

다중 모드/물리 좌표 합성법을 이용한 대형선박엔진의 동적 모델링

Vibration Analysis for a Huge Marine Engine
using a Multiple Mode/Physical Coordinate Synthesis Method

김재실 * · 이재환**
박원호*** · 박형호****

Abstract

This article explains the theory of multiple mode/physical coordinate synthesis method in order to analyze the dynamic characteristics for an huge marine engine. The theory leads to make a simulation code. The natural frequencies obtained from the simulation code is compared to those from a commercial analysis software, ANSYS. The simulation code is well reviewed .

1. 서 론

대형 선박의 엔진 구조물은 여러 개의 부분구조물들이 서로 복합적으로 결합되어 있어 그 구조 자체가 매우 복잡함으로 단순한 진동계로 모델화 하기가 어렵고 또, 워낙 대형이기 때문에 진동실험에 의하여 동특성을 분석하기가 쉽지 않다. 그러므로 근래에 들어 주로 유한요소법을 적용하여 진동구조물에 대한 동특성 연구가 이루어 지고 있지만 복잡한 엔진을 상세하게 유한요소로 모델화 하여 해석하는 경우에는 자유도의 수가 수천에서 수만에 이르게 되어 이를 직접 해석하기 위해서는 많은 시간이 필요하다.

따라서 선박엔진과 같은 대형 복합 구조물을 효율적으로 해석하기 위하여, 전체 구조물(이하 전계라 함)을 수치해석이 용이한 여러 개의 부분구조(이하 분계라 함)로 분할하고, 먼저 유한요소법이나 전달행렬법에 의해 각 분계의 동특성을 파악하여 이들을 다시 합성하는 방법인 부분구조합성법을 많이 사용한다. 부분구조합성법의 일종인 구속모드합성법은 각 분계를 내부영역과 결합영역으로 분리 후 결합영역을 고정된 내부영역만의 고유모드를 이용한 모드좌표와 더불어 결합영역의 물리좌표를 그대로 정식화하는 방법(이하 모드물리좌표합성법이라 함)^{[3],[4]}과 결합부 만의 고유모드를 이용한 모드좌표로 변환하여 정식화하는 방법인 구분모드합성법으로^{[1],[2]} 대별된다.

* 창원대 기계공학과
** 창원대 대학원 기계공학과
*** 디자인 리미트 (주)
**** HSD (주)

모드물리좌표합성법은 해석결과를 결합영역에서의 모드를 직접 물리좌표로 나타낼 수 있고, 구분모드합성법에 비하여 상대적으로 전계의 자유도가 크지만 일반적인 유한요소모델에 비해서는 그 자유도가 훨씬 작다는 장점이 있다. 또한, 선박엔진과 같은 대형이며 복잡한 구조물의 진동분석은 자유도의 과다로 인한 많은 해석시간의 소요와 컴퓨터의 과도한 메모리를 요구함으로 구조물을 여러개의 부분구조로 나누어 각 부분구조에 대하여 먼저 해석한 후 다시 합성하는 다중구분모드합성법을 이용하는 연구는 많이 진행되고 있으나, 모드물리좌표합성법의 다중화에 관한 연구는 많이 이루어지고 있지 않은 실정이다.

따라서 본 논문에서는 모드물리좌표합성법의 이론식을 전개하고, 대형선박엔진의 동적 모델을 구성함에 있어 전계에 대한 자유도의 과다로 인하여 1차분계만의 단일 모드/물리좌표합성법으로는 정식화하기 어려우므로 전계를 수차의 분계로 나누어 해석하기 위해 모드/물리좌표합성법의 이론을 다중화시키는 방법을 개발하고, 단일 평판(Catleiver Plate)을 예로 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS의 결과와 비교하여 다중모드/물리좌표합성법의 정확성을 검증하였다. 그리고, 마지막으로 이 방법을 대형선박엔진의 동적 모델링에 적용하였다.

