

펜듈럼 자동 평형 장치의 동특성 해석

Dynamic Analysis of a Pendulum Automatic Dynamic Balancer

이진우* · 손진승** · 조은형** · 박노철*** · 박영필****

Jin-Woo Lee, Jin-Seung Sohn, Eun-Hyoung Cho, No-Cheol Park and Young-Pil Park

Key Words : Pendulum Automatic Dynamic Balancer (펜듈럼 자동평형장치), Perturbation Method (섭동법), Stability Analysis (안정성 해석), Time Response (시간 해석)

ABSTRACT

The Pendulum Automatic Dynamic Balancer is a device to reduce the unbalanced mass of rotors. For the analysis of dynamic stability and behavior, the nonlinear equations of motion for a system including the Pendulum Balancer are derived with respect to polar coordinate by Lagrange's equations. And the perturbation method is applied to find the equilibrium positions and to obtain the linear variation equations. Based on the linearized equations, the dynamic stability of the system around the equilibrium positions is investigated by the eigenvalue problem. Furthermore, in order to confirm the stability, the time responses for the system are computed from the nonlinear equations of motion.

1. 서론

자동평형장치(Automatic Dynamic Balancer)는 가변적인 질량 불평형이 진동의 주된 원인으로 작용할 때 질량 편심을 보상해주는 장치이다. 편심량이 일정한 회전체에 대해서는 1 회의 밸런싱으로 진동 문제를 해결할 수 있으나, 회전체의 편심량이 사용 조건에 따라 가변적인 편심량을 갖는 회전체의 경우에는 밸런싱을 위하여 자동평형장치가 필요하다.

자동평형장치는 1930 년대에 처음으로 제안되어 많은 회전체 시스템에 적용되었으나, 동특성에 관한 연구는 최근에 이르러서야 체계적으로 시도되고 있다. Lee⁽¹⁾는 자동평형장치의 작동 원리를 직교좌표계를 이용하여 자동 평형의 원리를 일부 규명하였으나, 완전한 안정성 해석을 수행하지 못하였다. Chung⁽²⁾은 극좌표계를 이용하여 자동평형장치의 작동 원리를 규명하고 보다 완전한 안정성 해석을 수행하였다. Hwang⁽³⁾은 이중레이스를 갖는 자동평형장치가 정교한 밸런싱을 가능케 함을 이론적으로 제시하였으며, Cho⁽⁴⁾는 삼중레이스를 갖는 자동평형장치에 대한 이론적 및 실험적 해석을 수행하였다.

일반적으로 자동평형장치에 관한 연구는 볼의

질량을 이용하여 편심을 보상하는 볼 자동평형장치가 대부분이다. 그러나 볼 자동평형장치를 고배속 광디스크 드라이브와 같은 소형의 고속 회전 시스템에 적용하였을 경우, 밸런싱의 재현성(Repeatability)의 확보가 어렵고 사용 중의 파라미터 변화에 따라 동적인 불안정성이 나타나기도 한다. 본 연구에서는 이를 극복하기 위해 일반적으로 사용하는 볼 대신, 회전체의 중심 부근에 피벗을 만들어 펜듈럼 형태의 질량을 매달아 자동평형장치로서의 역할을 하도록 하였으며 펜듈럼 자동평형장치의 이론적 해석을 수행하였다. 이를 위해 극좌표계를 이용하여 펜듈럼 자동평형장치의 운동방정식을 유도하였다. 유도된 운동방정식을 무차원화하고, 섭동법을 적용하여 평형 위치와 평형 위치 부근에서 선형화된 운동방정식을 구하였다. 그리고 고유치 문제를 통해 평형위치에서 동적 안정성 해석을 수행하고, 시간적분법을 이용하여 시간 응답을 구해 펜듈럼 자동평형장치의 동적 안정성에 대한 해석 결과를 검증하였다.

2. 운동방정식

볼 자동평형장치가 회전체에 레이스를 만들어 레이스 안에서 볼들이 자유롭게 회전할 수 있는 구조를 하고 있는데 반해, 펜듈럼 자동평형장치는 Fig.1 과 같이 회전체의 중심 부근에 펜듈럼을 매달 수 있도록 피벗을 만들어 펜듈럼이 자유롭게 움직일 수 있는 구조를 하고 있다. Fig.2 는 펜듈럼 자동평형장치를 도식적으로 그린 그림이다.

