 발생하는 접촉점에서의 치 변형량의 계산은 Nakada의 연구를 근거로 하였다.[6]

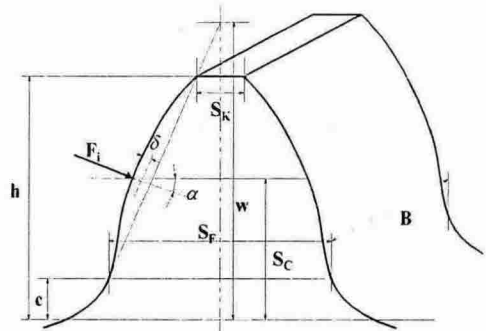


Fig. 3 Tooth Deformation

즉 총 변형량( $\delta$ )은 굽힘 변형( $\delta_B$ ), 전단 변형( $\delta_S$ ), 기초 변형( $\delta_C$ ), 접촉 변형( $\delta_H$ )의 합으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \delta_B + \delta_S + \delta_C + \delta_H \quad (6)$$

$$\delta_B = \frac{12F_i \cos^2 \alpha}{EBS_F^3} [S_C^2 + \frac{C^2}{3} - CS_C]$$

$$+ \frac{6F_i \cos^2 \alpha (Q - C)^3}{EBS_F^3} [Z(4 - Z)]$$

$$\delta_S = \frac{2(1+\nu)F_i \cos^2 \alpha}{EBS_F} [C + (Q-C) \times \log_e Z^{-1}] \quad (7)$$

식(7), (8)에서의  $Q, Z$ 는 각각 (9), (10)과 같다.

$$Q = \frac{(hS_F - CS_K)}{(W - S_K)} \quad (9)$$

$$Z = \frac{(W - S_C)}{(W - C)} \quad (10)$$

$$\delta_C = \frac{24F_i S_C^2 \cos^2 \alpha}{\pi EBS_F^2} \quad (11)$$

$$\delta_H = \frac{4F_i(1+\nu^2)}{\pi EB} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (12)$$

Fig.4는 접촉 변형량을 결정할 때 접촉반경의 크기를 나타낸다. 접촉력과 접촉 변형량에 관한 접촉 문제는 Hertz에 의한 연구에 근거하였다.[7]

여기서 접촉 반경은 Fig. 4에 의해 결정된다.

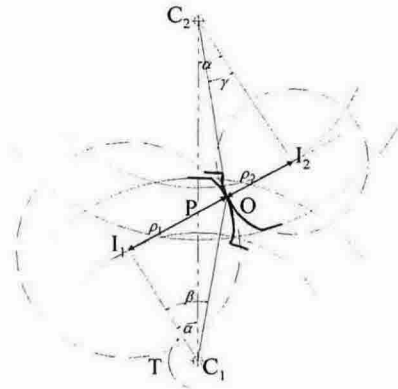


Fig. 4 Contact of Involute Spur Gear Teeth

$$\rho_1 = \overline{OI_1} \quad (13)$$

$$\rho_2 = \overline{OI_2} \quad (14)$$

여기서,  $\rho_1, \rho_2$ 는 각각 기어, 피니언의 등가원반경이다.

### (8) 3-3. 치형 수정량의 결정

3.2절에서 계산한 변형량을 기준으로 작용선의 위치에 따른 구동기어와 피동기어의 접촉점에서 작용선 방향에 대한 치형 수정량을 결정한다.

두 기어의 치형 수정량의 합이 접촉점의 치형 수정량이 되는 것이다. 치형 수정은 두 가지 기준을 가지고 수행하였다. 즉, 두 접촉점의 치형 수정량의 합은 접촉점의 변형량 보다는 작아야 한다는 것과 한 개의 접촉점이 될 때의 급격한 하중의 변화를 원활히 제거하기 위해 접촉점의 최대치형 수정량을 최대 변형량과 동일하게 하였다.

각 접촉점에서의 치형 수정량은 다음과 같다.

$$\epsilon_{1,2} = \lambda_{g1,2} + \lambda_{p1,2} \quad (15)$$

여기서,  $\epsilon_{1,2}$ 는 접촉점에서의 치형 수정량이고,  $\lambda_{g1,2}, \lambda_{p1,2}$ 는 작용선 방향으로의 기어와 피니언의 치형 수정량이다.