2. 다중 모드물리좌표합성법

일반적으로 복잡한 구조물은 전계의 자유도가 매우 크고, 전계를 구성하는 분계의 수가 너무 많아지면, 필연적으로 결합영역의 자유도와 각 분계의 채용 모드수의 합도 커진다. 그래서 그 알고리즘을 다중화하는 것에 의하여 이 문제점을 해결한다. 본 논문에서는 정밀도가 높은 구속모드합성법의 일종인 모드물리좌표합성법을 다중화시킨 다중모드/물리좌표합성법을 이용한 대형 선박 엔진의 진동 해석을 하고자 한다.

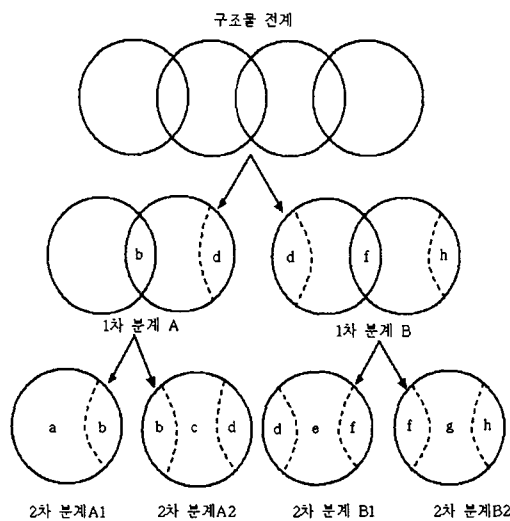


Fig. 1 Divisions substructure in multiple Mode/Physical coordinate Synthesis

먼저, 전계를 몇 개의 분계(제1차 분계라 부른다)로 분할한다. 다음으로 그것들의 제 1차 분계를 각각 몇 개의 분계(제2차 분계라 부른다)로 분할한다. 이것을 반복하는 것에 의하여 최종적으로 유한요소법 등의 종래의 방법으로 용이하게 해석 할 수 있는 정도의 자유도를 가지는 제N차 분계까지 세분화한다. 그리고 각 제(N-1)차 분계에 대해서 그것을 구성하는 제N차 분계를 써서 모드물리좌표합성법으로 해석한다. 다음에 이 해석된 제(N-1)차 분계를 써서, 그것들로 구성되는 제(N-2)차 분계에 대해서 모드물리좌표합성법으로 해석한다. 이와 같이 해서, 차례 차례로 보다 큰 분계의 해석으로 모드물리좌표합성법을 진행시키고, 최종적으로 전계를 해석하는 과정을 다중 모드물리좌표합성법이라 한다.

Fig. 1과 같이 2개의 1차분계(A 및 B), 각 1차분계를 2개씩의 2차 분계(A1, A2, B1, 및 B2)로 나눈 구조물 전계에 대하여 다중 모드물리좌표합성법을 적용하면. 먼저, 2차 분계 A1에 대하여 내부영역과 결합영역으로 분리하여 나타낸 운동방정식은 식(1)과 같다.

$$M_{A1} \ddot{q}_{A1} + K_{A1} q_{A1} = 0 \tag{1}$$

여기서,

$$M_{A1} = \begin{bmatrix} \hat{M}_{A1}^{aa} & \hat{M}_{A1}^{ab} \\ \hat{M}_{A1}^{ba} & \hat{M}_{A1}^{bb} \end{bmatrix}$$

$$K_{A1} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{A1}^{aa} & \hat{K}_{A1}^{ab} \\ \hat{K}_{A1}^{ba} & \hat{K}_{A1}^{bb} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$q_{A1} = \begin{Bmatrix} \delta_{A1}^a \\ \delta_{A1}^b \end{Bmatrix}$$

이것 전체 자유도를 결합영역 변위만의 자유도로 축소하기 위하여 Guyan의 정축소법을 이용하면 식(1)로부터 강성행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{K}_{A1}^{aa} & \hat{K}_{A1}^{ab} \\ \hat{K}_{A1}^{ba} & \hat{K}_{A1}^{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{A1}^a \\ \delta_{A1}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_b \end{Bmatrix} \tag{3}$$

f_b 는 결합영역에 작용하는 내력이며, 상첨자 a는 A1의 내부영역, b는 A1의 결합영역을 나타낸다. 식(3)으로부터 식(4)를 나타낼 수 있다.