회전 속도가 ω 인 회전체의 도심은 r 과 θ 로 나타낸다. 질량 중심은 편심량 ε 과 r 축에서 질

* 연세대학교 대학원 기계공학과
E-mail : topljw@hanmail.net
Tel : (02) 2123-2814, Fax : (02) 312-2159

** 삼성종합기술원

*** 연세대학교 정보저장공학과

**** 연세대학교 기계공학과

량 중심까지의 각도 $\omega t - \theta$ 이다. 펜듈럼의 회전 중심인 피봇의 위치는 회전체의 도심을 중심으로 하여 회전체의 도심과 질량 중심을 잇는 직선을 기준으로 반시계 방향으로 측정된 각도 ϕ_i (단, $i=1,2,\dots,n$, n 은 펜듈럼의 개수)와 회전체의 도심과의 거리 a 로 나타낸다. 펜듈럼의 위치는 피봇을 중심으로 하여 회전체의 도심과 피봇을 잇는 직선을 기준으로 반시계 방향으로 측정된 각도 ϕ_i (단, $i=1,2,\dots,n$, n 은 펜듈럼의 개수)와 피봇에서 펜듈럼의 무게 중심까지의 거리 l 로 나타낸다.

이제 운동방정식을 유도하기 위하여 다음의 Lagrange 방정식을 도입하고자 한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = Q_k^{nc} \quad (1)$$

여기서 T 는 운동에너지, V 는 위치에너지, Q_k^{nc} 는 일반화된 비보존력이며, q_k 는 일반화된 좌표로서 $r, \theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ 을 나타낸다. 따라서 펜듈럼의 개수가 n 개라면 $n+2$ 개의 서로 독립된 운동방정식을 얻을 수 있다.

운동에너지를 구하기 위해서 질량 중심과 펜듈럼의 무게 중심의 위치벡터를 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{r}_G = [r + \varepsilon \cos(\omega t - \theta)] \mathbf{e}_r + \varepsilon \sin(\omega t - \theta) \mathbf{e}_\theta \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{P_i} = & [r + a \cos(\phi_i + \omega t - \theta) \\ & + l \cos(\phi_i + \phi_i + \omega t - \theta)] \mathbf{e}_r \\ & + [a \sin(\phi_i + \omega t - \theta) \\ & + l \sin(\phi_i + \phi_i + \omega t - \theta)] \mathbf{e}_\theta \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 \mathbf{r}_G 는 질량 중심의 위치벡터, \mathbf{r}_{P_i} 는 펜듈럼의 무게 중심의 위치벡터를 나타낸다. 이때 식 (3)에서 $a=0$, $\phi_i=0$ 일 때 볼 자동평형장치의 위치벡터가 된다. 식 (2)와 (3)을 시간에 대해 미분하면 질량 중심과 펜듈럼의 무게 중심에 대한 속도를 얻을 수 있으며, 펜듈럼의 질량이 모두 같다면 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} I_G \omega^2 + \frac{1}{2} M \dot{\mathbf{r}}_G \cdot \dot{\mathbf{r}}_G + \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^n \dot{\mathbf{r}}_{P_i} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{P_i} \quad (4)$$