Fig. 5는 작용선 방향에 대해 치형 수정을 수행하였을 때의 치형 수정량을 도식화 한 것이다.

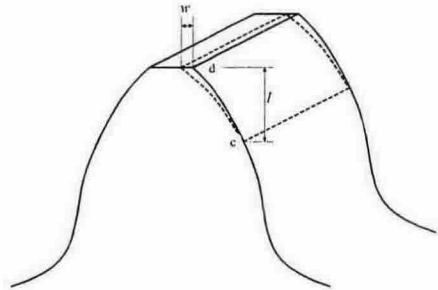


Fig. 5 Tooth profile modification

$w$ 는 치 직각방향으로의 치형 수정량이고  $l$ 은 치 높이 방향으로의 수정량이다.

### 3-4. 치형 수정된 기어의 전달하중의 분포

아래의 식들은 각각의 접촉점에서 치형 수정량을 고려한 하중 분배를 구하기 위한식이다. 전달하중의 계산에 필요한 치 강성(Stiffness)의 산출은 Elkholy의 연구를 근거로 하였다.[8]

$$F_1 + F_2 = F \quad (16)$$

치형수정전의 전달하중은

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} F \quad (17)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} F \quad (18)$$

치형 수정후의 전달하중은

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} [F - K_2 (\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (19)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} [F - K_1 (\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (20)$$

여기서,  $K_1, K_2$ 는 접촉점 1,2에서의 강성이다.

## 4. 기어 설계 소프트웨어의 개발

### 4-1. 프로그램의 개요

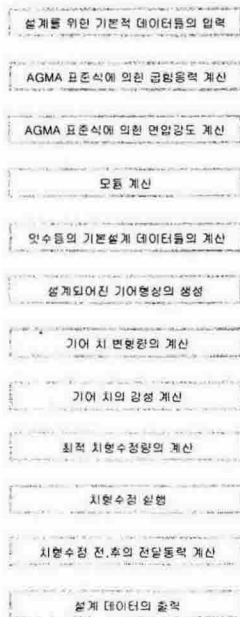


Fig. 6 flow chart

본 연구에서 개발한 기어 설계프로그램은 크게 두 가지 기능을 수행하는 모듈을 가지도록 하였는데, 첫 번째는 AGMA 표준의 강도계산에 의한 기어의 설계이고, 두 번째는 최적치형 수정량을 산출하는 것이다. 본 프로그램의 개략적인 Flow Chart는 Fig.6과 같다.

### 4-2.기어의 설계

기어의 설계는 2장에서 설명한 바와 같이 AGMA Standard에서 제시한 수식들을 이용하여 수행하였다.

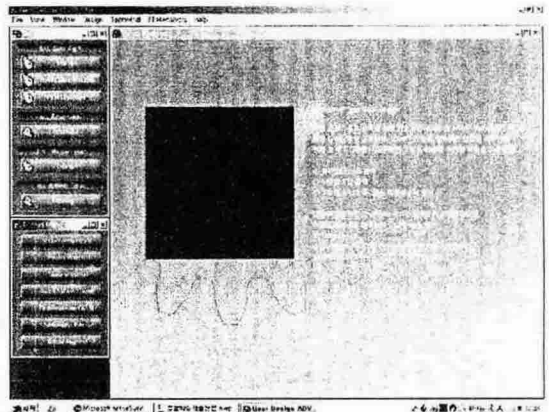


Fig. 7 Main Window of Gear Design Program

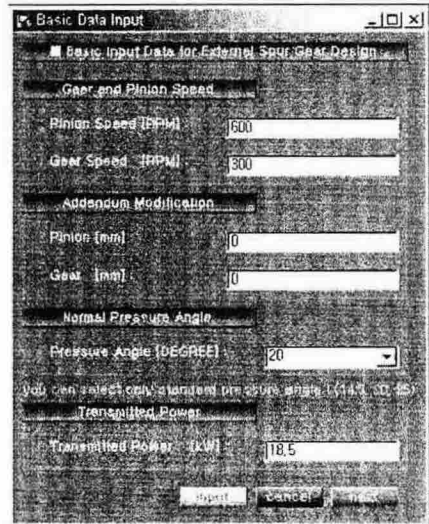


Fig. 8 Basic Input Data Window

Fig. 7은 본 프로그램의 main form이다. 여기서 프로그램의 실행명령과 결과보기가 수행될 수 있도록 프로그

래밍 하였다.