$$\hat{K}_{A1}^{aa} \delta_{A1}^a + \hat{K}_{A1}^{ab} \delta_{A1}^b = 0 \tag{4}$$

그러면 분계 A1의 내부영역 좌표계는 식(5)와 같으며,

$$\delta_{A1}^a = T_{A1} \delta_{A1}^b \tag{5}$$

여기서 T_{A1} 은 분계 A1에 대한 Guyan 정축소행렬로써 식(6)과 같이 정의된다.

$$T_{A1} = -\hat{K}_{A1}^{aa}{}^{-1} \hat{K}_{A1}^{ab} \tag{6}$$

따라서, 분계 A1에 대한 전체 변위를 결합영역에 대한 변위로 나타내면 식(7)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{A1}^a \\ \delta_{A1}^b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{A1} \\ I \end{bmatrix} \delta_{A1}^b \tag{7}$$

2차분계 A1에 대한 모드물리좌표합성법은 먼저 결합영역을 고정시킨 후 내부영역만의 정규모드를 계산하고, 이를 이용하여 내부영역을 모드좌표계로 변환하여 정식화한

다. 즉, 식(8)은 식(1)에서 내부영역만을 표현한 것이다.

$$\hat{M}_{A1}^{aa} \ddot{\delta}_{A1}^a + \hat{K}_{A1}^{aa} \delta_{A1}^a = 0 \quad (8)$$

그리고 식(8)의 고유치 해석으로부터 식(9)와 같이 내부영역이 변환된다.

$$\delta_{A1}^a = \phi_{A1} \xi_{A1} \quad (9)$$

여기서, ϕ 및 ξ 는 내부영역에 대한 고유벡터와 모달좌표계이다. 구속모드합성법에서는 관심있는 몇 개의 고유벡터(이하 채용고유모드수라 함)를 추출함으로써 내부영역의 좌표계는 채용고유모드수만큼의 모달좌표계로 축소된다.

식(7) 및 식(9)을 조합하면 분계 A1의 변위는 식(10)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{A1}^a \\ \delta_{A1}^b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{A1} & T_{A1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{A1} \\ \delta_{A1}^b \end{Bmatrix} = D_{A1} Z_{A1} \quad (10)$$

A1에 대한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{A1} \ddot{Z}_{A1} + K_{A1} Z_{A1} = 0 \quad (11)$$

여기서

$$M_{A1} = D_{A1}^T \hat{M}_{A1} D_{A1} \quad (12)$$

$$K_{A1} = D_{A1}^T \hat{K}_{A1} D_{A1}$$

분계 A2에 대한 운동방정식도 분계 A1과 같은 방법으로 유도 할 수 있다.

즉,

$$M_{A2} \ddot{Z}_{A2} + K_{A2} Z_{A2} = 0 \quad (13)$$

이고

$$M_{A2} = D_{A2}^T \hat{M}_{A2} D_{A2} \quad (14)$$

$$K_{A2} = D_{A2}^T \hat{K}_{A2} D_{A2}$$

여기서,

$$D_{A2} = \begin{bmatrix} \phi_{A2} & T_{A2}^b & T_{A2}^d \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad Z_{A2} = \begin{Bmatrix} \xi_{A2} \\ \delta_{A2}^b \\ \delta_{A2}^d \end{Bmatrix} \quad (15)$$

이러한 2차 분계 A1과 A2의 운동방정식 식(11) 및 (13)으로부터 1차 분계 A의 운동방정식을 구성한다. Z_A 를 1차 분계 A의 변위벡터라 하면 식(16)과 같이 Z_A 는 결합영역좌표와 2차분계 A1 및 A2의 축소된 모달좌표 ξ_{A1} 및 ξ_{A2} 로 구성된다.

$$Z_A = [\xi_{A1} \quad \xi_{A2} \quad \delta_b \quad \delta_d]^T \quad (16)$$

따라서 각 2차 분계 A1 및 A2의 좌표계는 1차분계 A와 식(17) 및 (18)의 관계를 가진다.

