다지점으로 구성된 재고시스템의 최적화 분석 : 저수요, 유실판매 모형

Analysis of Multi-branch Inventory Distribution System for an Item with Low Level of Demand : Lost Sale Model

윤승철*
Yoon, Seung Chul
최영섭**
Choi, Young Sub

Abstract

This research is basically deals with an inventory distribution system with several regional sales branches. Under the continuous review policy, each sales branch places an order to its supplier whenever on hand plus on order inventory falls on the order point, and the order quantity is received after elapsing a certain lead time. This research first shows the method how to apply the product with low lever of demand into the continuous review policy. For the application, we use an order level as the maximum level of inventory during an order cycle. Also we analyze the lost sales case as a customer behavior. Further we use variable demands and variable lead times for more realistic situation. Based on the above circumstances, the research mainly discusses those methods to decide the optimal order level, order point, and order quantity for each sales branch which guarantees the system wide goal level of service, while keeping the minimum level of the system wide total inventory.

1. 서론

여러 판매지점들을 운영하는 회사의 재고관리에 있어서 중요한 문제는 이들 판매지점들로 구성되는 통합적 재고분배시스템의 효율적인 관리문제이다. 이 통합적 시스템의 관리를 위한 주요 내용은 각 지점의 제품판매와 고객수요를 분석하고, 목표서비스

* 단국대학교 상경대학 경영학전공
** 단국대학교 대학원 경영학과

수준을 유지하기 위한 적정 재고량과 입출고 계획을 결정하여 이를 기초로 하여 각 지점의 운영 지침을 수립하는 것이다. 이 연구는 기본적으로 여러 지역담당 판매지점으로 구성된 재고분배시스템의 통합적 관리를 위한 분석방법을 다루고 있다.

이 연구의 특징과 가정은 다음과 같다. 먼저 연구대상 제품은 단위기간당 수요수준이 낮은 제품을 대상으로 하고 있다. 즉 부피가 크고 단가가 높은 제품들이 한 예이다. 그리고 재고부족이 발생하였을 때 유실판매됨을 가정한다. 재고조사 방법은 연속조사 방법을 사용한다. 즉 각 판매지점은 보유재고량과 발주된 주문량의 합이 주문점에 이를 때마다 외부 공급업체에 적정 주문량을 발주하며 이 주문량은 얼마간의 리드타임이 경과한 후 도착하게 된다. 또한 보다 실제적 상황을 고려하여 변동수요와 변동리드타임을 분석한다. 각 지점의 제품수요는 낮은 수요수준을 고려하여 포와송분포를 사용하며, 리드타임의 변동은 보다 일반적인 상황을 고려한 혼합확률분포를 사용한다. 그리고 재고보충을 위한 시스템으로서 낮은 수요수준 제품에 대한 효율작인 계산방법을 제시하기 위해 (주문점, 주문수준) 시스템을 이용한다.

변동 리드타임 모형에서 각 지점이 실제로 달성하는 고객 서비스수준은 서비스수준의 기대값으로 설명될 수 있다. 이러한 관점에서 이 연구의 목적은 시스템 전체의 목표서비스수준을 달성하기 위한 각 지점의 최적 주문량, 주문점, 주문수준 등을 결정하는 방법을 제시하기 위한 것이다.

2. 각 판매지점의 재고분석

2.1 분석을 위한 자료

각 판매지점의 분석을 위한 자료는 다음과 같다.

λ : 시스템 전체의 월평균 수요량.
L_i : 판매지점 i의 계획리드타임.
$P(L'_i = L_i)$: 판매지점 i의 실제리드타임(L'_i)이 계획리드타임(L_i)와 같을 확률.
$P(L'_i > L_i)$: 판매지점 i의 실제리드타임(L'_i)이 계획리드타임(L_i)보다 길어질 확률.
θ_i : 판매지점 i의 실제리드타임이 계획리드타임보다 길어질 경우의 실제 리드타임의 기대값.
P_i : 판매지점 i에서의 수요발생 확률.
n : 판매지점의 수.

