

ARIMA 수요과정을 고려한 장기보충계약
A Long-term Replenishment Contract for the ARIMA Demand Process

김종수* · 정봉룡**

Jong Soo Kim · Bong Ryong Jung

Abstract

We are concerned with a long-term replenishment contract for the ARIMA demand process in a supply chain. The chain is composed of one supplier, one buyer and consumers for a product. The replenishment contract is based upon the well-known (s, Q) policy but allows us to contract future replenishments at a time with a price discount.

Due to the larger forecast error of future demand, the buyer should keep a higher level of safety stock to provide the same level of service as the usual (s, Q) policy. However, the buyer can reduce his purchase cost by ordering a larger quantity at a discounted price. Hence, there exists a trade-off between the price discount and the inventory holding cost. For the ARIMA demand process, we present a model for the contract and an algorithm to find the number of the future replenishments. Numerical experiments show that the proposed algorithm is efficient and accurate.

Key word: Replenishment contract, ARIMA, Inventory, Supply chain

1. 서 론

최근 반도체 업계는 예상치 못한 반도체 수요의 급격한 감소를 경험하였다. 반도체 제품은 메모리와 소형제품으로 구분할 수 있는데, 대다수 제품은 장기보충계약을 체결한 소수의 주요 고객들에게 배분된다. 최근의 메모리 가격 하락은 메모리 수요가 세계 경제 동향에 매우 민감하게 반응한다는 사실을 보여주고 있다. 이에 따라 수요자료는 추세 (trend) 와 주기적 (periodic) 요인들을 갖게 되며 이런 형태의 자료는 비정상적 확률과정 (nonstationary stochastic process) 인 경우가 대부분이다. 반도체 업계뿐만 아니라 대부분의 산업계의 수요자료들은 추세와 주기성을 갖는 비정상적인 확률과정인 경우가 많다.

이런 현실과는 달리 지금까지의 장기보충계약 모형들은 정상적 (stationary) 수요과정에 기초를 두고 수립되어 왔다. 이러한 모형들은 비정상적 수요과정을 갖는 현실문제를 해결하기에는 부적합하다. 따라서, 비정상적 수요과정에 기초를 둔 장기보충계약 모형의 개발이 필요하다.

보충계약에 관한 이전연구들은, Liao와 Yang (1994), Li et al. (1996), Bassok과 Anupindi (1997), Tsay와 Lovejoy (1999), Moinszadeh와 Nahmias (2000), 그리고 Corbett과 Groote (2000) 등에 의하여 진행되어 왔지만, 연속적 재고 관리 시스템에서 예측오차를 고려한 보충계약모형은 아직 다루어진 적이 없다는 것을 알 수 있다. 또한, 이들 연구

* 한양대학교 산업공학과 교수

**한양대학교 산업공학과 박사과정

들은 수요가 정상적인 확률과정에서 발생한다고 가정하고 있다.

비안정적인 수요과정에 대한 예외적인 연구들로는 Lee et al. (2000), Raghunathan (2001), Chen et al. (2001) 등의 연구들이 있으나 이들 역시 가장 단순한 형태의 비정상적 수요과정인 AR(1) 과정만을 연구하였다. 따라서, 본 연구에서는 광범위한 수요자료를 표현할 수 있는 일반적인 ARIMA 수요과정을 가정한 모형을 제시하여 이전 연구들의 한계점을 극복하고자 한다. 또한, 비정상적인 수요과정에 적용할 수 있는 (s, Q) 정책을 기본으로 하는 새로운 보충계약방식을 제안하고, 이 보충계약방식의 관리변수 값을 결정하는 해법을 제시한다.

따라서, 본 연구는 다음과 같은 세 가지 의의를 가진다고 할 수 있다. 첫째, 수요예측의 오차를 고려한 새로운 장기보충계약 모형을 제시한 것이다. 둘째, 수립된 모형을 바탕으로 적정 발주횟수를 탐색하는 해법을 제시하였으며, 마지막으로, 제시된 모형의 특성을 살펴 본 것이다.