$$Z_{A1} = H_{A1} Z_A \quad (17)$$

$$Z_{A2} = H_{A2} Z_A \quad (18)$$

1차분계 A의 운동방정식을 구하기 위해 변환행렬 $[H]$ 를 이용하여 분계 1과 분계 2를 합성하면 식(19)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{M}_A \ddot{\underline{Z}}_A + \underline{K}_A \underline{Z}_A = 0 \quad (19)$$

여기서 1차 분계 A의 질량행렬과 강성행렬 \underline{M}_A 및 \underline{K}_A 는 다음과 같고,

$$\underline{M}_A = \underline{H}_{A1}^T \underline{M}_{A1} \underline{H}_{A1} + \underline{H}_{A2}^T \underline{M}_{A2} \underline{H}_{A2} \quad (20)$$

$$\underline{K}_A = \underline{H}_{A1}^T \underline{K}_{A1} \underline{H}_{A1} + \underline{H}_{A2}^T \underline{K}_{A2} \underline{H}_{A2} \quad (21)$$

같은 방법으로 2차분계 B1, B2를 합성하면 1차분계 B의 운동방정식은 식(22)와 같다.

$$\underline{M}_B \ddot{\underline{Z}}_B + \underline{K}_B \underline{Z}_B = 0 \quad (22)$$

여기서 1차 분계 B의 질량행렬과 강성행렬 \underline{M}_B , \underline{K}_B 및 좌표계 \underline{Z}_B 는 다음과 같다.

$$\underline{M}_B = \underline{H}_{B1}^T \underline{M}_{B1} \underline{H}_{B1} + \underline{H}_{B2}^T \underline{M}_{B2} \underline{H}_{B2} \quad (23)$$

$$\underline{K}_B = \underline{H}_{B1}^T \underline{K}_{B1} \underline{H}_{B1} + \underline{H}_{B2}^T \underline{K}_{B2} \underline{H}_{B2} \quad (24)$$

$$\underline{Z}_B = [\underline{\xi}_{B1} \quad \underline{\xi}_{B2} \quad \delta_d \quad \delta_f \quad \delta_h]^T \quad (25)$$

전계의 운동방정식을 구하기 위하여 2개의 1차 분계 A와 B를 합성하는 과정은 2차분계를 1차분계로 합성하는 과정과 동일하다. 즉, 전계의 운동방정식은 2중의 모드물리좌표합성법에 의하여 식(26)와 같이 구하여 진다.

$$\underline{M}_{sys} \ddot{\underline{Z}}_{sys} + \underline{K}_{sys} \underline{Z}_{sys} = 0 \quad (26)$$

여기서, \underline{M}_{sys} , \underline{K}_{sys} 은 전계의 질량행렬과 강성행렬로써 식(27)와 식(28)과 같이 각각 나타낸다.

$$\underline{M}_{sys} = \underline{H}_A^T \underline{M}_A \underline{H}_A + \underline{H}_B^T \underline{M}_B \underline{H}_B \quad (27)$$

$$\underline{K}_{sys} = \underline{H}_A^T \underline{K}_A \underline{H}_A + \underline{H}_B^T \underline{K}_B \underline{H}_B \quad (28)$$

그리고, 전계의 좌표계 \underline{Z}_{sys} 는 다음과 같다.

$$\underline{Z}_{sys} = [\eta_A \quad \eta_B \quad \delta_b \quad \delta_d \quad \delta_f \quad \delta_h]^T \quad (29)$$

여기서, η_A 및 η_B 는 1차분계 A 및 B의 내부영역 좌표계의 축소된 모달좌표계를 나타내고 있다. 마지막으로 다중 모드물리좌표합성법을 통하여 자유도가 축소된 식(26)에 대한 고유치 해석을 수행함으로써 전계에 대한 고유진동수 및 진동모드를 계산 할 수 있다.

3. 시뮬레이션 및 결과

다중 모드물리좌표합성법의 이론을 바탕으로 식(1)~(29)에 대한 프로그램의 Flow Chart는 Fig. 2와 같다.

다중 모드물리좌표합성법의 프로그램을 검증하기 위해 모드물리좌표합성법을 이용한 2차원 평판에 관하여, 다중 모드물리좌표합성법으로 해석한 결과를 상용 해석프로그램인 ANSYS의 결과와 비교하였고, 마지막으로 선박엔진전체를 다중 모드물리좌표합성법을 적용하여 해석하였다.