본 프로그램은 사용자가 기어의 설계 데이터를 가지고 있는 경우 기어설계작업을 거치지 않고 바로 치형수정작업을 할 수 있도록 되어있다. 그러나 여기서는 사용자가 기어설계 데이터가 없는 경우에 기본 입력값을 가지고 기어를 설계하는 작업에 대해 설명하겠다.

기어설계작업의 명령을 주면 Fig. 8과 같은 기본입력값의 창이 뜨는데 여기에 기어설계에 필요한 입력값들을 입력하면 된다. Fig 8에 보여지는 창은 압력각, RPM, 전달동력 등의 기본적인 설계입력데이터들이다. 그리고 Fig.9는 기어와 피니언의 물성치 입력 창이다.

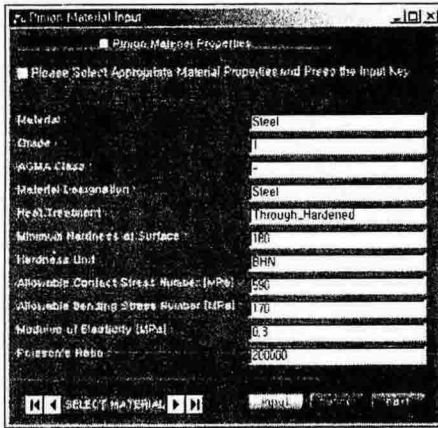


Fig. 9 Material Properties Input Window

여기서 기어/피니언 물성치들은 AGMA 표준의 물성치 데이터들을 데이터 베이스화 하여 사용하고 있으므로, 따로 입력할 필요가 없이 재료의 종류와 열처리 방법등을 확인한 후 선택하기만 하면 자동으로 입력된다.

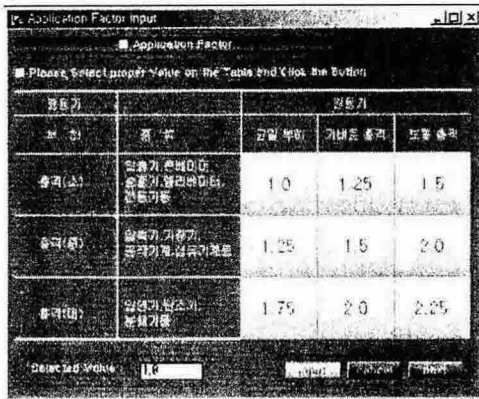


Fig. 10 Application Factor Input Data Window

그리고 기본 입력창과 물성치 입력창 이외에 다수의 입력창이 존재하는데, 이것은 기어의 정밀한 설계를 위한 Geometry Factor, Application Factor, Temperature Factor등의 각종 Factor 들을 계산해내기 위한 입력값 들을 입력하는 창이다.

그중 Application Factor의 계산을 위한 입력창은 다음의 fig. 10에서 볼 수 있다.

여기서, 중동기와 원동기 부하의 종류 및 사용기기를 참조로 하여 입력버튼을 클릭하면 값이 자동으로 입력되고, 입력되어진 값은 아래의 'selected value' 라는 textbox를 통해서 확인 할 수 있다.

모든 입력값의 입력이 끝났으면 설계 명령을 주어 기어의 설계를 수행하게 되고, 설계되어진 기어 데이터는 Fig. 11과 같다.

