

위상최적설계를 이용한 CAD 모델 구축 CAD Model Construction Using Topology Optimization

이동훈* · 민승재** · 서상호***
Donghoon Lee, Seungjae Min and Sangho Seo

Key Words : Digital Image(디지털 이미지), Topology Optimization(위상최적설계), Morphology(모폴로지), CAD Model(CAD 모델)

Abstract

Topology optimization is widely accepted as a conceptual design tool for the product design. Since the resulted layout of the topology optimization is a kind of digital images represented by the density distribution, the seamless process is required to transform digital images to the CAD model for the practical use. In this paper, the general process to construct a CAD model is developed to apply for topology images based on elements. The node density and the morphology technique is adopted to extract boundary contour of the shape and remove the noise of images through erosion and dilation operation. The proposed method automatically generates point data sets of the geometric model. The process is integrated with Pro/Engineer, so that the engineer in practice can directly handle with curves or surface form digital images.

1. 서론

기존 제품설계과정을 보면 CAD 모델링을 통하여 제품의 기하형상을 생성하고 구조강도 등 각종 설계요구사항을 만족하는지 여부를 CAE 해석 또는 제품모형을 제작하여 실험하는 방법 등으로 검토하고 부적합할 경우 다시 형상모델을 수정하는 반복과정을 수행하게 된다. 이러한 설계자의 경험에 크게 의존하는 반복과정은 최적설계방법을 도입함으로써 효과적으로 줄일 수 있다.

현재 범용 CAD 소프트웨어(CATIA, Pro/Engineer, I-DEAS 등)에서는 자동 요소망 생성기능과 간단한 CAE 해석 기능을 추가하여 설계자가 CAD 모델을 생성한 후 직접 성능평가를 할 수 있도록 모듈을 제공하고 있으며, 초보적인 최적설계알고리즘도 탑재하고 있다. 그러나 성능평가 이후 CAD 모델 수정은 여전히 설계자의 수작업으로 이루어지고 있으며, 최적설계의 경우도 단순한 설계 파라미터의 자동변경에 국한된 수준이다. 특히 토폴로지 최적설계(Topology optimization)^(1,6)의 경우에는 초

기 모델의 크기나 형상 뿐만 아니라 구조물이 갖고 있는 위상까지도 변하기 때문에 설계자가 그 결과를 해석하여 다시 모델링을 해야만 한다.

Bendsøe 와 Kikuchi(1988)⁽²⁾에 의해 제안된 균질화법을 이용한 토폴로지 최적설계의 경우에는 최적구조설계문제를 최적재료분포문제로 변환하여 해석을 하였기 때문에 최적설계결과가 각 유한요소의 밀도분포로 나오게 된다. Fig. 1 에서는 균질화법을 이용하여 토폴로지 최적설계를 한 예를 보여주고 있는데 각 유한요소들이 0 에서 1 의 값을 갖는 디지털 이미지로 표현되기 때문에 형상을 추출하여 CAD 모델을 구축하는데 어려움이 있다.

Kumar 와 Gossard(1996)⁽³⁾는 토폴로지 이미지에서 형상을 추출하기 위해서 형상밀도함수(shape density function)를 정의하였으며, Lin 과 Chao(2000)⁽⁴⁾는 이미지 해석을 통해 형상의 특성 찾아내어 미리 정의가 되어있는 원, 다각형이나 그들의 조합으로 이루어진 도형으로 형상을 단순

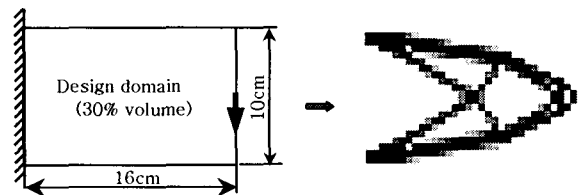


Fig. 1 Topology Optimization

* LG 전자 DA 연구소
E-mail : hyhoon75@lge.com
Tel : (02) 818-0000, Fax : (02) 856-0313
.. 한양대학교 기계설계학과
*** LG 전자 DA 연구소

화하였다. Hsu(2001)⁽⁶⁾는 등밀도선을 이용하여 형상을 추출해 내었는데 이런 경우에는 매끄러운 형상이 나오지 않기 때문에 주요한 점을 추출해 낸 후 다시 형상최적화 과정을 거쳐서 최종형상을 추출하였다.