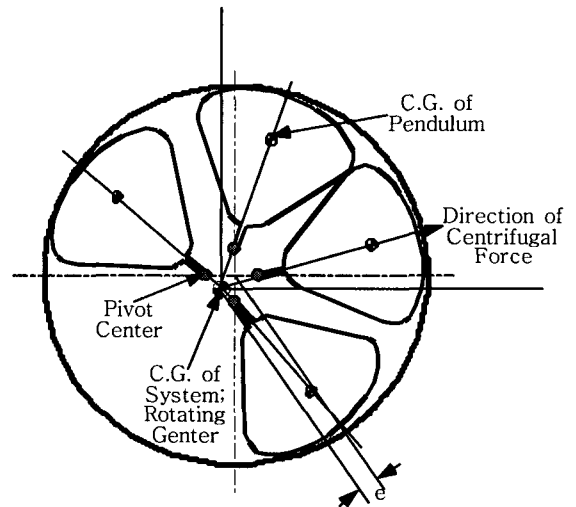


Fig. 1 Schematic of the Pendulum Automatic Dynamic Balancer

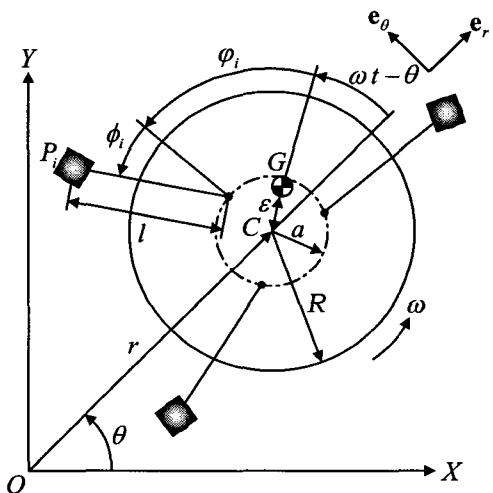


Fig. 2 Configuration of the Pendulum Automatic Dynamic Balancer

여기서 I_G 는 회전체의 질량 중심에 대한 질량 관성모멘트이고, M 과 m 은 각각 회전체와 펜듈럼의 질량이다.

위치에너지는 중력의 영향을 무시하면

$$V = \frac{1}{2} k r^2 \quad (5)$$

로 표시되는데 k 는 계의 상당강성을 나타낸다.

계의 상당감쇠계수를 c 라 하고, 계의 점성계수를 D 라 하면, 일반화된 비보존력은 다음과 같다.

$$Q_r^{nc} = -c \dot{r} \quad (6)$$

$$Q_{\theta}^{nc} = cr^2\dot{\theta} \quad (7)$$

$$Q_{\phi_i}^{nc} = -D\dot{\phi}_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (8)$$

이제 식 (2) ~ (8)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 $n+2$ 개의 비선형 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & (M + nm)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + kr + c\dot{r} \\ & - m \sum_{i=1}^n [l\ddot{\phi}_i \sin(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & + l(\dot{\phi}_i + \omega)^2 \cos(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & + a\omega^2 \cos(\varphi_i + \omega t - \theta)] = M\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t - \theta) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & (M + nm)(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) + cr\dot{\theta} \\ & + m \sum_{i=1}^n [l\ddot{\phi}_i \cos(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & - l(\dot{\phi}_i + \omega)^2 \sin(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & - a\omega^2 \sin(\varphi_i + \omega t - \theta)] = M\varepsilon\omega^2 \sin(\omega t - \theta) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & ml^2\ddot{\phi}_i + D\dot{\phi}_i \\ & - ml(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \sin(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & + ml(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \cos(\phi_i + \varphi_i + \omega t - \theta) \\ & + mal\omega^2 \sin \phi_i = 0, \quad i=1,2,3,\dots,n \end{aligned} \quad (11)$$

θ 는 시간에 따라 단조 증가하여 평형위치가 있을 수 없으므로 ψ 를 새롭게 정의한다.

$$\psi = \omega t - \theta \quad (12)$$

즉 ψ 는 r 방향에서 회전체의 도심과 질량 중심을 잇는 직선까지의 각도를 나타낸다.

