

다중플랜트 네트워크에서의 공급사슬계획
Supply Chain Planning in Multiplant Network

정재혁* · 문치용** · 김종수***

Abstract

In case of the problems with multiple plants, alternative operation sequence, alternative machine, setup time, and transportation time between plants, we need a robust methodology for the integration of process planning and scheduling in supply chain.

The objective of this model is to minimize the tardiness and to maximize the resource utilization. So, we propose a multi-objective model with limited-capacity constraint.

To solve this model, we develop an efficient and flexible model using adaptive genetic algorithm(AGA), compared to traditional genetic algorithm(TGA).

1. 서론

비용절감과 고객 만족으로 경쟁력을 유지하기 위해 낮은 재고를 유지하며, 고객에 대한 즉시대응으로 시장점유율을 극대화하려는 노력은 단일 플랜트(plant) 문제에서 다중 플랜트(multi-plant)를 하나의 시스템으로 묶는 생산공급망 계획을 도출하는 문제로 발전하게 되었다. 다중 플랜트를 지원하며 각 플랜트 간 자원 정보를 공급망(supply chain)으로 공유하게 됨으로서 원자재의 수급과 더불어 효과적인 비용관리로 기업의 생산성의 증대를 가져오게 되었다.

현실적인 모형을 고려한 생산공급망 계획의 최적화 또는 근사최적해를 이루기 위해서는 통합된 대단위 문제에 대처할 수 있는 유연성이 뛰어난 휴리스틱 방법(heuristic method)이 제시되어 왔으며, 이 중 하나로 기존 유전알고리즘(genetic algorithm)의 발전된 형태인 adaptive genetic algorithm(AGA)를 이용하고자 한다.

따라서 본 연구에서는 주문생산방식(make-to-order : MTO)을 갖는 다중플랜트를 고려한 생산공급망에서 장비의 유한능력을 고려하면서 납기지연(tardiness) 최소화 및 자원이용의 효율성을 이룰 수 있는 공급망 계획을 수립하는데 목적을 두었다.

2. 본론

2.1. 문제 정의

선후행 관계를 갖는 공정들에 대한 일정계획은 위상정렬(topological sort) 방법을 통하여 복잡한 공정들간의 네트워크 모델을 표현하였고, 노드간 아크(arc)는 생산시간을 나타낸다.

* 한양대학교 산업공학과 석사과정

** 한양대학교 산업공학과 연구교수

*** 한양대학교 산업공학과 교수

모델 구성에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

- K = 부품종류, K 개의 서로 다른 부품
- M = 대체장비
- q_k = 부품별 생산단위크기
- G_k = 부품 k 의 i 번째 공정순서 예) $G_k = \{g_{ki} \mid \forall i=1,2,\dots, J_k\}$
- g_{ki} = 부품 k 의 i 번째 공정이름
- J_k = 부품 k 의 i 번째 공정순서
- P_{kim} = 부품 k 의 i 번째 공정이 m 기계 생산시간
- T_{mn} = 기계 m 에서 n 으로 이동시간
- u_{kij} = 공정간 부품 k 의 생산단위
- s_k = 부품 k 에 대한 첫 번째 선택된 공정
- O_{kim} = m 장비에서 부품 k 의 i 공정작업완료시간
- C_{ik} = 부품 k 의 작업완료시간
- $Z_{ijm} = \begin{cases} 1, & \text{기계 } m \text{에 부품 } k \text{의 공정 } i \text{가 공정 } j \text{ 보다 먼저 수행} \\ 0, & \text{그 외의 경우} \end{cases}$
- y_{kij}^p = 부품 k 에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 부품 p 양
- y_{kij}^q = 부품 k 에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 부품 q 양
- $x_{kim} = \begin{cases} 1, & \text{부품종류 } k \text{의 공정 } i \text{에서 기계 } m \text{을 선택한 경우} \\ 0, & \text{그 외의 경우,} \end{cases}$

2.2. 다목적 수리적 모델

$\mu(k, j)$ 는 제품 k 의 i 번째 공정의 기계할당을 나타낸다. 생산단위 크기 u_{kij} 를 알고 있을 때 q_k 부품에 대해 g_{ki} 공정으로부터 g_{kj} 공정까지의 이동횟수는 식(1)과 동일하게 계산된다.

$$V_{kij} = \lceil \frac{q_k}{u_{kij}} \rceil \quad (\lceil A \rceil: A \text{와 같거나 큰 정수 중 가장 작은 값의 정수}) \quad (1)$$