2. 수리모델

본 연구에서는 다음과 같은 환경을 가정한다.

(1) 단일품목을 고려하며 품목간의 영향은 무시한다. (2) 수요는 ARIMA 과정을 따른다. (3) Q는 주어진 것으로 본다. (4) 품질이 난 주문은 상실된다. (5) 품질비용은 품질이 난 개수에만 관계가 있고 품질이 지속되는 시간과는 무관하다.

또한, 본 연구에서 사용하는 기호를 정의하면 다음과 같다.

t : 기(period); n : 발주횟수; $s(\tau, n)$: 발주횟수가 n 일 경우의 τ 기의 발주점; c : 할인이 적용되지 않은 경우의 재고 단위당 구매 비용; h : 단위비용의 재고를 단위기간 보관할 때의 보관비용; b : 단위비용의 품질이 발생할 때의 품질비용; $p(e_\tau)$: τ 기간 앞의 조달기간수요 예측치 오차의 확률분포; ξ_τ : 예측오차의 표준편차; $\hat{d}_{t+\tau}$, $\hat{a}_{t+\tau}$: τ 기간 앞의 조달기간 수요와 기간 수요의 예측치; $TC_b(n)$: 구매자의 단위비용함수.

2.1 시스템의 특성

제안하는 모형은 구매량에 따라 구매단가가 할인된다고 가정한다. 구매비용할인함수 $f(n)$ 은 계단함수이며 $0 \leq f(n) \leq 1, \forall n \leq \tilde{n}$ 이라 가정한다. 장기계약의 발주횟수가 커질수록, 구매자는 보다 먼 기간의 수요들을 예측하여야 한다. 수요를 $\phi(B)d_t = \theta(B)a_t$ 인 ARIMA process 라고 가정하면, τ 기간 앞의 수요 예측치에 대한 (조건부) 확률은 평균

$\hat{d}_{t+\tau}$ 와 분산 $V_\tau = (1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2) \sigma_a^2$ 인 분포를 갖는다. 여기서, $\hat{d}_{t+\tau}$ 는 τ 기간 앞의 제품수요에 대한 예측치, ψ_j 는 psi-가중치이며, σ_a^2 는 백색잡음과정 (white noise process) 의 분산이다. 분산 V_τ 의 값은 예측을 하는 시점에는 영향을 받지 않으며, 시점으로부터 멀어질수록 비감소 (nondecreasing) 함을 알 수 있다.

구매자가 P_1 서비스 기준을 적용하는 경우 재주문점은 일반적으로

재주문점=조달기간 수요의 예측치+ 안전계수 × 수요의 표준편차
 라는 관계를 이용하여 결정된다. 본 연구에서는 이를 응용하여 재주문점 $s(\tau, n) = \hat{d}_{t+\tau} + \kappa \xi_\tau$ 로 결정하는 것을 제안한다. 여기서, κ 는 안전계수이다.

2.2 발주횟수가 n 인 경우의 단위기간의 기대비용

주기의 길이는 발주횟수에 따라 변하는 확률변수이므로, 임의의 주기의 비용을 비교하여서는 최소비용의 발주횟수를 찾아낼 수 없다. 즉 단위기간의 비용을 기준으로 하여야 하므로, 본 연구에서는 단위시간 (unit time)을 수요의 발생률을 기준으로 정의하고자 한다. 즉, 수요가 정확히 Q 만큼 발생하는 임의 주기의 길이의 기대값 (expected length) 을 단위기간이라고 정의한다. 예를 들어 어떤 주기에서 수요가 정확히 Q 개 도착하였다면 해당주기의 길이는 1 단위시간이 된다.