이제 계의 안정성 해석을 편리하게 하기 위해 식 (9) ~ (12)를 이용하여 행렬-벡터의 형태로 상태 방정식을 도입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x})\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$\mathbf{x} = [r, \psi, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dot{r}, \dot{\psi}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_n]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{B} = [\dot{r}, \dot{\psi}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_n, B_r, B_\psi, B_{\phi_1}, \dots, B_{\phi_n}] \quad (16)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M + nm & 0 & -mlS_1 & -mlS_2 & \dots & -mlS_n \\ 0 & (M + nm)r & -mlC_1 & -mlC_2 & \dots & -mlC_n \\ -mlS_1 & -mlrC_1 & ml^2 & 0 & \dots & 0 \\ -mlS_2 & -mlrC_2 & 0 & ml^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -mlS_n & -mlrC_n & 0 & 0 & \dots & ml^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} N_r &= (M + nm)r(\omega - \dot{\psi})^2 - kr - c\dot{r} \\ &+ m \sum_{i=1}^n [l(\dot{\phi}_i + \omega)^2 \cos(\phi_i + \varphi_i + \psi) \\ &+ a\omega^2 \cos(\varphi_i + \psi)] + M\varepsilon\omega^2 \cos \psi \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} N_\psi &= 2(M + nm)\dot{r}(\omega - \dot{\psi}) - cr(\omega - \dot{\psi}) \\ &- m \sum_{i=1}^n [l(\dot{\phi}_i + \omega)^2 \sin(\phi_i + \varphi_i + \psi) \\ &+ a\omega^2 \sin(\varphi_i + \psi)] - M\varepsilon\omega^2 \sin \psi \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} N_{\phi_i} &= -D\dot{\phi}_i - mlr(\omega - \dot{\psi})^2 \sin(\phi_i + \varphi_i + \psi) \\ &- 2ml\dot{r}(\omega - \dot{\psi}) \cos(\phi_i + \varphi_i + \psi) \\ &- mal\omega^2 \sin \phi_i, \quad i=1,2,3,\dots,n \end{aligned} \quad (20)$$

$$S_i = \sin(\phi_i + \varphi_i + \psi), C_i = \cos(\phi_i + \varphi_i + \psi) \quad (21)$$

여기서 \mathbf{I} 는 $(n+2) \times (n+2)$ 인 단위행렬이다.

3. 평형위치 및 섭동방정식

평형위치와 그 부근에서의 선형화된 방정식을 얻기 위해 식 (13)에 섭동법을 적용한다.

섭동법을 적용하기 위해 먼저 식 (13)의 해를 미소량 δ 에 관한 멱급수 형태로 가정한다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^* + \delta\mathbf{r}_1 + \delta^2\mathbf{r}_2 + \dots \quad (22)$$

$$\psi = \psi^* + \delta\psi_1 + \delta^2\psi_2 + \dots \quad (23)$$

$$\phi_i = \phi_i^* + \delta\phi_{i1} + \delta^2\phi_{i2} + \dots \quad (24)$$

여기서 $\mathbf{r}^*, \psi^*, \phi_i^*$ 는 각각 r, ψ, ϕ_i 의 평형위치를 나타낸다. 식 (22) ~ (24)를 식 (13)에 대입하고 δ 에 관하여 정리하면, δ 가 없는 항과 δ 의 계수로부터 각각 평형위치와 선형 섭동방정식을 얻게 된다. 이때 δ^2 이상의 고차항은 생략하였다.

평형위치는 $r^* = 0$ 과 $r^* \neq 0$ 의 두 경우로 나눌 수 있는데, $r^* = 0$ 일 때에는 계가 밸런싱이 잘 이루어진 경우이며 $r^* \neq 0$ 일 때에는 밸런싱이 이루어지지 않은 경우이다. 실제 산업현장에서는 계가 밸런싱을 이루는 것이 중요하므로 본 연구에서는 $r^* = 0$ 에 대해서만 논의하고자 한다. $r^* = 0$ 인 경우 평형위치에 관한 식은 다음과 같다.

$$\frac{m}{M} \sum_{i=1}^n \left[\cos(\phi_i^* + \varphi_i) + \frac{a}{l} \cos \varphi_i \right] + \frac{\varepsilon}{l} = 0 \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\sin(\phi_i^* + \varphi_i) + \frac{a}{l} \sin \varphi_i \right] = 0 \quad (26)$$

평형위치 부근에서의 선형화된 섭동방정식은 다음과 같이 행렬-벡터의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}^* \dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{B}^* \mathbf{x}_p \quad (27)$$

$$\mathbf{x}_p = [r_1, \psi_1, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dot{r}_1, \dot{\psi}_1, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_n]^T \quad (28)$$