위의 자료에서 λ는 모든 지점들의 월평균 수요량의 합과 같으며, 각 지점의 월 수요량은 포와송 분포를 따르는 것으로 가정한다. 또한 P_i는 과거의 각 지점의 수요량 자료들로부터 각 지점이 차지하는 월 수요량의 비율을 이용하여 결정할 수 있으며,

$(P_1+P_2+\cdots+P_n=1)$ 이다. λ와 P_i를 이용함으로써 판매지점 i의 월 평균수요량은 $(\lambda \cdot P_i)$로 계산된다. 이 top-down 방법은 참고문헌 [3]과 [9]에서 설명하고 있다. 또한 판매지점 i에서의 계획리드타임 L_i보다 긴 실제 리드타임 L'_i의 확률분포는 기대값 θ_i를 갖는 지수분포를 가정하며, L_i보다 짧은 L'_i, 즉 일찍 도착하는 경우는 없는 것으로 가정한다.

2.2 각 판매지점의 주문점, 주문수준, 주문량 결정

판매지점 i의 서비스수준 (R_i)을 얻기 위한 주문점 (N_i)과 주문수준 (M_i), 그리고 주문량 (Q_i)는 다음의 절차를 통해 결정된다. 한 주문주기 동안의 지점 i의 서비스수준 R_i는 그 주문주기의 (충족된 수요/총수요)의 비율로 정의된다. 유실판매 모형에서 이 정의는 한 주문주기 동안의 [수요량의 기대값 / (수요량의 기대값+부족량의 기대값)]의 관계를 갖는다. 이 내용은 참고문헌 [8]과 [9]를 참고한다. 이 연구에서 사용되는 주문수준 M_i는 한 주문주기의 최대 재고수준을 의미하며, 이는 저장공간의 제약을 고려하여 관리자가 조정할 수 있도록 하는 방법을 이용하고 있다. 따라서 주문량 Q_i는 (M_i-N_i)의 양이 되며, 이 양은 한 주문주기의 기대 수요량을 충족시키기 위한 양이 된다. 이를 기초로 한 판매지점 i의 서비스수준 R_i는

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{M_i-N_i}{(M_i-N_i)+E(x>N_i)} \\ &= \frac{M_i-N_i}{(M_i-N_i)+\sum_{x>N_i}(x-N_i)\cdot P(x)} \end{aligned} \qquad \text{〈식 2-1〉}$$

와 같다. 위의 식에서 x는 지점 i에서의 리드타임 동안의 실제 수요량이며, $E(x>N_i)$는 재고부족량의 기대값, 즉 유실판매량을 나타낸다. 이 관계는 참고문헌 [7]을 참고한다.

서비스수준 R_i는 판매지점 i의 실제리드타임들의 변동에 따라 변화하게 되며, 따라서 판매지점 i에서 얻어지게 되는 R_i는 R_i의 기대값으로 설명된다. 즉 실제리드타임 L'_i가 계획리드타임 L_i와 같을 때 서비스수준의 기대값 $E(R_i \mid L'_i=L_i)$는

$$E(R_i \mid L'_i=L_i) = R_i \qquad \text{〈식 2-2〉}$$

로서 〈식 2-1〉에서 자료값 L_i를 이용하여 계산된다. 또한 L'_i가 L_i보다 긴 경우, 즉 주문량이 늦게 도착되는 경우 서비스수준의 기대값 $E(R_i \mid L'_i>L_i)$는

$$E(R_i \mid L'_i>L_i) = \int_{L'_i>L_i} R'_i \cdot f(L'_i \mid L'_i>L_i)dL'_i \qquad \text{〈식 2-3〉}$$

의 관계로부터 얻어진다. 이 식에서 $f(L'_i \mid L'_i > L_i)$는 $f(L'_i)/P(L'_i > L_i)$이며, 기대값이 θ_i인 지수분포를 따르고 있다. 이 식의 계산은 참고문헌 [1]과 [4]를 참고한다. 그리고 R'_i는 하나의 실제리드타임이 L'_i일 때 대응되는 판매지점 i의 서비스수준을 나타낸다.