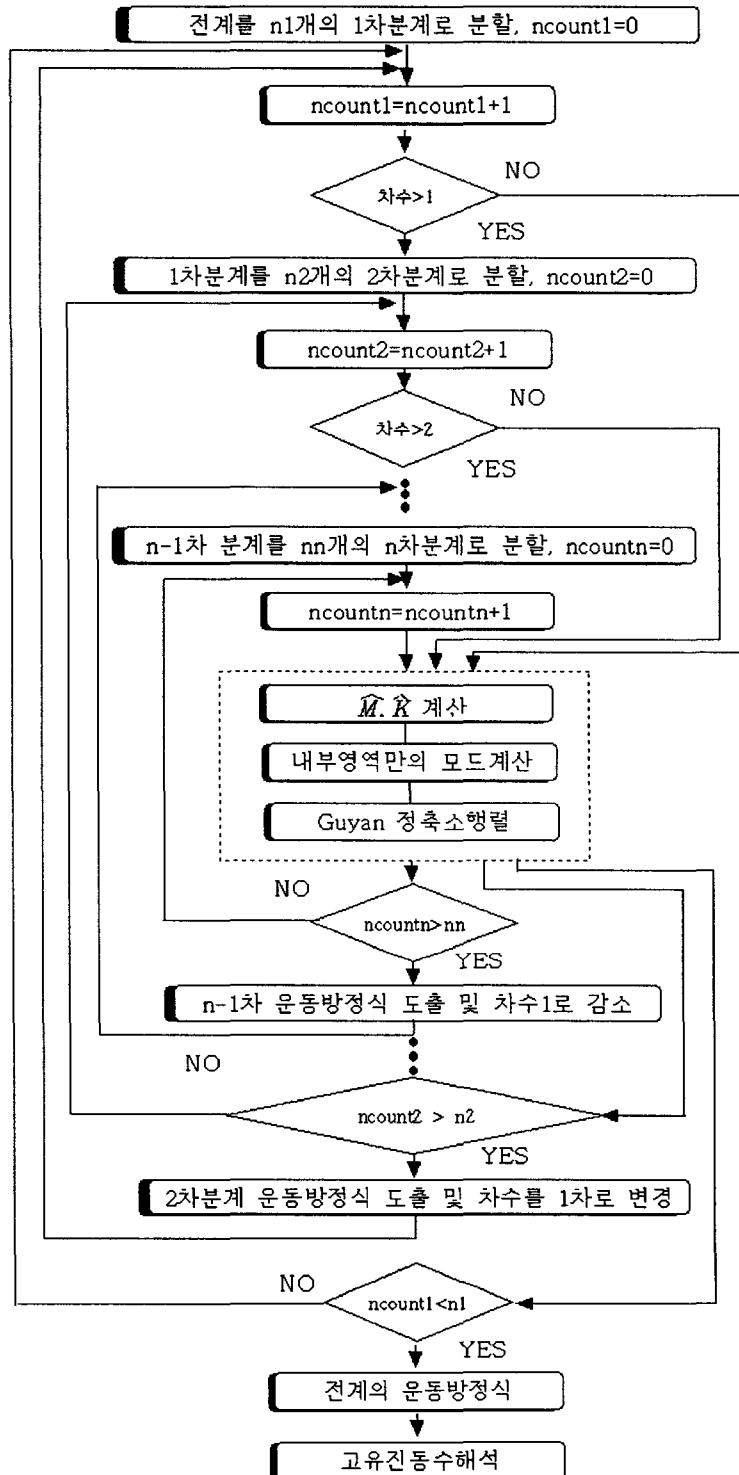


Fig. 2 Flow chart of multiple mode/physical coordinate synthesis method

먼저, Fig. 3과 같이 길이 11.44m, 폭4.53m인 평판을 다중 모드물리좌표합성법으로 해석하였다. Fig. 3의 물성치는 Table 1과 같다.