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A}(\mathbf{x}^*) \quad (29)$$

$$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{K}^* & \mathbf{C}^* \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} -k + (M+nm)\omega^2 & k_1 & -ml\omega^2 S_1^* & -ml\omega^2 S_2^* & \dots & -ml\omega^2 S_n^* \\ \omega & k_2 & -ml\omega^2 C_1^* & -ml\omega^2 C_2^* & \dots & -ml\omega^2 C_n^* \\ -ml\omega^2 S_1^* & -ml\omega^2 r^* C_1^* & \kappa_1 & 0 & \dots & 0 \\ -ml\omega^2 S_2^* & -ml\omega^2 r^* C_2^* & 0 & \kappa_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -ml\omega^2 S_n^* & -ml\omega^2 r^* C_n^* & 0 & 0 & \dots & \kappa_n \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} -c & -2(M+nm)\omega r^* & 2ml\omega C_1^* & 2ml\omega C_2^* & \dots & 2ml\omega C_n^* \\ 2(M+nm)\omega & -c^* & -2ml\omega S_1^* & -2ml\omega S_2^* & \dots & -2ml\omega S_n^* \\ -2ml\omega C_1^* & 2ml\omega r^* S_1^* & -D & 0 & \dots & 0 \\ -2ml\omega C_2^* & 2ml\omega r^* S_2^* & 0 & -D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2ml\omega C_n^* & 2ml\omega r^* S_n^* & 0 & 0 & \dots & -D \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$k_1 = -\omega^2 \left[M\varepsilon \sin \psi^* + \sum_{i=1}^n [mlS_i^* + ma \sin(\varphi_i + \psi^*)] \right] \quad (33)$$

$$k_2 = -\omega^2 \left[M\varepsilon \cos \psi^* + \sum_{i=1}^n [mlC_i^* + ma \cos(\varphi_i + \psi^*)] \right] \quad (34)$$

$$\kappa_i = -ml\omega^2 (r^* C_i^* + a \cos \phi_i^*), i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (35)$$

$$S_i^* = \sin(\phi_i^* + \varphi_i + \psi^*), C_i^* = \cos(\phi_i^* + \varphi_i + \psi^*) \quad (36)$$

4. 안정성 해석

계의 안정성 해석을 위해서 평형위치 부근에서 선형화하여 구한 섭동방정식인 식 (27)을 사용한다. 해석을 용이하게 하기 위해 펜들럼 자동평형장치의 펜들럼의 개수가 2 개라고 가정하면 식 (27)의 \mathbf{A}^* 와 \mathbf{B}^* 는 8×8 행렬이 된다.

이제 식 (27)의 해를

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{X}_p e^{\lambda t} \quad (37)$$

라고 가정하여 식 (27)에 대입하면 다음과 같은 고유치 문제를 얻을 수 있다.

$$(\mathbf{B}^* - \lambda \mathbf{A}^*) \mathbf{X}_p = \mathbf{0} \quad (38)$$

식 (37)에서 λ 는 고유치이며 \mathbf{X}_p 는 λ 에 대한 고유벡터이다. 계의 동적 안정성은 고유치의 실수부가 음수인지 양수인지를 만약 고유치의 실수부가 음수이면 계는 안정성을 갖고, 양수이면 불안정성을 갖는다.

한편 평형위치가 $r^* = 0$ 인 경우 식(38)의 행렬식이 0 이 되어 고유치 해석을 할 수 없게 된다. 이는 식 (38)에서 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 1 개가 더 많아서, $r^* = 0$ 에 해당하는 평형위치에서 ψ^* 의 값이 정의되지 않기 때문이다. 그러므로 $r^* = 0$ 의 평형위치의 경우 고유치를 구하기 위해서는 하나의 식이 더 필요한데, 다음의 식을 이용하기로 한다.

$$\sin^2 \psi^* + \cos^2 \psi^* = 1 \quad (39)$$

식 (38)와 식 (39)를 연립하여 ψ^* 를 소거하면 특성방정식을 구할 수 있다.