발주횟수가 n 일 때, 계약의 예상길이는 n 개의 이와 같은 주기의 합이므로, 이를 m 으로 나타내면, $m = \sum_{\tau=1}^n (Q / \hat{d}_{t+\tau})$ 이 된다. 계약의 단위기간당 총 비용의 기대값은 식 (1)과 같이 구할 수 있다.

$$TC_b(n) = (1/m)(1 - f(n))c \left[mh \left\{ (Q/2) + \kappa \left(\sum_{\tau=1}^n \xi_\tau / n \right) \right\} + b \sum_{\tau=1}^n \sum_{e=\tau \xi_\tau}^{\infty} (e_\tau - \kappa \xi_\tau) \mathcal{P}(e_\tau) + nQ \right] \quad (1)$$

3. 알고리즘

제안하는 알고리즘은 다음과 같다.

Step 0: 자료준비

과거 예측자료를 이용하여 τ 기간 앞 조달기간에 대한 오차분포 ($\mathcal{P}(e_\tau)$) 와 오차의 표준편차 (ξ_τ)를 계산한다.

Step 1: ARIMA 예측

\tilde{n} 까지 기간 수요와 조달기간 수요를 예측하기 위하여 Box-Jenkins 기법을 적용한다 (Box et al.; 1994). 이를 이용하여, $t+\tau$ 까지의 기간 수요와 조달기간 수요의 예측치를 준비한다.

Step 2: 발주횟수 탐색

$n=1$ 에서 \tilde{n} 까지, 발주시점 ($s(\tau, n), \forall \tau \leq n$)과 총비용 ($TC_b(n)$)을 산출한다. 그리고, 총비용중에서 최저값을 탐색한 후, 이에 해당하는 시점 $n^* = \arg \min_n TC_b(n, Q)$ 을 찾는다.

Step 3: 알고리즘 종결

적정 발주횟수는 n^* 이며, 이 때의 기대 총비용은 $TC_b(n^*)$ 이다.

4. 수치실험

실험을 위하여 특정 전자제품의 기간과 조달기간 수요자료 각각 80개를 준비하였다.

이 수요자료들은 Figure 1에서 보듯이 강한 주기성과 추세성을 지니고 있다. ARIMA 모델의 수립은 SAS (8.1버전)를 이용하였으며, 알고리즘은 C++언어로 프로그래밍하여, IBM-PC호환 기종 펜티엄III 933 (Mhz) 에서 수행하였다. 입력변수의 값들은 다음과 같다: $\tilde{n}=24$, $Q=200$, $c=10$, $h=0.3$, $b=3$, $f(n)=\{0, \text{if } n=1; 0.1, \text{if } n=2, \dots, 8; 0.2, \text{if } n=9, \dots, 16; 0.3, \text{if } n=17, \dots, 24\}$, 서비스요구수준=95%.

SAS 분석을 통하여 조달기간의 수요는 ARIMA (0,1,1)(0,1,1)₁₂ 모델인 식 (2) 와 같이 표현 할 수 있었다.

$$(1-B)(1-B^{12})\log(\delta_t) = (1-0.494568B)(1-0.99999B^{12})a_t \tag{2}$$

오차분포 ($\hat{y}(e_t)$)가 주어지지 않았기 때문에 오차분포를 추정하기 위하여 식 (2)를 이용하여 기간 81-104까지의 조달기간 수요를 생성한 후, 생성된 수요자료와 SAS를 통하여 얻은 예측치와 비교함으로써 각 미래 시점에 대한 예측오차분포를 생성하였다. Figure 2 는 예측오차분포의 한 예이다.

Table 1 에 나타난 바와 같이, 제안 해법에 의하여 탐색한 적정 발주횟수는 17이며, 이때 전체 최소값은 1345.29가 됨을 알 수 있다. 마찬가지로, 입력 수요자료에 내재되어 있는 계절성분과 추세성향에 대처하면서 요구되는 고객서비스 충족률 95%를 만족하기 위하여 미래의 각 기간별로 재발주점이 변동한다는 것을 Table 2에서 알 수가 있다.