Table 1 Material Property

	Proerty
Elastic Modulus	210Gpa
Poisson's ratio	0.3
Density	7810kg/m ³
Thickness	0.036m

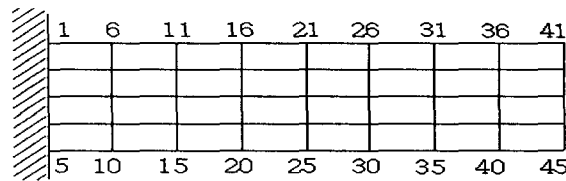


Fig. 3 Nodes & Elements of rectangular cantilever plate

Fig. 3을 다중 모드물리좌표합성법을 이용하여 해석하기 위해 먼저, Fig. 4와 같이 전체 분계를 1차분계의 sub1, sub2로, 2차분계를 다시 sub11과 sub12, sub21과 sub22로 나누었다.

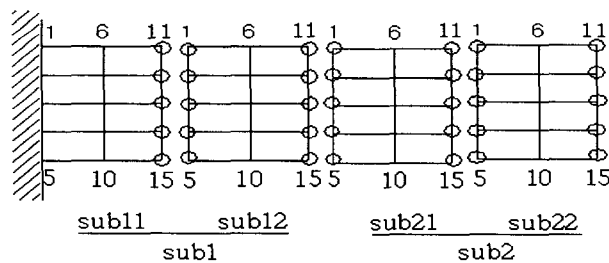


Fig. 4 Divisions of rectangular cantilever plate

각 분계당 절점이 15개이고, 각 노드당 자유도는 6개이며, 내부영역의 채용 모드수는 10개로 해석하였다. Table 2에 다중 모드/물리좌표합성법과 ANSYS에 의한 진동수 결과와 비교하였다.

Table 2 Natural Frequencies for the rectangular cantilever plate

	상용S/W(Ansys)	MPCSM
고유	0.235	0.393
진동수	1.472	1.490
[Hz]	4.144	4.775

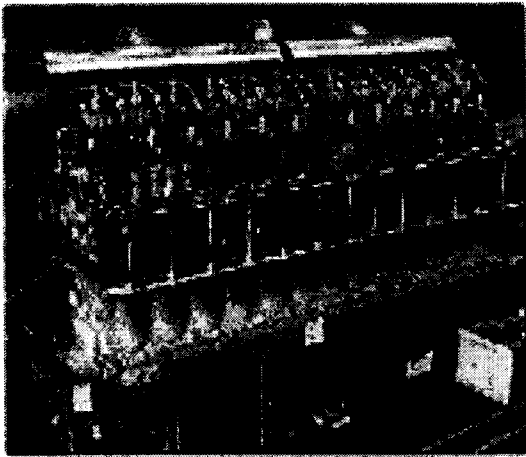


Fig. 5 A huge marine engine

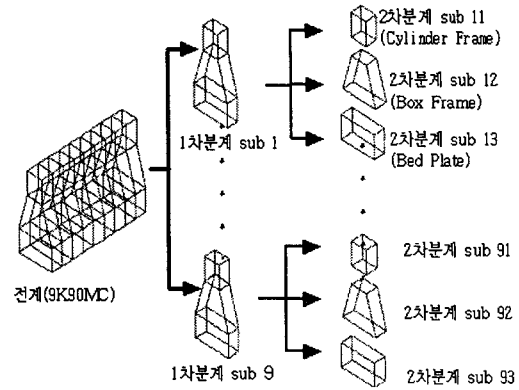


Fig. 6 Divisions of a huge marine engine

이를 바탕으로, Fig. 5와 같이 대형 선박엔진 전체에 대하여 다중 모드물리좌표합성법을 적용하였다. 대형 선박 엔진은 크게 Cylinder Frame, Frame Box, Bed Plate의 세 부분으로 이루어져있으며, 9개의 실린더(Cylinder)와 6번 실린더와 7번 실린더 사이에 체인 상자(Chain Case)와 크랭크축(Crank Shaft), 커넥팅 로드(Connecting Rod), 피스톤(Piston)등 여러 가지의 부품으로 이루어져있다. 다중모드/물리좌표합성법을 선박 엔진의 동특성 해석에 적용하기 위해 먼저, 엔진 전체의 구조물을 여러 개의 부분구조로 나누어 각 분계에 대한 유한요소 정식화를 하기 위해 엔진의 동특성에 영향을 미치지 않는 범위 내에서 모델을 간략화 시켜야 할 필요가 있다. Fig. 5와 같이 대형 선박엔진의 물성치는 Table 3과 같고, Fig. 6은 다중 모드 물리좌표합성법을 적용하기 위한 엔진전체의 구조물을 여러 분계로 분할 한 것이다.