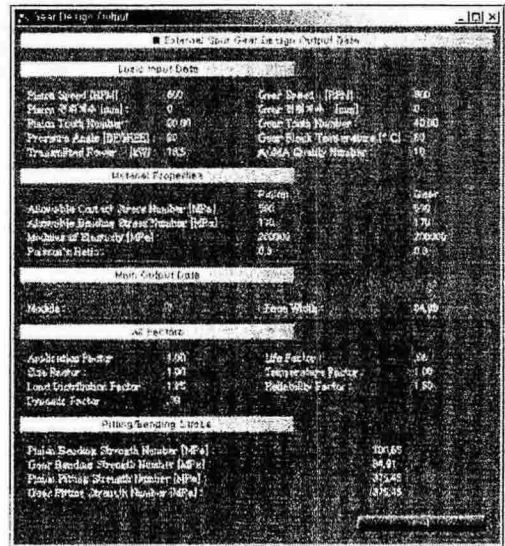


Fig. 11 Gear Design Output Data Window

결과창에서 'Main Output data'는 모듈, 치폭 등의 기어형상 데이터를 표시하는 창이고, 'All Factors'는 입력값들에 의해 계산되어진 각종 Factor 들을 표시하는 창이다. 그리고 'Pitting/Bending Stress'는 설계되어진 기어의 구동시의 굽힘 응력과 접촉 응력을 표시하는 창이다. 설계되어진 기어는 도면형식과 실제 가공후의 기어치의 형상 2가지로 출력이 가능하다.

Fig. 12은 기어의 도면형식의 출력이고, Fig. 13는 프로그램에 의해 설계되어진 데이터로서 실제 기어를 가공하였을 때의 기어치의 형상을 3차원적으로 출력한 것이다.

Fig.13의 치면 형상은 기어의 인벌류트(Involute) 곡선과 필렛(Fillet) 영상인 트로코이드(Trochoid) 곡선의 창성식을 이용하여 제작하였고, 마우스를 이용하여 회전시켜

서 치형을 관찰할 수 있다.

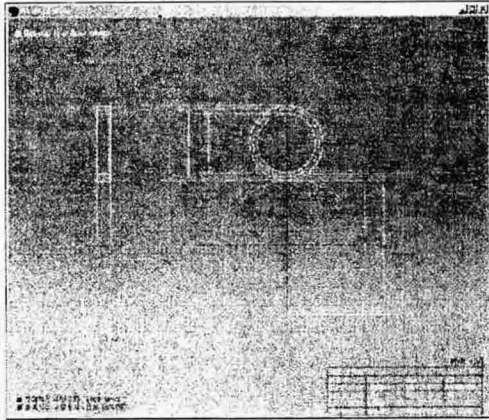


Fig. 12 Gear drawing



Fig. 13 Gear Profile Output

#### 4-3. 최적 치형 수정량의 산출

입력되어진 기어의 제원으로부터 3장에서 제시한 최적 치형 수정량 계산 이론을 바탕으로 하여 최적 치형 수정량을 산출하는 프로그램을 작성하였다.

Fig. 7의 Main Window에서 치형수정 작업을 수행하게 되면 Fig. 15와 같이 기어의 최적 치형 수정량을 얻을 수 있다.

또한, Fig 14에서는 작용선의 위치에 따른 구동기어와 피동기어의 접촉점에서의 작용선 방향에 대한 치형 수정량을 포물선형으로 치형 수정량을 결정하여 출력된 결과 데이터와 그래프를 확인 할 수 있다. 실제 기어에서의 치형수정은 Fig. 5와 같은 위치에서 수행된다. 그리고, 수정된 치형 데이터의 적합성의 여부를 판단하기 위해 본 프로그램에서는 3장에서 제시된 이론을 바탕으로 하여 치형

수정하기 전의 전달하중과 치형수정 후의 전달하중을 계산한 후 이를 비교한다.

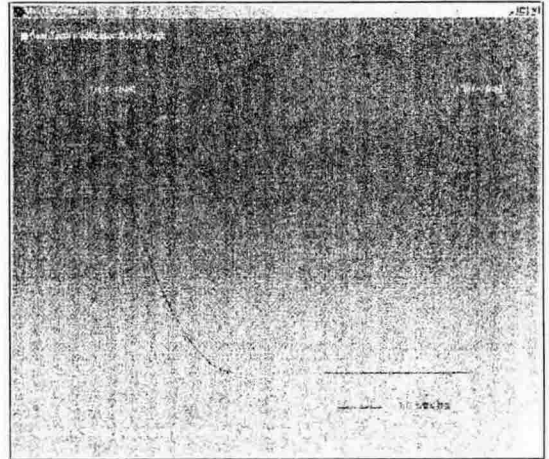


Fig. 14. Gear Profile Modification Output Data

Fig. 15에서 수정전과 수정후의 변화된 전달 하중의 결과를 볼 수 있다.