생산소요시간 c_{kij} 는 q_k 부품에 대한 g_{ki} 공정에 할당된 $\mu(k, i)$ 의 공정시간과 q_k 부품의 $\mu(k, i)$ 기계로부터 $\mu(k, j)$ 로의 이동시간을 합한 값이다. 이에 따라 부품 k 의 생산소요시간 c_{kij} 는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$c_{kij} = q_k \sum_{i=1}^{J_k} \mu(k, i) + V_{kij} T_{\mu(k, i)\mu(k, j)} \quad (2)$$

결정변수에 따라 q_k 부품에 대한 i 공정으로부터 j 공정으로의 생산소요시간 c_{kij} 는 공정시간과 이동시간의 합으로서 다음과 같이 재정의 될 수 있다.

$$c_{kij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \{ q_k \sum_{i=1}^{J_k} x_{kim} + V_{kij} T_{mn} x_{kim} x_{kin} \} \quad (3)$$

한편 납기 지연(TD)은 생산소요시간과 납기일(d_k)과의 차이로 정의할 수 있다.

$$TD = d_k - \sum_{i=1}^{J_k} \sum_{j=1, i \neq j}^{J_k} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \{ q_k p_{ki} x_{kim} + V_{kij} T_{mn} x_{kim} x_{kin} \}$$

따라서 유한능력 하에서 공정순서제약을 만족시키며, 납기지연을 최소화하기 위한 목적식 F_1 을 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

$$F_1 = \text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} \sum_{j=1, i \neq j}^{J_k} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \frac{1}{J_k - 1} (TD)(y_{kij}^p + y_{kij}^q) \quad (4)$$

부하가 집중되는 장비의 총 부하량이 최대 가용시간을 넘어서는 것을 피하기 위해 모든 장비에 부하량을 평균화 시켜줌으로써 각 장비의 초과 부하량을 방지하여야 한다.

기계의 부하량을 평준화하는 목적식 F_2 은 다음과 같다.

$$F_2 = \text{Min} \sum_{m=1}^M \frac{(AW_m - EW)^2}{M}, \quad (5)$$

납기지연 최소화 및 자원이용 최대화를 이루기 위한 통합 모델을 살펴보면 다음과 같다.

$$\text{Min } F_1 = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} \sum_{j=1, i \neq j}^{J_k} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \frac{1}{J_k - 1} (TD)(y_{kij}^p + y_{kij}^q),$$

$$\text{Min } F_2 = \sum_{m=1}^M \frac{(AW_m - EW)^2}{M},$$

subject to

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^p - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kji}^p = \begin{cases} J_k - 1, & \text{for } i = s_k, \\ -1, & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad \forall k, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kij}^q - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kji}^q = \begin{cases} -(J_k - 1), & \text{for } i = s_k, \\ +1, & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad \forall k, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} (y_{kij}^p + y_{kij}^q) = (J_k - 1), \quad \forall k \text{ and } i, \quad (8)$$

$$y_{kij}^p + y_{kij}^q = (J_k - 1)y_{kij}, \quad \forall k, i \text{ and } j, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{J_k} y_{kuj}^p - \sum_{j=1}^{J_k} y_{kvj}^p \geq 1, \quad \forall k \text{ and } (g_{ku} \rightarrow g_{kv}) (g_{kv} \neq s_k) \quad (10)$$

$$y_{kij}^p \geq 0, \quad \forall k, i \text{ and } j, \quad (11)$$

$$y_{kij}^q \geq 0, \quad \forall k, i \text{ and } j. \quad (12)$$

$$y_{kij} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, i \text{ and } j, \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{J_k} q_k p_{kim} x_{kim} \leq \bar{W}_m, \quad \forall m, \quad (14)$$

$$\sum_{m=1}^M x_{kim} = 1, \quad \forall k \text{ and } i, \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{kim} \geq 1, \quad \forall m, \quad (16)$$

$$x_{kim} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, i \text{ and } m, \quad (17)$$