토폴로지 이미지로부터 형상을 추출해내는데 어려운 점은 설계자가 의도하지 않은 형상이 나오는 경우를 고려해야 한다는 점이다. 예를 들면 “Checkerboard pattern” 이라 불리는 바둑판 무늬의 형상이 토폴로지 이미지에서 종종 발생하거나 실제 구조물과 연결되지 않고 떨어져 있는 곳에 재료가 분포하는 불연속적인 형상이 나올 수도 있다.

본 연구의 목적은 토폴로지 이미지에서 레이아웃을 형성하는 경계선을 추출해 내고 모폴로지(Morphology)⁽⁷⁾ 기법을 토폴로지 이미지에 적용하여 바둑판 무늬나 불필요한 잡음을 제거하고 좀더 부드러운 외형선으로 만들어 준 후 CAD 모델로 생성하는 것으로 모든 과정은 자동으로 이루어지도록 구현하였다.

2. 외형선의 추출

2.1 절점의 밀도

토폴로지 이미지는 그 결과가 부피를 갖는 요소에 밀도값이 부여되어 있으므로 요소의 밀도를 이용할 경우 정확한 형상을 추출하는데 어려움이 있다. 특히 요소의 크기가 설계영역에 비하여 상대적으로 크다면 Fig. 2(b)와 같이 연속된 구조물이 아니고 끊어지거나 매끄럽지 않은 형상이 나올 수도 있다. 반면에 Fig. 2(c)와 같이 절점 밀도 개념을 도입하여 형상을 추출할 경우 끊어진 형상이 나오는 것을 방지할 수 있고 보다 매끄러운 외형선을 추출할 수 있다.

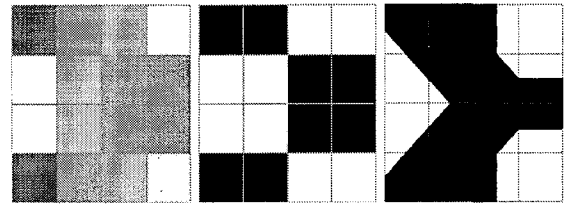
절점 밀도는 절점을 포함하고 있는 요소들의 평균 밀도 값으로써 식(1)과 같이 계산된다.

$$\rho_{node} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho_{ele}^i \quad (1)$$

여기서, N은 절점을 포함하고 있는 있는 요소의 수를 나타내고 i는 절점을 포함하고 있는 요소를 나타낸다.

2.2 절점의 이진화

토폴로지 이미지의 외형선은 위에서 구한 절점 밀도를 이진화함으로써 이루어진다.



(a)Topology image (b)Element binary (c)Node binary
Fig. 2 Topology image conversion

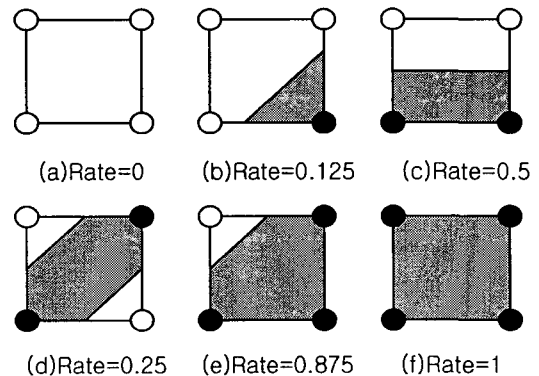
절점 밀도를 이진화하기 위해서는 임계밀도값(Threshold value)을 구해야 하는데 이때 토폴로지 최적설계시 사용된 부피구속조건이 사용된다. 만약 Fig. 1 과 같은 초기 설계영역에 30%의 재료를 사용하여 토폴로지 최적설계를 수행했다면 임계 밀도값을 변화시켜가면서 30%의 부피를 만족시키는 값을 선정하여 최종 임계 밀도값으로 선정한다 임계 밀도값을 구하기 위한 과정으로 $V_{Constraint}$ 를 구하면 식(3)와 같다.

$$V_{Total} = \sum_{i=1}^N V_{ele}^i \quad (2)$$

$$V_{Constraint} = V_{Total} \times C \quad (3)$$

여기서, N은 요소의 총 개수를 나타내고, V_{ele}^i 는 각 요소의 부피며 C는 재료의 사용 비율인데 토폴로지 최적설계를 수행할 때 구속 조건으로 30%의 재료를 사용한다면 C값은 0.3이 된다.