〈식 2-2〉와 〈식 2-3〉을 이용하여 판매지점 i의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$는 다음과 같이 결정된다. 즉

$$E(R_i) = E(R_i \mid L'_i = L_i) \cdot P(L'_i = L_i) + E(R_i \mid L'_i > L_i) \cdot P(L'_i > L_i) \qquad \text{〈식 2-4〉}$$

의 관계로부터 결정된다. 이 과정을 이용한 분석의 예는 다음과 같다.

(분석 예) : 판매지점 i의 자료는 다음과 같다.

자료 : $\lambda = 10$
$L_i = 0.8$ 개월
$P(L'_i = L_i) = 0.7$
$P(L'_i > L_i) = 0.3$
$\theta_i = 1$ 개월
$P_i = 0.5$

그리고 이 지점의 목표서비스 수준은 95%이며, 관리자는 주문수준(최대 재고수준)을 $M_i = 12$개로 정하였다면 목표서비스수준 즉 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$가 95%가 되는 주문점 N_i와 주문량 Q_i는 얼마인가? 먼저 이 문제를 계산하기 위해 계획 리드타임 $L_i = 0.8$개월보다 큰 1000개의 L'_i를 이용하여 각각의 R_i와 기대값 $E(R)$을 계산하였다. 그리고 $M_i = 12$일 때, $N_i = 0, 1, 2, \cdots, 11$의 경우에 대해 각각 조사한 $E(R_i)$의 결과는 다음과 같다.

M_i	12	12	…	12	12	12	12	…
N_i	0	1	…	4	5	6	7	…
Q_i	12	11	…	8	7	6	5	…
$E(R_i)$	0.53	0.65	…	0.87	0.90	0.93	0.95	…

즉 최대 재고수준을 12로 정한다면 95%의 서비스수준을 얻기 위해서는 주문점을 7개로 하고, 주문량을 5개로 결정해야 한다. 〈표 2-1〉은 3개의 판매지점으로 이루어진 시

스템에 각 자료값들의 다양한 변화에 따른 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$의 변화를 보여 주고 있다. 이 표에 사용된 기초 자료는

$\lambda = 15$
$L_1 = 0.4$, $L_2 = 0.5$, $L_3 = 0.6$개월
$P(L'_i = L_i) = 0.6$, $P(L'_i > L_i) = 0.4$
$\theta_1 = 0.6$, $\theta_2 = 0.7$, $\theta_3 = 0.8$개월
$P_1 = 0.2$, $P_2 = 0.3$, $P_3 = 0.5$
$n = 3$

이다. 예를 들어 다른 자료는 변하지 않고 전체 수요량이 감소함에 따라, 즉 $\lambda = 15$에서 $\lambda = 10$으로 변함에 따라 정해진 주문점 하에서 각 지점들의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$는 증가하고 있다. 그 밖의 다른 자료의 변화에 따른 $E(R_i)$는 표를 참고한다.

3. 시스템 최적화 분석

시스템 전체의 최적화를 위한 분석은 여러 방법이 가능하나 이 연구에서는 시스템 전체의 보유재고량을 제약으로 사용하는 방법을 제시한다. 즉 시스템의 동일한 특정 서비스수준을 얻게 하는 주문수준 M_i와 주문점 N_i의 값은 매우 다양하게 나타난다. 예를 들면 $(M_i, N_i) = (10,5)$일 때와 $(M_i, N_i) = (7,4)$일 때, 두 경우 모두 $E(R_i) = 0.95$를 제공 할 수 있다. 그러나 두 경우의 평균 보유 재고량은 서로 다르게 나타난다. 이러한 상황에서 최적 M_i, N_i 그리고 Q_i는 시스템의 보유재고량을 가장 낮게 해주는 값들로 결정하게 된다. 이는 일반적으로 보유재고량이 작을수록 유지비용이 작아지게 되기 때문이다.

