

파워흐름해석을 위한 비보존 조인트로 연성된 평판 구조물의 파워투과반사계수 해석

Wave Transmission Approach of Coupled Plate Structures through Non-conservative Joints for Power Flow Analysis

송지훈* · 홍석윤** · 박영호* · 박도현* · 길현권***

J-H Song*, S-Y Hong**, Y-H Park*, D-H Park*, H-G Kil***

Key Words : Power Flow Analysis(파워흐름해석법), Wave Transmission Approach(파동전달법),
Power Transmission and Reflection Coefficients(파워투과반사계수),
Non-Conservative Joint(비보존 조인트)

Abstract

The attenuation of waves transmitted through non-conservative joints that are shown in many practical structures, is affected by the impedance and the orientation of the joint. In this paper, the joints between plate structures are assumed to be modeled as linear spring-dashpot systems and the transmission and reflection of vibration energy in the medium to high frequency ranges are investigated. The calculated power transmission and reflection coefficients are applied to the PFA method for the prediction of energy density and intensity in structures.

1. 서론

중고주파 영역에서 선박, 항공기, 자동차를 비롯한 제반 산업기계 및 건축물과 같은 복합구조물의 진동 현상은 소음 발생의 주요 원인이 되기 때문에 관심이 되고 있다. 최근까지 고주파 영역의 진동해석을 수행할 수 있는 방법으로는 통계적에너지해석법(Statistical Energy Analysis)이 많이 사용되었다. 그러나 통계적에너지해석법은 구조물 각 요소(subsystem)내에서 에너지의 공간적인 평균값만을 갖는다는 단점을 가지고 있다. 이러한 구조적 한계성을 보완하기 위해 현재 개발되고 있는 진동해석법중 하나가 파워흐름해석법(Power Flow Analysis, PFA)인데 이 방법은 정상상태에서 열전도 방정식과 유사한 에너지지배방정식이라는 편미분방정식을 기반으로 하

기 때문에 공간상에서의 전반적인 진동에너지의 변화뿐만 아니라 진동파워의 전달경로까지 예측할 수 있는 장점을 가지고 있다.

일반적으로 복합구조물들을 구성하는데 있어서 가장 많이 사용되는 부재중의 하나가 평판요소이므로 평판구조물에 대한 진동해석은 동적 구조물 진동해석에 대단히 중요한 비중을 차지한다고 할 수 있다.

본 논문에서는 중고주파 영역에서 진동하는 직사각형 평판요소로 이루어진 복합구조물의 진동에너지밀도와 진동파워흐름의 분포를 알아보기 위해, 임의의 각으로 연성된 평판구조물에 대하여 파워흐름해석법을 적용하였다. 이때 평판요소간의 임피던스와 방향차이에 의한 진동파워의 손실을 고려하기 위해서 연결부분을 선형 스프링-감쇠계로 모델링하였다. 또한 진동파워의 손실이 고려된 새로운 경계조건(Boundary Condition)을 파워흐름해석법에 적용하여 진동해석을 수행하였다.

* 서울대학교 조선해양공학과 대학원
E-mail : jhs1227@snu.ac.kr
Tel : (02) 880-7331, Fax : (02) 888-9298

** 서울대학교 조선해양공학과

*** 수원대학교 기계공학과

2. 파워흐름해석법에 의한 진동해석

2.1 평판의 횡진동에 대한 에너지지배방정식

주파수 ω 로 횡진동하는 두께가 얇은 평판에서 횡방향 변위가 작고 내부손실에너지도 충분히 작은 경우 ($\eta \ll 1$) 정상상태($\partial/\partial t=0$)에서 진동에너지 밀도는 열전도방정식과 유사한 형태의 다음 방정식을 만족한다.

$$-\frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla^2 e + \eta\omega e = \Pi \quad (2.1.1)$$

여기서 e 는 원거리영역(far field)에서의 시간과 굽힘파의 한파장에 대해 공간 평균한 평판의 진동에너지 밀도이고 Π 는 단위면적에 작용하는 가진력에 의한 입력파워이다. η 는 구조감쇠에 의한 내부손실계수이고 c_g 는 굽힘파의 군속도로서 전파속도의 두배에 해당한다.

이때 진동파워는 (2.1.1)식으로부터 구해진 에너지 밀도와 다음의 관계식을 사용하여 구한다.

$$q = -\frac{c_g^2}{\eta\omega} \nabla e \quad (2.1.2)$$

여기서 q 는 원거리영역에서의 시간과 굽힘파의 한파장에 대해 공간 평균한 평판의 진동인텐시티(단위면적당 진동파워)이다. (2.1.2)식은 진동파워도 열처럼 에너지가 높은 곳에서 낮은 곳으로 흐른다는 것을 의미한다.