임계밀도값 ρ_{th} 을 찾기 위해 초기 ρ_{th} 값을 0.5로 정하고 그 값에 해당하는 부피인 V_{th} 값을 구해 부피구속 조건을 만족하는지 살펴보고 부피구속 조건을 만족할 때까지 ρ_{th} 의 값을 조정하여 최종적으로 임계 밀도값 ρ_{th} 를 선정하는데 V_{th} 는 다음 식(4)와 같이 계산된다.



(a)Rate=0 (b)Rate=0.125 (c)Rate=0.5
(d)Rate=0.25 (e)Rate=0.875 (f)Rate=1
Fig. 3 Classification of element volume rate

$$V_{th} = \sum_{i=1}^N (Rate \times V_{ele}^i) \quad (4)$$

ρ_{th} 값을 기준으로 절점을 이진화 하면 모든 요소들은 Fig. 3 과 같이 6 가지로 분류가 되는데 0 과 1 인 절점의 사이를 연결하면 각 요소들이 나뉘어지며 그에 해당하는 부피 비율을 갖는다. 모든 요소는 Fig. 3 에 있는 6 가지 중 한가지 경우에 속하게 되므로 부피비율값을 이용하여 각 요소의 부피를 구해 더해 줌으로써 ρ_{th} 에 해당하는 V_{th} 를 구할 수 있다.

최종적으로 ρ_{th} 값을 구하면 그 값을 임계 밀도 값으로 정하여 절점을 이진화하게 되고 Fig. 3 의 (b)-(e)의 요소들에 의해서 토폴로지 이미지의 외형선이 표현된다. 한 요소와 인접해 있는 요소들은 2 개의 절점을 공유하고 있기 때문에 0 과 1 사이의 중간 점을 연결한 선은 끊어지지 않고 하나의 폐곡선을 이루어 Fig. 1 의 토폴로지 이미지에서 Fig. 4 와 같이 형상을 정의할 수 있다. 또한 요소의 평균 밀도값인 절점의 밀도를 사용함으로써 요소를 이진화할 경우 나타날 수 있는 바둑판무늬도 자동으로 제거된다.

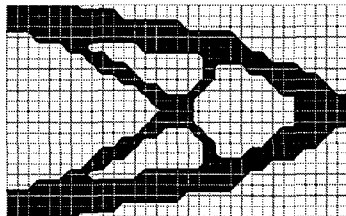


Fig. 4 Layout using node binary

3. 모폴로지

3.1 모폴로지 기법

모폴로지(Morphology)란 경계, 골격, 블록과 같은 영역의 형태를 표현하는데 있어서 유용한 영상 요소들을 추출하기 위한 방법으로 수학적으로는 형태론의 개념으로 사용된다. 모폴로지 기법으로는 침식(Erosion) 연산, 팽창(Dilation) 연산과 침식과 팽창연산의 조합으로 이루어지는 열림(Opening) 연산과 닫힘(Closing) 연산이 있다.

침식연산은 물체의 크기를 일정하게 줄여줌으로써 잡음으로 분류될 수 있는 작은 물체를 제거해 주는 역할을 하며 팽창연산은 침식연산과

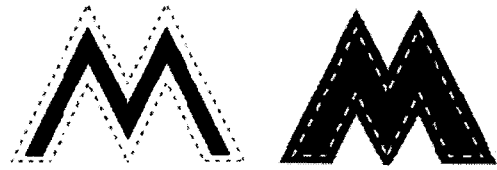


Fig. 5 Morphology

반대로 물체의 크기를 일정하게 확장해 줌으로써 물체 안에 있는 작은 공간을 채워주는 역할을 한다. Fig. 5 은 원래 점선으로 이루어진 영상을 침식한 결과와 팽창된 결과를 보여준다.