판매지점 i의 한 주문주기 동안의 평균재고 보유량은 그 주문주기초의 재고량과 주문주기말 재고량의 평균값으로 나타내 진다. 이 관계는 참고문헌 [8]을 참고로 한다. 주문량 $(Q_i = M_i - N_i)$를 받은 즉시 지점 i의 주기초 재고량의 기대값 $H_{I,i}$는

$$\begin{aligned} H_{I,i} &= Q_i + \sum_{x=0}^{N_i} (N_i - x) \cdot P(x) \\ &= (M_i - N) + \sum_{x=0}^{\infty} (N_i - x) \cdot P(x) + \sum_{x>N_i}^{\infty} (x - N_i) \cdot P(x) \\ &= (M_i - N) + (N_i - \lambda \cdot P_i \cdot L_i) + \sum_{x>N_i}^{\infty} x \cdot P(x) - N_i \cdot \sum_{x>N_i}^{\infty} P(x) \qquad \langle \text{식 } 3-1 \rangle \end{aligned}$$

〈표 2-1〉 자료변화에 따른 서비스수준의 기대값($E(R_i)$)의 변화(3지점 시스템)

	M_i	7	7	7
	N_i	1	2	3
$\lambda = 5$	$E(R_1)$	0.97	0.99	0.99
	$E(R_2)$	0.94	0.97	0.99
	$E(R_3)$	0.85	0.90	0.94
$\lambda = 10$	$E(R_1)$	0.92	0.96	0.98
	$E(R_2)$	0.84	0.90	0.94
	$E(R_3)$	0.69	0.73	0.77
$\lambda = 15$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
	$E(R_2)$	0.75	0.80	0.85
	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$L_1 = 0.2$	$E(R_1)$	0.93	0.96	0.98
$L_2 = 0.2$	$E(R_2)$	0.88	0.92	0.95
$L_3 = 0.2$	$E(R_3)$	0.79	0.83	0.87
$L_1 = 0.4$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
$L_2 = 0.4$	$E(R_2)$	0.79	0.85	0.89
$L_3 = 0.4$	$E(R_3)$	0.66	0.70	0.94
$L_1 = 0.6$	$E(R_1)$	0.81	0.87	0.92
$L_2 = 0.6$	$E(R_2)$	0.71	0.76	0.81
$L_3 = 0.6$	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$P(L'_i = L_i) = 0.8$	$E(R_1)$	0.89	0.94	0.97
$P(L'_i > L_i) = 0.2$	$E(R_2)$	0.78	0.84	0.89
	$E(R_3)$	0.60	0.62	0.65
$P(L'_i = L_i) = 0.6$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
$P(L'_i > L_i) = 0.4$	$E(R_2)$	0.75	0.80	0.85
	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$P(L'_i = L_i) = 0.4$	$E(R_1)$	0.85	0.90	0.94
$P(L'_i > L_i) = 0.6$	$E(R_2)$	0.72	0.77	0.82
	$E(R_3)$	0.54	0.55	0.60

이며, 주기말 재고량의 기대값 $H_{E,i}$는

$$H_{E,i} = \sum_{x=0}^{N_i}(N_i - x)\cdot P(x)$$
$$= (N_i - \lambda\cdot P_i\cdot L_i) + \sum_{x>N_i}^{\infty} x\cdot P(x) - N_i\cdot \sum_{x>N_i}^{\infty} P(x) \qquad \langle 식\ 3-2\rangle$$

이다. 따라서 유실판매의 경우 지점 i에서의 평균재고보유량 H_i는

$$H_i = \frac{H_{I,i} + H_{E,i}}{2}$$
$$= \frac{M_i + N_i}{2} - \lambda\cdot P_i\cdot L_i + \sum_{x>N_i}^{\infty} x\cdot P(x) - N_i\cdot \sum_{x>N_i}^{\infty} P(x) \qquad \langle 식\ 3-3\rangle$$