$$O_{ijm} - O_{kim} + w(1 - Z_{ijm}) \geq P_{ijm} \quad (18)$$

$$C_{ik} - \text{Max}\{0, C_{ik} - d_k\} = d_k \quad (19)$$

제약식 (6)과 (11) 그리고 제약식 (7)과 (12)는 각각 부품 p, q 의 흐름이 가능하다는 것을 보여준다. 제약식 (8)은 전체 네트워크에서 각 공정을 한번씩 경유하는 전체경로를 보장한다. 제약식 (9)는 만약 $y_{kij} = 1$ 인 경우 g_{ki} 공정에서부터 g_{kj} 공정까지의 부품 p 와 q 의 합이 $J_k - 1$ 이라는 것을 설명한다. 제약식 (10)은 공정간 순서 제약인 선행제약을 설명한다. 제약식 (14)은 \bar{w}_m 을 대체 장비 m 의 최대 가용시간으로 하여, 각각의 m 장비 선택에 있어 \bar{w}_m 의 값을 초과하지 못함으로써 유한 능력제한 조건을 주고 현실에 가까운 문제로 접근한다. 각 공정은 반드시 하나의 장비를 선택하여야 한다는 것은 제약 (15)에서 나타내고 있다. 제약 (16)은 초과 부하량이 생기는 경우를 배제하기 위한 제약이다. 한대의 기계에 동시에 한 개 이상의 공정이 배분될 수 없다는 제약을 나타내었다. 제약(19)는 납기지연에 대한 제약이다.

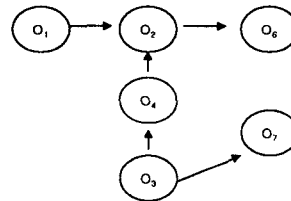
3. Adaptive Genetic Algorithm

기존의 유전알고리즘은 고정된 모수값 즉, 모집단크기, 진화수, 교차율 그리고 교배율로 진화과정을 수행하는 반면, 본 연구에서는 교차율과 교배율이 적합도 함수값에 따라 변하면서 더 나은 해를 신속하면서도 정확하게 도출할 수 있는 adaptive genetic algorithm(AGA)를 사용하여 근사최적해를 구하고자 하였다. 유전알고리즘은 교차율이 높을수록 신속히 탐색하게 하는 반면 지역최적해(local optimal solution)에 수렴할 가능성이 존재하게 된다. 반면 교배율이 커지면 가능해(feasible solution) 영역에서 다양한 해의 영역을 탐색을 가능하게 하는 특성이 있다. AGA는 이러한 특성을 이용하여 적합도함수 값이 개선되는 정도에 따라 교차율과 교배율을 향상시켜 주면서 신속하고 정확한 해를 보장해주는 접근방법이다.

3.1. 해의 표현

공정간 순서제약이 있는 네트워크 모델을 구성하여 초기 공정가능경로를 선정하는데 있어, 위상정렬을 이용한다. 이 때, 공정수 만큼의 염색체를 발생시켜 공정의 우선순위로 부여하였고 [그림 1]와 같이 표현할 수 있다.

공정	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇
우선순위	6	2	3	1	5	7	4



[그림 1] 우선순위 염색체

[그림 2] 공정간 순서제약 네트워크

[그림 2]과 같은 공정에 대해 [그림 1]의 예를 대입하면 가능한 공정순서의 결과는 다음과 같다. [공정순서 : O₃ → O₄ → O₇ → O₁ → O₂ → O₆]

3.2. 평가 및 유전 Operator

다중목적식, 납기지연(F_1)과 작업부하량(F_2)의 적합성을 평가하기 위하여 각 평가 함수에 대해 가중치를 부여하여, 이를 단일목적식으로 산출함으로써 해를 구하였다. Pareto solution 기법을 이용하여 다중목적식의 적합도를 평가하였다. 적합도 함수값에 따른 교차율과 교배율의 평가는 다음과 같이 이루어진다.

$$P_c = \begin{cases} \alpha_1 (f_{\max} - f_c) / (f_{\max} - \bar{f}) & f_c > \bar{f} \\ \alpha_3 & f_c \leq \bar{f} \end{cases}$$

$$P_m = \begin{cases} \alpha_2 (f_{\max} - f_m) / (f_{\max} - \bar{f}) & f_c > \bar{f} \\ \alpha_4 & f_c \leq \bar{f} \end{cases}$$

f_{\max} 는 적합도함수 값 중 가장 큰 값이고, \bar{f} 는 모든 유전자들의 적합도 함수값의 평균이다. 또한 f_c 와 f_m 은 각각 교차하기 위해 선택된 두 부모유전자의 적합도함수 값 중, 큰 값과 교배되는 유전자의 값이다.