다음으로, 제안하는 모형과 재발주점, 적정 발주횟수를 결정하는 알고리즘의 정확성을 검증하기 위한 실험을 실시하였다. 이 실험은 발주횟수를 17로 고정하여 실시하는 시뮬레이션에서 관측되는 비용 및 서비스충족률과 제안 알고리즘의 해가 얼마나 차이 나는가를 알아보기 위한 것이다. Table 3을 보면 제안 알고리즘은 모의실험의 총비용의 1.08% 내에 들어가는 예를 제시하고 있으며, 알고리즘에서 예상한 것처럼 목표 서비스 충족률을 만족시킨다는 것을 알 수 있다.

기간별로 변동하는 발주점 정책의 효율성을 판단하기 위하여 근시안적인 발주점 정책 (Myopic Reorder Point Control: MRPC) 과의 비교 실험을 수행하였다. MRPC 란 본

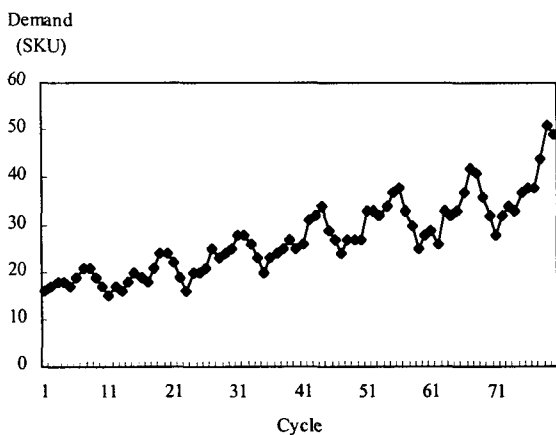


Fig.1. Leadtime demand

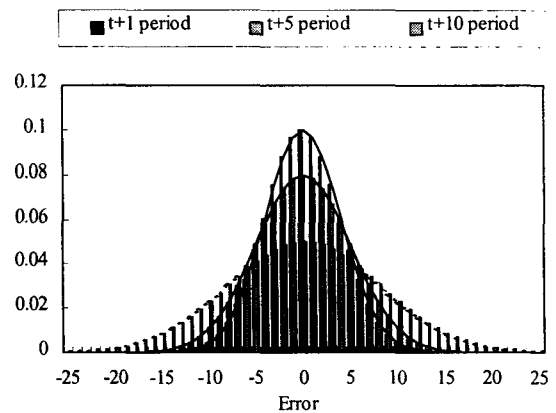


Fig.2. Error distribution of $t+1$, $t+5$ and $t+10$ period

연구에서 비교를 위해 만든 발주점 방식으로 예측을 수행하는 시점을 기준으로 한 기간 앞의 조달기간 수요 예측치를 기준으로 결정된 재발주점을 전체계약기간동안 이용하는 방법이다.

Table 1. Expected total cost per unit time for different replenishment size

n	$TC_b(n)$	n	$TC_b(n)$	n	$TC_b(n)$	n	$TC_b(n)$
1	2043.63	7	1488.59	13	1447.57	19	1385.48
2	1610.39	8	1505.71	14	1460.09	20	1407.2
3	1466.02	9	1350.88	15	1480.78	21	1432.88
4	1452.39	10	1374.08	16	1512.32	22	1455.38
5	1451.96	11	1405.69	17	1345.29	23	1476.11
6	1457.78	12	1433.49	18	1364.76	24	1499.28

Table 2. Reorder point of the proposed policy

τ	$s(\tau, 24)$	τ	$s(\tau, 24)$	τ	$s(\tau, 24)$	τ	$s(\tau, 24)$
1	50	7	56	13	64	19	81
2	45	8	54	14	63	20	86
3	40	9	56	15	67	21	94
4	45	10	63	16	81	22	89
5	48	11	70	17	77	23	90
6	49	12	70	18	78	24	97

MRPC 방법을 이용하는 재고정책은 약 3.2%의 비용증가에도 불구하고, 목표로 제시된 서비스충족률을 만족시키지 못하는 결과를 가져왔다. 만약 수요자료가 더 강한 추세성향과 계절성향을 가진다면, MRPC 방법의 수행도는 더 나빠질 것으로 예상되었다.