의 관계를 이용하여 계산된다. 예를 들어 3개의 판매지점 시스템의 자료가

$\lambda = 15$

$L_1 = 0.2$, $L_2 = 0.4$, $L_3 = 0.6$개월

$\theta_1 = 0.4$, $\theta_2 = 0.6$, $\theta_3 = 0.8$개월

$P_1 = 0.33$, $P_2 = 0.33$, $P_3 = 0.34$

$P(L'_i = L_i) = 0.6$, $P(L'_i > L_i) = 0.4$

$n = 3$

인 경우 지점 1에서 95%의 서비스수준의 기대값 $E(R_1)$을 제공하는 M_1과 N_1은 각각 $(M_1, N_1) = \{(7,4),(7,5),(7,6),(8,4),(8,5),(8,6),(8,7)\cdots\}$등이다. 이들 중 H_1이 가장 작은 M_1과 N_1은 7과 4가 되고, 이때 H_1는 4.5개가된다. 나머지 두 지점도 같은 절차에 의해 M과 N 그리고 주문량 Q가 결정된다.

시스템 전체의 최적화는 시스템 전체의 목표서비스수준이 α라면 각 지점 모두 α를 달성하는 방법을 가정하여 다음의 절차로 요약할 수 있다.

i) 〈식 2-4〉로부터 시스템 목표서비스수준과 동일한 값의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$, $(i=1, 2,\cdots, ,n)$를 제공하는 M_i, N_i, Q_i 들을 계산한다.

ii) 위의 i)에서 구해진 M_i, N_i, Q_i 를 이용하여 각 지점의 평균 재고보유량 H_i를 계산한다.

iii) 위의 ii)에서 계산된 M_i, N_i, Q_i 들 중 가장 작은 값의 H_i를 갖는 M_i, N_i, Q_i 를 최적해로 결정한다.

이 절차는 수요수준이 낮은 제품의 경우 탐색범위가 작으므로 복잡한 수학적 모형을 사용하지 않고 효과적으로 최적해를 찾을 수 있다. 〈표 3-1〉은 각각 3, 5, 10개의 지점으로 구성된 시스템의 목표서비스수준이 95%일 때 이를 얻기 위한 각 지점의 최적 주문수준 M_i와 주문점 N_i 그리고 주문량 Q_i를 계산한 결과를 보여주고 있다. 또한 이 표에서 H는 각 시스템의 총 보유재고량을 나타내며 $H = \sum_{i=0}^{n} H_i$의 관계를 갖고 있다. 이 표에서 사용된 기본 자료는 다음과 같다.

$\lambda = 15$, $L_i = 0.6$ 개월

$P(L'_i = L_i) = 0.6$, $P(L'_i > L_i) = 0.4$

$\theta_i = 0.8$개월, $P_i = 1/n$

$n = 3, 5, 10$

표의 효과적인 작성을 위해 각 지점의 계획리드타임, 수요발생 확률, 그리고 확률분포에 대해 동일한 값들을 사용하였으며, 따라서 자료에서 지점 1, 2, 3등과 같이 구별 없이 지점 i로 표시하였다. 예를 들어 L_i = 0.6 개월이라 함은 각 지점의 계획 리드타임이 모두 동일하게 0.6개월임을 나타낸다. 그리고 이 기본 자료값의 다양한 변화에 따른 최적 M_i , N_i , Q_i 그리고 H_i의 변화를 보여주고 있다.