Table 3 Material Property

	Proerty
Elastic Modulus	210Gpa
Poisson's ratio	0.3
Density	7810kg/m ³

먼저, 전계를 3개의 1차분계 A,B,C로 나누고 각각의 1차분계를 다시 4~6개의 2차분계로 나누어 대형엔진 구조물을 분할했다.

2차분계의 각 분계당 노드는 25개, 내부영역에서의 채용 모드 수를 15개로 하여 다중 모드물리좌표합성법으로 해석한 결과와 ANSYS의 고유진동수 해석결과를 Table 4에서 비교하였다.

Table 4 Natural Frequencies of huge marine engine

	상용S/W(Ansys), Hz	MMPCSM, Hz
	8.960	8.801
고유	9.894	9.624
진동수	11.524	11.510
[Hz]	12.487	12.581
	14.814	14.425

4. 결 론

부분구조합성법의 일종인 모드물리좌표합성법과 이를 다중화한 다중 모드물리좌표합성법을 이용한 동적 모델링을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다. 1차분계의 결합만으로 이루어진 2차원 단일 평판의 해석결과를 ANSYS 결과와의 비교를 통해 다중 모드물리좌표합성법의 프로그램을 검증하였다.

위의 결과를 바탕으로 대형선박 엔진의 동특성 해석에 적용함으로써, 다중 모드물리좌표합성법을 이용하여 엔진과 같은 대형이고, 복잡한 구조물에 대한 동특성 해석의 적용 가능성을 제시하였다.

후 기

본 논문은 HSD선박엔진(주)와의 연구용역과 과학기술부·한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계 기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

1. Hurt, W.C.,1965,"Dynamics Analysis of Structural System Using Component Modes," AIAA J. 3-4, pp.678.
2. Craig,R.R. and Bampton,M.C.,1965,"Coupling of Substructuring for Dynamics Analysis", AIAA J. 6-7,1313.
3. 長松召男,大能政明,1983," 區分モード合成法による振動解析(第4報 固有振動數と固有モード,その2)",日本機械學會,C 48-443,1120.
- 4.長松召男,大能政明,失鍋重夫,1984,"區分モード合成法振動解析(第6報 橫型連續遠心分離機への適用)",日本機械學會,C 50-450,260.
5. R.J.Guyan.1965, "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA J., Vol.3
6. Robert D. Cook, David S. Malkus, Michael E.Plesha,1989, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, Inc.
7. Young W. Kwon, Hyochoong Bang,1997 "The Finite Element Method using MATLAB", CRC Press, Inc.

8. Dary L. Logan, 1992, "First Course in the Finite Element Method 2/E" , PWS-KENT.
9. 정재훈, 지태현, 박영필, 1994, "부분구조합성법을 이용한 판의 모우드해석", 한국정밀공학회지 제 11권 제 6호.
10. 長松召男, 大能政明, 1991, "部分構造合成法", 培風館.
11. 김성우, 2000, "동축소법을 이용한 부분구조합성법", 한국해양대학교 조선공학과 석사학위 논문.
12. 김영군, 1998, "최적구조 변경법에 의한 엔진블록의 중량최소화에 관한 연구", 한국해양대학교 조선공학과 석사학위 논문.
13. 권상석, 2000, "부분구조합성법을 이용한 제트직기 구조물의 동특성에 관한 연구", 영남대학교 섬유공학과 석사학위논문.
14. 박원호, 2001, "다중 모드/물리 좌표합성법을 이용한 대형 선박엔진의 진동분석에 관한 연구", 창원대학교 기계공학과 석사학위논문.
15. 이재환, 정종하, 김재실, 박형호, 2001, "부분구조합성법을 이용한 대형선박엔진의 진동분석", 대한기계학회 2001년도 춘계학술대회논문집 B pp. 651~657