Table 3. Efficiency of the proposed policy

		Purchase cost	Holding cost	Shortage cost	Total cost	Service rate
Simulation ^a		1295.40	12.73	22.74	1330.87	97%
algortirhm ^b		1311.65	12.84	20.80	1345.29	95%
MRPC ^c		1295.40	12.11	65.48	1372.99	93%
Percent deviation	$ a-b /a \times 100$	1.25%	0.86%	8.53%	1.08%	
	$ a-c /a \times 100$	0.00%	4.87%	187.95%	3.16%	

5. 결론

본 연구에서는 비정상적인 수요의 변동에도 적용 가능한 장기보충계약모형을 제시하였다. 그리고, 이 모델을 이용하여 요구되는 서비스충족률을 만족하는 발주점과, 총 기대비용을 최소화 되게 하는 적정 발주횟수를 구하는 해법을 제시하였다. 따라서, 제안해법은 다양한 산업분야에 적용되어 효율적인 재고관리에 기여할 수 있다. 특히, 반도체 메모리를 주요부품으로 하는 분야에서 본 연구결과를 활용하면 보다 경제적인 공급

계약을 체결하는데 도움이 될 수 있을 것이다. 또한, 다른 계약방식을 평가하고 비교하여 최선의 방식을 선정하는데도 도움이 될 것으로 기대된다.

향후 연구과제로는 각 기간별로 다양한 발주량을 고려하는 모델연구, 복수 구매자와 공급자를 대상으로 하는 연구, 구매자와 공급자를 통합적으로 고려하는 연구 등을 생각해 볼 수 있다.

참고문헌

- [1] Bassok, Y. and Anupindi, R.; "Supply Chain Management with Minimum Purchasing Commitment," *IIE Transactions*, 29:373-381, 1997.
- [2] Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C.; Time Series Analysis: Forecasting and Control, 3rd Edition, Prentice-Hall, New Jersey, 1994.
- [3] Chen, F. Y and Krass, D.; "Analysis of Supply Contracts with Minimum Total Order Quantity Commitments and Non-stationary Demands," *European Journal Operational Research*, 131:309-323, 2001.
- [4] Corbett, C. J. and de Groote, X.; "A Suppliers Optimal Quantity Discount Policy under Asymmetric Information," *Management Science*, 46(3):444-450, 1997.
- [5] Kim, J. S. and Jung B. R.; "Multiple Replenishment Contract with Purchase Price Discount," *Journal of The Korean Institute of Industrial Engineers*, 27(4):345-351, 2001.
- [6] Lee, H., Padmanabhan, V. and Whang, S. M.; "Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect," *Management Science*, 43(4):546-558, 1997.
- [7] Li, S. X., Huang, Z. and Ashley, A.; "Improving Buyer-seller System Cooperation through Inventory Control," *International Journal of Production Economics*, 43:37-46, 1996.
- [8] Liao, C. and Yang, W. H.; "An Inventory System with Multiple Replenishment Scheduling," *Operations Research Letters*, 15:213-222, 1994.
- [9] Moinzadeh, K. and Nahmias, S.; "Adjustment Strategies for a Fixed Delivery Contract," *Operations Research*, 48(3):408-423, 2000.
- [10] Raghunathan, S.; "Information Sharing in a Supply Chain: A Note on its Value when Demand is Nonstationary," *Management Science*, 47(4):605-610, 2001.
- [11] Silver, E. A., Pyke, D. F. and Peterson, R.; Inventory Management and Production Planning and Scheduling, 3rd Edition, pp. 232-301, John Wiley & Sons Inc., New York, 1998.
- [12] Tsay, A. A. and Lovejoy, W. S.; "Quantity Flexibility Contracts and Supply Chain Performance," *Manufacturing & Service Operation Management*, 1:89-111, 1999.