열림연산은 침식연산을 한 후 다시 팽창연산을 하는 것으로 물체를 이루는 형상에는 변화 없고 다만 잡음을 제거해 주는 결과를 나타내며, 닫힘연산은 팽창연산을 한 후 다시 침식연산을 하는 것으로 마찬가지로 물체를 이루는 형상에는 변화가 없지만 물체 안에 생성되어 있는 작은 구멍을 채워주는 효과가 있다.

3.2 토폴로지 이미지에서의 모폴로지 기법

모든 요소는 4 개의 절점을 포함하고 있는데 그 4 개의 절점이 모두 0 이면 비어있는 요소이고 모두 1 이면 구조물의 내부에 위치해 있는 요소이다. 그 외에 0 과 1 인 절점을 모두 포함하고 있는 요소는 구조물의 경계를 형성하고 있는 요소이므로 그 요소들만 추출해내서 침식과 팽창연산을 해주게 된다. 먼저 침식연산은 구조물의 외형을 형성하고 있는 요소들을 탐색한 후 그 요소가 포함하고 있는 절점 중에 1 의 값을 갖는 절점을 0 으로 바꾸어 주면 Fig. 6 과 같이 침식된 이미지를 만들 수 있다. Fig. 6 을 보면 경계를 이루는 요소의 절점들 중에 1 인 절점은 모두 0 으로 바뀌면서 침식된 이미지가 생성되었다.

팽창연산은 침식연산과는 반대로 경계를 이루는 요소의 절점들 중에 0 인 절점을 1 로 바꾸어 줌으로써 Fig. 7 과 같은 팽창된 이미지를 만들 수 있다. 토폴로지 이미지의 침식과 팽창연산으로 잡음을 제거하고 불필요한 공간을 채울 수 있는데 이런 경우에도 구조물의 전체적인 크기에 변화가 생기므로 열림과 닫힘연산을 해 줌으로써 외형이 변하는 것을 방지하였다.

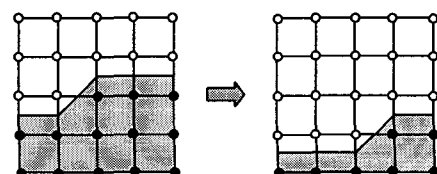


Fig. 6 Erosion of topology image

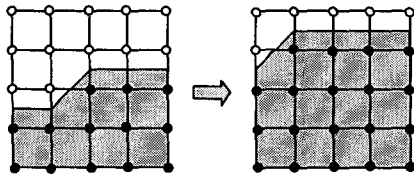


Fig. 7 Dilation of topology image

4. CAD 모델 구축

4.1 점 데이터의 연결

디지털 이미지를 CAD 모델로 생성하기 위해서는 이진화된 이미지에서 외형을 추출해 낸 후에 외형선을 이루는 점들을 연결하여 폐곡선으로 표현하는 작업이 필요하다. 그래픽 이미지의 경우에는 추출된 최외각 픽셀들의 좌표가 외형선을 이루는 점들이 되고 토폴로지 이미지의 경우에는 최외각을 이루는 요소를 나눈 점들이 외형선을 이루는 점들이 되므로 이들을 하나의 폐곡선으로 연결해줌으로써 CAD 모델로 생성할 수 있다. 경계를 이루는 요소의 변들이 0 과 1 인 절점으로 인하여 일정 비율로 나누어지고 이때 나누어진 점이 구조물을 형성하는 점 데이터로 저장된다.

Fig. 8 는 토폴로지 이미지의 점 데이터를 연결하여 형상을 표현한 예인데 점 데이터를 연결하여 외형선을 만들 경우 매끄럽지 않고 지그재그한 형상이 나오는 경우가 종종 있는데 이러한 현상을 없애기 위해 다음 두가지 알고리즘을 첨가하였다.

첫번째는 지그재그한 현상을 완화시키기 위해 제안된 알고리즘으로 각 점들을 연결하는 선들의 방향성을 판단하여 지그재그 현상이 있는 부분을 찾아내고 Fig. 9 와 같이 각 점들의 중간점을 연결함으로써 지그재그한 현상을 완화시킬 수 있었다.

위 첫번째 알고리즘으로 지그재그한 현상을 완화시켰지만 완전히 제거되지 않는기 때문에 본 연구에서는 B-Spline 곡선을 이용하여 부드러운 곡선을 형성하난 점 데이터를 추출해 내었다.