평형위치 부근에서 펜들럼 자동평형장치와 불 자동평형장치의 동적 안정성을 구하기 위해서 $\tilde{r} = r/l, \tilde{m} = m/M, \tilde{\varepsilon} = \varepsilon/l, \tilde{a} = a/l, \tilde{\omega} = \omega/\omega_n, \beta = D/ml^2\omega_n^2, \tilde{t} = \omega_n t, \zeta = c/2\sqrt{Mk}$ 와 같이 무차원화된 파라미터들을 도입한다. 이때 계의 모든 파라미터들을 고려하여 안정성을 판별하는 것은 매우 복잡하므로 자동평형장치를 설계할 때 설계변수로 적합한 두개의 파라미터를 선택한 후에, 나머지는 상수로 하고 두 파라미터는 변수로 하여 두 변수 사이의 안정성을 판별하였다. 전술한 바와 같이 불 자동평형장치의 동적 안정성을 구하는

것은 식 (3)에서 $a=0$, $\varphi_i=0$ 을 대입한 이후 펜들럼 자동평형장치의 동적 안정성을 구하는 방법과 같다.

평형위치 부근에서 자동평형장치의 동적 안정성을 조사한 결과를 Fig.3에서 Fig.7까지 도시하였다. 왼편이 볼 자동평형장치, 오른편이 펜들럼 자동평형장치를 조사한 것이다. 점으로 표시된 영역이 안정영역을, 아무 표시가 없는 영역이 불안정영역을 나타낸다. 안정성을 조사하는데 쓰인 물성치는 $\tilde{m}=0.05$, $\tilde{a}=0.125$, $\tilde{\varepsilon}=0.00625$, $\tilde{\omega}=5.55$, $\zeta=0.0265$, $\beta=8.29$ 이다.

Fig.3은 \tilde{m} 과 $\tilde{\varepsilon}$ 의 변화에 대한 안정성을 나타낸다. 왼편의 볼 자동평형장치에 대한 그래프를 보면 \tilde{m} 의 값이 $\tilde{\varepsilon}/2$ 보다 커야만 안정함을 보여준다. 반면 오른편의 펜들럼 자동평형장치에 대한 그래프를 보면 안정영역이 볼 자동평형장치의 안정영역보다 넓어진 것을 알 수 있다. Fig.4~6에서 왼편의 볼 자동평형장치에 대한 그래프를 보면 $\tilde{\omega}$ 의 값이 1보다 작은 영역에서는 안정영역이 존재하지 않는 것을 알 수 있다. 반면 오른편의 펜들럼 자동평형장치에 대한 그래프를 보면 $\tilde{\omega}$ 의 값이 1인 부근을 제외한 영역에서 안정영역이 존재하는 것을 알 수 있다. 즉 계의 파라미터가 동일한 경우 회전체의 회전 속도의 변화에 대하여 볼 자동평형장치보다 펜들럼 자동평형장치에서 안정성이 증가된다. 다만 Fig.4에서 $\tilde{\omega}$ 의 값이 2인 부근에서 β 의 값이 매우 작을 때 불안정영역이 존재하는 것을 주의해야 한다.

Fig.3~6은 자동평형장치가 밸런싱의 목적을 달성하기 위한 설계변수의 제한 조건을 설계자에게 알려준다. 즉 자동평형장치가 Fig.3~6의 안정영역에 존재하도록 설계하면 회전체의 질량 불평형을 보상하여 진동을 감소시킬 수 있다.

5. 시간응답 해석

펜들럼 자동평형장치의 비선형 운동방정식에 대하여 시간응답을 계산하여 안정성 해석 결과를 검증하고자 한다. 시간응답 계산을 위한 펜들럼 자동평형장치의 초기조건은 $\tilde{r}=0.125$, $\phi_1=45^\circ$, $\phi_2=90^\circ$, $\dot{\tilde{r}}=\dot{\phi}_1=\dot{\phi}_2=0$ 으로 하였다.