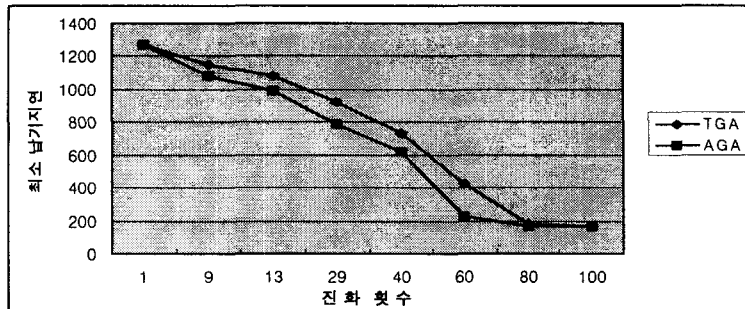
본 논문의 모델에서 유전자의 평가와 선택을 위하여 일정계획 문제에 널리 쓰이는 Roulette wheel 선택법을 사용하였고, Edge crossover와 Reciprocal exchange mutation 방법으로 알고리즘의 진화과정을 수행하였다.

4. 수치실험 및 결과

본 생산공급망 모델의 실험환경은 다음과 같고, 팬티엄(III) 933, 256M에서 수행하였다.

부품 종류	공정 수	기계 수	공장 수	기계 간 lotsize	공장 간 lotsize	장비간 이동시간
5	21	6	2	40/70/60/30/60	10 $\forall k$	50

[그림 3]는 전통적인 유전알고리즘과 adaptive genetic algorithm을 적용한 납기지연의 최소 수렴값을 비교하며 보여주고 있다. [그림 3]에서 보는 바와 같이 납기지연의 최소값은 각 알고리즘이 동일하게 165로 수렴하였다. 그러나 [표 1]에서 알 수 있듯이 수행시간에서 제안하는 알고리즘이 더 빠름을 알 수 있다.



[표 1] 수행시간(초)

TGA	AGA
82	59

[그림 3] 최소 납기지연의 수렴값 비교

AGA로 수행하였을 때는 진화횟수가 교차율과 교배율이 균형을 이루는 약 50이 넘어 가면서 빠르게 근사최적해를 찾아감을 알 수 있고, 이는 AGA의 중요한 특징 중 하나이다. [표 2]는 위에서 제시한 알고리즘을 적용하여 대단위 범위의 문제를 풀었을 때의 실험값을 비교한 결과이다. AGA를 적용시, 대단위 문제에서 시간상의 효율성과 동시에 해의 개선이 이루어짐을 알 수 있다.

[표 2] 대단위 문제에 적용시킨 실험 결과

부품 15, 공정 60, 기계 9, 플랜트 3	Pop = 100, Gen = 100	TGA	F1 = 198	F2 = 0.530809
		AGA	F1 = 188	F2 = 0.524240
	Pop = 100, Gen = 500	TGA	F1 = 159	F2 = 0.536273
		AGA	F1 = 142	F2 = 0.532297
	Pop = 200, Gen = 500	TGA	F1 = 148	F2 = 0.538978
		AGA	F1 = 134	F2 = 0.534657
부품 20, 공정 80, 기계 16, 플랜트 4	Pop = 100, Gen = 100	TGA	F1 = 138	F2 = 3.24654
		AGA	F1 = 132	F2 = 3.18921
	Pop = 100, Gen = 200	TGA	F1 = 134	F2 = 3.24377
		AGA	F1 = 130	F2 = 3.19234
	Pop = 200, Gen = 300	TGA	F1 = 111	F2 = 3.24273
		AGA	F1 = 108	F2 = 3.19092

5. 결론

본 연구에서는 다중플랜트 생산공급망에서 생산계획의 최적화를 이루기 위한 통합계획 모델을 연구하였다. 생산효율성과 고객만족을 달성하기 위해 납기지연을 최소화시켰으며, 동시에 자원의 효율적 이용을 목적으로 Adaptive Genetic Algorithm을 이용한 좀 더 유연하면서도 최적에 가까운 해를 보장하였다.

참고 문헌

- [1] Srinivas, M., and Patnaik, L. M.: "Adaptive Probabilities of Crossover and Mutation in Genetic Algorithms," IEEE Transaction on Systems, Man and Cybenetics, 24(4): 656-667, 1994.
- [2] Kolish, R.; "Integrated Scheduling, Assembly Area- and Part-assignment for Large-scale, Make-to-order assemblies," Int. J. Production Economics, 64: 127-141, 2000.
- [3] Tapan, P. Bagchi; Multiobjective scheduling by Genetic Algorithm, Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, pp. 203-237, 1999.