Fig. 15 Transmitted Tooth Load Output Data

Fig. 15에서 보는 바와 같이 기어의 치형 수정을 수행하여 수정전과 수정후의 전달하중의 변화를 나타낸 결과 수정되기 전의 치형에서의 전달된 하중의 분포는 Fig. 2의 작용선상의 b~c부분(1개의 치물림 구간)에서 급격한 하중의 변화가 발생한다. 그러나 치형 수정후의 전달하중의 변화는 a~b 구간에서는 전달 하중이 '0'에서 최대 접촉 하중까지 원활히 증가되었다가 다시 c~d 구간에서 원활히 감소되는 특성을 보임을 알 수 있다.

즉 탄성 변형량을 고려한 치형 수정을 통하여 원활한

동력전달이 가능하게 되었고, 그로 인해 소음과 전달오차를 줄일 수 있을 것으로 예상된다. 그리고 이 끝 부분과 이뿌리부분의 전달하중을 저감시킴으로써 슬라이딩에 의한 마멸을 상당히 줄일 수 있게 될 것이다.

## 5. 결론

기어의 저 소음화 및 원활한 작동 및 마멸의 문제는 날이 갈수록 기어제작에 있어 매우 중요한 부분으로 인식되고 있다. 그러므로 정확한 치형수정 방법의 기준 확립 및 최적의 정량적인 치형 수정량을 계산하기 위한 치형수정 기술의 개발은 기어의 설계에 있어 필수적인 요건으로 인식되어지고 있다.

본 연구에 의해 제안된 최적 치형수정량 계산 이론과 이러한 이론을 기반으로 제작된 기어설계 및 치형수정 소프트웨어에 의해 4장에서 제시한 바와 같은 결과를 얻을 수 있었다. 즉, Fig.15에서와 같이 치형 수정전의 전달하중의 분포는 1개의 물림 구간에서 급격한 하중의 변화가 발생하게 되지만 치형 수정을 수행한 후에는 전달 하중이 '0'에서부터 최대 접촉 하중까지 원활히 증가되었다가, 다시 원활히 감소되는 것을 볼 수 있다. 이로 인해 원활한 동력의 전달과 소음의 감소, 그리고 전달오차를 줄일 수 있을 것으로 예상된다.

이러한 이론에 의해 개발된 기어설계 및 최적 치형수정량 계산 소프트웨어에 의해 사용자는 손쉽게 AGMA 표준에 적합한 고품질의 기어를 설계할 수 있고, 또한 최적의 치형 수정량을 계산해 낼 수 있을 것이다. 그리고, 실제 기어를 가공하기 전에 미리 가공된 후의 치형을 예측할 수 있으며, 실제 기어가 작동될 때와 동일한 동작을 관찰 할 수 있다.

## 참고문헌

[1]Masaaki YOKOYAMA., "A Study on the Effect of Tooth Profile Modification Upon Seizure Resistance of Heavy-duty Spur Gear," Journal of japan society of lubrication of engineers, Vol. 16, No. 9, pp 656-665, 1971  
 [2]D.P.Townsend, "Dudley's Gear Handbook," McGRAW-HILL, pp 4.23-4.25, 1990  
 [3]Darle W. Dudley, "Handbook of Practical Gear Design," McGRAW-HILL, pp 2.66, pp 8.12-8.14, 1984  
 [4]American Gear Manufacturers Association, "Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth," ANSI/AGMA 2001-B88, 1998 "  
 [5]American Gear Manufacturers Association, "Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and

Herringbone Gear Teeth," ANSI/AGMA 908-B89, 1989  
 [6]Nakada, T. and Utagawa. M, "The Dynamic Loads on Gear Caused by the Varying Elasticity of the Mating Teeth," proceeding of the 6th japanese National Congress for Applied Mechanics, pp 43, 1956  
 [7]Raymond J. Drago, "Fundamentals of Gear Design," Butterworths, pp 265-362, 1988  
 [8] A.H. Elkholy, "Tooth Load Sharing in High-Contact Ratio Spur Gear," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, vol. 107, pp 11-16, 1985  
 [9] V. Simon, "Load and Stress Distributions in Spur and Helical Gears," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 110, pp 197-202, 1988  
 [10] K. L. Johnson, "Contact Mechanics," Cambridge University Press, pp 5-44, 1985  
 [11] 김태완, 문석만, 구영필, 조용주, "Spur Gear의 미끄럼 마멸률에 관한 연구," 한국윤활학회지, 제 16권, 제 5호, pp 357-364, 2000