Fig.7은 $r^*=0$ 에 해당하는 평형위치 부근에서 펜들럼 자동평형장치가 안정영역인 $\tilde{\omega}=3$, $\tilde{m}=0.05$ 로 설계하였을 때, 회전체의 도심의 진

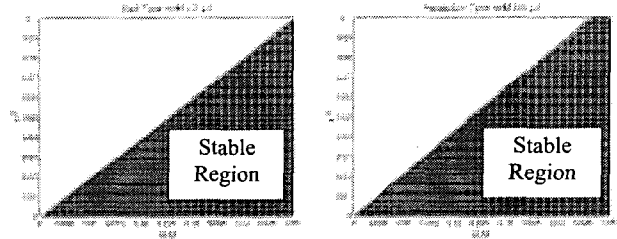


Fig. 3 Comparison of stability for the variation of \tilde{m} and $\tilde{\varepsilon}$

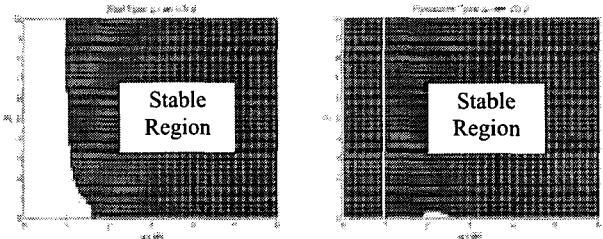


Fig. 4 Comparison of stability for the variation of $\tilde{\omega}$ and β

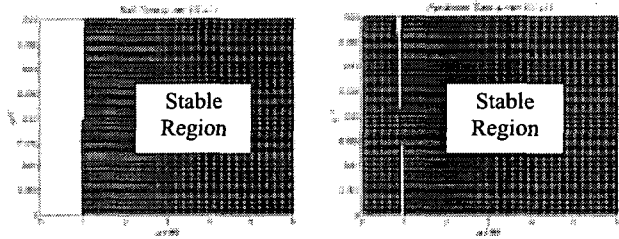


Fig. 5 Comparison of stability for the variation of $\tilde{\omega}$ and $\tilde{\varepsilon}$

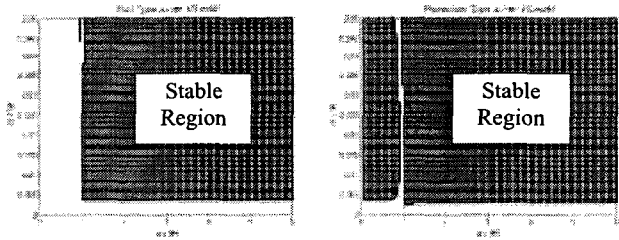


Fig. 6 Comparison of stability for the variation of $\tilde{\omega}$ and \tilde{m}

폭에 대한 시간응답 결과이다. 이 경우 시간이 경과함에 따라 펜들럼이 없을 때와 비교하여 펜들럼을 설치하였을 때 \tilde{r} 이 작아진다는 것을 알 수 있다.

그러나 Fig.8은 $\tilde{\omega}$ 의 값이 1에 가까운 $\tilde{\omega}=0.9$ 이고 $\tilde{m}=0.04$ 인 경우 회전체의 도심의 \tilde{r} 이 수렴하지 않고, 오히려 펜들럼을 설치하지 않았을 때에 \tilde{r} 이 작아진다는 것을 보여준다. 즉 Fig.6에서 불안정영역에 있는 설계조건에서는 펜들럼 자동평형장치는 기능을 하지 못하고 계는 불안정하게 된다.

Fig.9 는 안정영역인 $\tilde{\omega} = 3, \beta = 1$ 로 설계하였을 때, 회전체의 도심의 진폭에 대한 시간응답 결과이다. Fig.7 과 마찬가지로 작아진다는 것을 보여준다. 또한 Fig.10 은 Fig.4 에서 특이하게 불안정영역을 나타내는 $\tilde{\omega} = 2.1, \beta = 0.05$ 인 경우의 시간응답결과이며, 회전체의 도심이 수렴하지 않고 진동하고 있음을 알 수 있다.

6. 결론

회전체의 질량 불평형을 줄여주는 자동평형장치에 일반적으로 사용하는 볼 대신 펜듈럼을 사용하여 이론적인 해석을 실시하였다. 펜듈럼 자동평형장치의 동특성을 분석하고자 극좌표계를 이용하여 비선형 운동방정식을 유도하였다. 이 방정식에 대해 평형위치 부근에서 선형화된 섭동방정식을 구하고 안정성 해석을 수행하였다. 안정성 해석은 자동평형장치를 설계할 때 밸런싱의 목적을 달성하기 위한 제약 조건과 설계 기준을 제시한다. 그리고 시간응답을 계산하여 평형위치에 대한 검증 실시하였다. 펜듈럼 자동평형장치의 안정성은 회전체의 회전속도, 펜듈럼의 질량, 계의 점성계수, 편심량과 밀접한 관계가 있으며, 안정성 해석과 시간응답 해석에서 언급한 바와 같이 이들 파라미터를 잘못 적용할 경우 계의 안정성에 치명적인 악영향을 줄 수 있다.