Fig. 10 은 B-Spline 곡선을 이용함으로써 조정점을 연결한 선보다 부드러운 곡선으로 다시 표현될 수 있음을 나타내주고 있다.

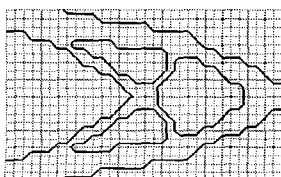


Fig. 8 Point connection of a topology image

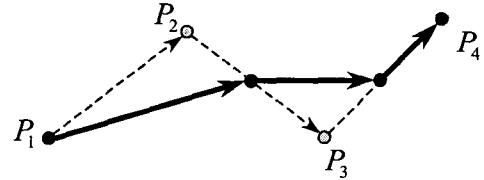


Fig. 9 Zigzag relaxed algorithm

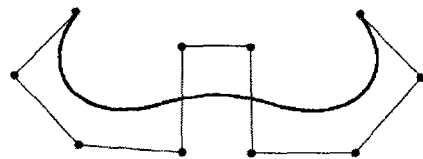


Fig. 10 B-spline curve

4.2 CAD 모델 생성

위에서 추출된 점 데이터는 상용 CAD 프로그램인 Pro/Engineer 의 입력파일(*.ibf)로 만들어 진다. Pro/Engineer 에서 이 파일을 읽어들이어 각 점들을 연결하는 2 차원 스플라인 곡선을 생성한다. 모든 곡선은 폐곡선을 이루어야 하기 때문에 시작점과 끝점은 같아야 한다. 2 차원 이미지의 경우는 입력 파일이 하나의 단면으로 구성되어 있어 각 점을 스플라인 곡선으로 연결해 줌으로써 모델을 생성하였으나 3 차원 이미지는 여러 단면으로 구성되어 있기 때문에 각 단면마다 형성된 2 차원 곡선을 연결하여 3 차원 모델로 만들어야 한다. 각 단면의 2 차원 곡선을 연결하여 서피스(surface)를 가진 3 차원 모델을 만들기 위해 Pro/Engineer 에서 제공하는 블렌드 함수(Blend function)의 기능을 이용하였다. 블렌드 함수는 2 차원의 단면을 연결하여 3 차원 모델을 만드는데 각 단면이 부드럽게 연결되도록 스플라인 곡면으로 각 단면을 연결하여 모델링하였다.

Pro/Engineer 에서 점 데이터 파일을 이용하여 CAD 모델을 생성하는 과정은 trail 파일이라는 텍스트 파일 형식의 스크립트 파일을 이용하였다. trail 파일은 Pro/Engineer 에서 모델링 이력을 저장하는 파일로 여기에 2 차원 곡선과 3 차원 곡면을 생성하는 과정을 미리 저장함으로써 Pro/Engineer 에서 CAD 모델의 자동생성을 구현할 수 있다.

5. 예 제

5.1 Michell Truss

Michell⁽⁸⁾은 Fig. 11 와 같은 설계영역에서 가장

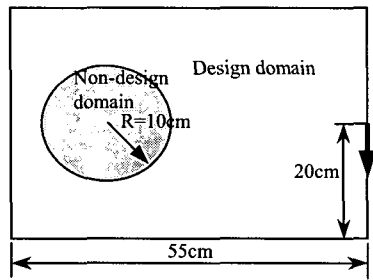


Fig. 11 Michell truss

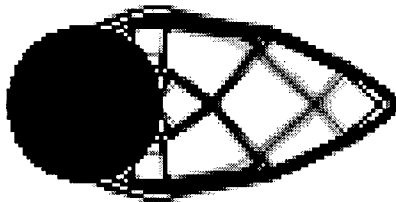


Fig. 12 Topology image of Michell truss

효율적인 재료분포를 갖는 형상을 찾기 위해 트러스 구조로 가정을 하여 해석적인 방법으로 최적 형상을 구하였고, 이를 미셸 트러스(Michell truss)⁽⁹⁾라고 부른다. 초기 설계 영역은 55cm×40cm의 직사각형으로 설정하고 원형인 부분은 비설계영역으로 설계 시 재료분포가 고려되지 않는 부분이다. 재료의 사용량은 13%로 설정하고 토폴로지 최적 설계를 수행하였다.