〈표 3－1〉 시스템 전체의 목표서비스수준 = 95%인 경우 다양한 자료 변화에 따른 최적화 결과

	n = 3				n = 5				n = 10			
	M_i	N_i	Q_i	H_i	M_i	N_i	Q_i	H_i	M_i	N_i	Q_i	H_i
L_i = 0.2	9	7	2	21	7	4	3	24.5	4	3	1	32
L_i = 0.4	9	7	2	18	7	4	3	21.5	4	3	1	29
L_i = 0.6	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
λ = 5	5	3	2	9	4	2	2	12	3	1	2	17
λ = 10	7	5	2	12	6	3	3	16.5	4	2	2	24
λ = 15	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$P(L'_i = L_i)$ = 0.8 $P(L'_i > L_i)$ = 0.2	9	6	3	13.5	6	4	2	16	4	3	1	26
$P(L'_i = L_i)$ = 0.6 $P(L'_i > L_i)$ = 0.4	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$P(L'_i = L_i)$ = 0.4 $P(L'_i > L_i)$ = 0.6	11	7	4	18	7	5	2	21	5	3	2	31
$P(L'_i = L_i)$ = 0.2 $P(L'_i > L_i)$ = 0.8	11	8	3	19.5	8	5	3	23.5	5	3	2	31
θ_i = 0.8	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
θ_i = 0.9	11	7	3	18	7	5	2	21	5	3	2	31
θ_i = 1	11	8	3	19.5	8	5	3	23.5	5	3	2	31

4. 결론

이 연구는 유실판매와 낮은 수요수준의 특성을 갖는 제품에 관하여 n개의 판매지점으로 구성된 시스템 전체의 목표서비스수준을 달성하기 위한 각 지점의 최적 주문수준, 주문점 그리고 주문량을 결정하는 방법을 제시하고 있다. 이 분야의 관련 연구와 이론들은 참고문헌 [2], [5], [6]에서 제시하고 있다. 이 연구에 사용된 탐색방법은 낮은 수요수준의 제품의 경우 탐색범위가 작으므로 매우 효과적이며, 복잡한 수학적 최적화 모형의 전개 없이도 최적화를 쉽게 이룰 수 있다는 데에 그 장점이 있다.

이 연구에서 제시하지 못한 점은 낮은 수요수준의 경우 추후납품과 유실판매의 비교이다. 참고문헌[8]에 의하면 수요수준이 큰 경우 일반적으로 계획 서비스수준을 얻기 위한 주문점은 유실판매와 추후납품 상황에서 큰 변동이 없는 것으로 알려져 있다. 그러나 수요수준이 낮은 경우 두 모형의 차이가 크게 나타날 수 있다. 따라서 이에 대한 비교분석이 필요하다고 생각된다. 또한 발주점에 이를 때 발주점을 지키지 못하는 현상은 낮은 수요수준의 관리에 있어서는 분석해야 할 중요한 문제로 생각되며, 이 점에 관한 연구도 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

[1] Eppen, G. D. et al. ; "Determining Safety Stock in the Presence of Stochastic Lead Time and Demand" , Management Science, Vol. 34(11), Nov., 1988.

[2] Kok, A. G. ; "Approximations for a Lost-Sales Production/Inventory Control Model with Service Level Constraints" , Management Science, Vol. 31(6), pp. 225-235, 1985.

[3] Lee, J. S., and Yoon, S. C. ; "Analysis of Multi-Level Inventory Distribution System for an Item with Low Level of Demand" , Journal of Industrial and System Engineering, Vol. 23, No. 60, pp. 11-22, Nov.30, 2000.

[4] Montgomery, D. C., and Runger, G. C. ; Applied Statistics and Probability for Engineers, Wiley, pp. 195-200, 1994.

[5] Schwarz, L. B. ; "A Single Continuous Review Deterministic One-Warehouse N-Retailer Inventory System" , Management Science, Vol. 31(4), pp. 555-566, April, 1993.

[6] Schwarz, L. B., Deuemeyer, B. L., and Bandinelli, R. D., ; "Fill-Rate Optimization in a One-Warehouse N-Retailer Inventory System" , Management Science, Vol. 31(4), pp. 488-498, April, 1985.

[7] Smith, B. S. ; Computer Based Production and Inventory Control, Prentice-Hall, N. J., pp. 130-138, 1989.

[8] Tersine, J. R. ; Principles of Inventory and Materials Management, North-Holland, N. Y., pp. 211-222, 1988.

[9] 윤승철 ; 재고관리-방법과 응용, 시공사, pp. 349-370, 1997.