그리고 향후 본 연구의 이론적 해석을 검증할 수 있는 정확한 실험이 요구된다.

참고문헌

- (1) Lee, J. and Van Moorhem, W. K., 1996, "Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol.118, pp.468~475.
- (2) Chung, J. and Ro, D. S., 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 288, No. 5, pp.1035~1056.
- (3) Hwang, C. H. and Chung, J., 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Ball Balancer with Double Races," *JSME International Journal*, vol. 42, No.2, pp. 265~272.
- (4) 조은형, 손진승, 좌성훈, 박준민, 정진태, 2002, "삼중 레이스를 갖는 자동평형장치의 동적 해석," 대한기계학회논문집 A 권, 제 26 권 제 4 호, pp.764~774.

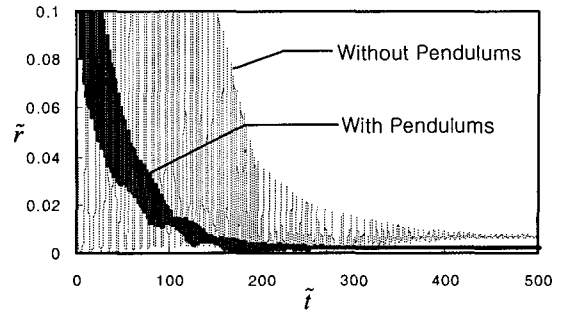


Fig. 7 Nondimensional radial displacement when $\tilde{\omega} = 3, \tilde{m} = 0.05$

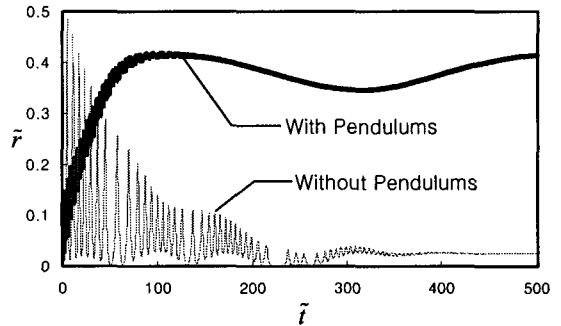


Fig. 8 Nondimensional radial displacement when $\tilde{\omega} = 0.9, \tilde{m} = 0.04$

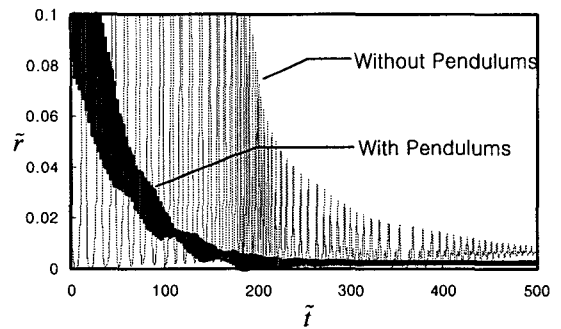


Fig. 9 Nondimensional radial displacement when $\tilde{\omega} = 3, \beta = 1$

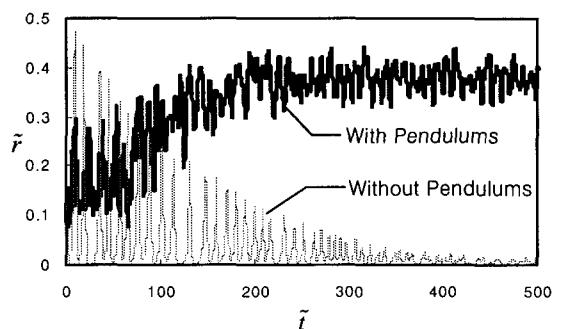


Fig. 10 Nondimensional radial displacement when $\tilde{\omega} = 2.1, \beta = 0.05$