미셸 트러스의 토폴로지 해석 결과는 Fig. 12와 같이 비설계영역인 원형부분과 연결되는 부분에 작인 공간이 생기면서 바둑판무늬가 형성되고 곡선으로 형상이 표현되기 때문에 설계자가 직관에 의해서 모델링하는 것이 용의하지 않고 형상을 추출하는데도 많은 잡음이 생기기 때문에 어려움이 있다.

절점의 밀도를 계산하여 이진화한 것을 가지고 형상을 추출해 낼 경우 요소의 평균밀도로 정의된 절점의 밀도를 이용하기 때문에 바둑판무늬가 Fig. 13과 같이 제거가 된 것을 볼 수 있고 미셸 트러스를 형성하는 외형선도 추출해 낼 수 있다.

Fig. 13의 오른쪽 끝부분에는 설계자가 의도하지 않은 작은 구멍들이 생성된 것을 볼 수 있는데 이것은 토폴로지 기법을 이용하여 제거할 수 있다. Fig. 14는 토폴로지 기법의 닫힘연산을 통해서 외형선은 그대로 유지하면서 작은 구멍들이 제거된 것을 보여준다. 한번의 팽창연산을 통해 작은 구멍들이 채워지는 효과를 볼 수 있지만 전체적인 구조물의 크기가 확대되었기 때문에 침식연산을 해 주는 것이 필요하다. 이렇게 추출된 형상에서 경계를 이루는 점 데이터들을 연결하여 폐곡선을 형성한 후 지그재그한 현상을 제거해 주는 알고리

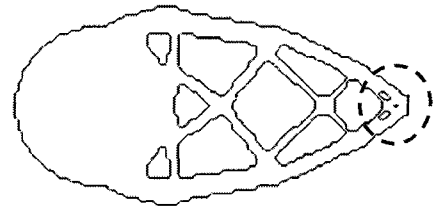


Fig. 13 Boundary contour of Michell truss

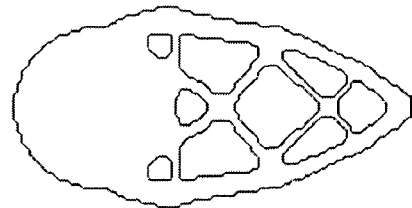


Fig. 14 Closing image

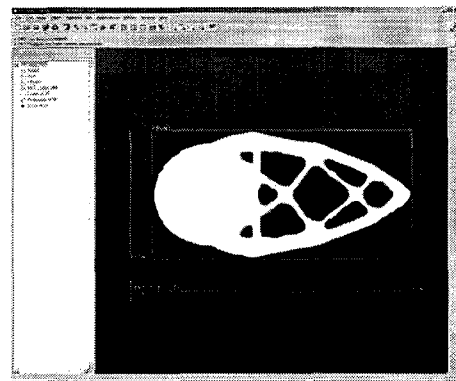


Fig. 15 CAD model of Michell truss

즘과 B-spline 곡선을 이용하여 좀 더 부드러운 곡선을 형성하는 점을 추출하였다.

추출된 점 데이터는 Pro/Engineer의 입력 파일로 저장이 되고 그 파일을 Pro/Engineer에서 읽어 들임으로써 Fig. 15와 같은 2차원 CAD 모델을 생성하였다.

5.2 3D Cantilever beam

이번에는 3차원 토폴로지 이미지를 해석하여 3D CAD 모델을 생성한 예를 보이도록 한다. 16cm×10cm×10cm의 크기를 갖고 16×10×10개의 유한요소를 가진 유한요소 모델을 생성한 후 외팔보 끝단에 집중하중이 가해질 때 최대 강성을 갖는 구조를 찾기 위해 토폴로지 최적설계를 하면 Fig. 16과 같이 3차원 토폴로지 이미지가 생성된다. 절점의 밀도는 3차원 요소들의 밀도를 이용하여 구하고 부피구속조건을 만족하는 임계밀도값을 구해 이진화된 이미지를 구한 후 외형선을 추출한다. 이진화된 3차원 이미지에서 형상을 추출하

6. 결론

본 연구에서는 토폴로지 이미지를 이용하여 외형을 추출하고 외형선을 점 데이터로 연결하여 CAD 모델을 구축하였는데 연구내용을 요약하면 다음과 같다.

첫째로 토폴로지 이미지의 이진화 과정에서 절점 밀도를 정의함으로써 바둑판무늬 형상을 제거하고 정확한 부피구속조건을 만족시킬 수 있었다. 둘째로 모폴로지 기법을 이용하여 잡음이나 작은 구멍을 제거할 수 있었다. 셋째로 경계를 이루는 점 데이터를 연결하는 과정에서 지그재그한 형상을 제거하는 알고리즘을 추가하고 각 점들을 조정점으로 하는 B-spline 곡선을 생성함으로써 부드러운 곡선을 이루는 점 데이터를 추출할 수 있었다. 마지막으로 범용 CAD 프로그램인 Pro/Engineer 에서 점 데이터 파일을 자동으로 읽어들이어 점들을 지나 는 2 차원 스플라인 곡선을 생성하였고 3 차원 이미지의 경우에는 각 단면으로 연결하여 3 차원 서피스로 생성함으로써 3D 모델을 완성하였다.

참고문헌

- (1) N. Olhoff, M. P. Bendsøe and J. Rasmussen, 1991, "On CAD-integrated structural topology and design optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 89, pp259-279.
- (2) M. P. Bendsøe, and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies for Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp197-224.
- (3) A. D. Kumar and D. C. Gossard, 1996, "Synthesis of Optimal Shape and Topology of Structures," *Transaction of the ASME*, Vol. 118, pp68-74.
- (4) C. Y. Lin and L. S. Chao, 2000, "Automated image interpretation for integrated topology and shape optimization," *Structural Multidisciplinary Optimization*, Vol. 20, pp125-137.
- (5) Y. L. Hsu, M. S. Hsu and C. T. Chen, 2001, "Interpreting results form topology optimization using density contours," *Computers and Structures*, Vol. 79, pp1049-1058.
- (6) M. P. Bendsøe, 1995, *Optimization of Structural Topology, Shape, and Material*, Springer, pp5-77
- (7) K. R. Castleman, 1996, *Digital image process*, Prentice Hall, pp470-475
- (8) A. C. H. Michell, 1904, "The limit of economy of material in frame-structures," *Phil. Mag. Ser. 6*, 8, pp589-597.
- (9) W. Prager, 1974, "A note on discretized Michell structures," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp349-355.

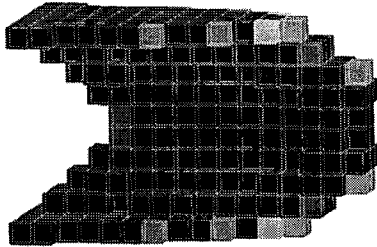


Fig. 16 Topology image of 3D Cantilever beam

기 위해서 z 축을 기준으로 xy 평면으로 나누면 11 개의 단면이 생성되는데 각 단면은 2 차원 토폴로지 이미지가 되므로 앞에서 설명한 방법으로 각 단면의 외형을 이루는 경계선을 추출해 내면 Fig. 17 과 같다. 각 단면의 외형선에도 지그재그 현상이 나타나 기 때문에 이를 제거하기 위해 앞에서 제안된 지그재그 방지 알고리즘과 B-spline 곡선을 이용하여 추출된 점 데이터를 이용하여 Fig. 17 과 같이 부드러운 곡선으로 표현된 단면을 형성하였다.

각 단면을 이루는 경계선을 점 데이터로 연결하여 Pro/Engineer 의 입력파일로 만들어서 2 차원 모델을 만든 후 블렌드 함수를 이용하여 각 단면의 2 차원 모델을 연결하여 3 차원 스플라인 곡면을 생성하였다.



Fig. 17 Section contour of 3D cantilever beam

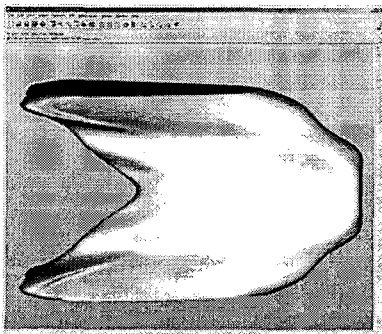


Fig. 18 CAD model of 3D cantilever beam