2.2 연결된 평판구조물의 파워흐름해석

Fig. 1(a)은 두 개의 직사각형 평판이 임의의 각을 이루면서 연결된 평판구조물이 가장자리가 모두 단선 지지되어 있고 한 평판에 단일주파수의 횡방향 집가 진력 $F e^{j\omega t}$ 이 작용하고 있는 경우를 보여준다. 이를 진동에너지와 파워의 차원에서 살펴보면 Fig. 1(b)처럼 가진력에 의해 파워가 입력되고 구조물의 가장자리에는 더 이상 연결된 부재가 없기 때문에 외부로 흘러나가는 파워는 없다고 생각한다. 이때 평판구조물 전체를 파워가 입력되는 위치와 평판요소간의 연결부분을 기준으로 세 영역(①,②,③)으로 나누면 각 영역에서의 진동에너지 밀도는 모두 (2.2.1)식과 같은 제차 편미분방정식의 해가 되어 쉽게 구할 수 있다.

$$-\frac{c_{gii}^2}{\eta\omega} \nabla^2 e_{ai} + \eta\omega e_{ai} = 0 \quad (2.2.1)$$

그리고 각 영역에서의 인텐시티와 에너지 밀도와의 상관관계는 다음과 같다.

$$q_{ai} = -\frac{c_{gii}^2}{\eta\omega} \nabla e_{ai} \quad (2.2.2)$$

여기서 i 는 영역 ①,②,③을 나타내고 a 는 종파(l), 전단파(s) 또는 굽힘파(f)를 나타낸다. e_{ai} 와 q_{ai} 는 해당 영역 i 에서의 에너지 밀도와 인텐시티의 원거리영역 성분으로서 시간과 공간에 대한 평균값이고 c_{gii} 는 영역 i 에서의 굽힘파의 군속도이다.

(2.2.1)식의 일반해를 구하기 위하여 해석적인 방법의 하나로 실제값에 빨리 수렴한다고 알려진 Lévy해 형태의 단일급수(Lévy-type solution)를 이용하였다. 먼저 x 축에 평행한 경계선 $y=0$ 와 $y=L_y$ 가 모든 영역에서 더 이상 연결된 부재가 없기 때문에 흘러나가는 파워는 없다고 가정하였다. 따라서 에너지 밀도는 (2.2.3)식과 같이 y 에 관한 cosine의 급수로 표현할 수 있다.

$$e_{ai}(x_i, y) = \sum_{n=0}^{\infty} e_{ain}(x_i) \cos k_n y \quad (2.2.3)$$

여기서 $e_{ain}(x_i)$ 는 영역 i 에서 에너지 밀도 $e_{ai}(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수이고 k_n 은 $n\pi/L_y$ 이다. (2.2.3)식을 (2.2.1)식에 대입하면 다음과 같이 $e_{ain}(x_i)$ 에 관한 관계식을 얻는다.

$$-\frac{d^2 e_{ain}(x_i)}{dx_i^2} + (k_n^2 + \Phi_{ai}^2) e_{ain}(x_i) = 0 \quad (2.2.4)$$

여기서 Φ_{ai} 는 $\eta\omega/c_{gii}$ 이다. (2.2.4)식은 x 에 관한 2차상미분방정식이므로 다음과 같이 $e_{ain}(x_i)$ 의 일반해를 구할 수 있다.

$$e_{ain}(x_i) = e_{ain}^+(x_i) + e_{ain}^-(x_i) \quad (2.2.5)$$

여기서 $k_n^2 + \Phi_{ai}^2$ 를 λ_{ain}^2 라 하면

$$e_{ain}^+(x_i) = A_{ain}^+ \exp(-\lambda_{ain} x_i) \quad (2.2.6)$$

$$e_{ain}^-(x_i) = A_{ain}^- \exp(\lambda_{ain} x_i) \quad (2.2.7)$$

로 표현된다. 위첨자로 표시된 +와 -는 +x방향과 -

x 방향으로의 에너지 전달을 의미한다.

(2.2.3)식, (2.2.5)식, (2.2.6)식, 그리고 (2.2.7)식을 (2.2.2)식에 대입하면 영역 i 에서의 x 방향 인텐시티 성분 $q_{aix}(x_i, y)$ 와 y 방향 성분 $q_{aiy}(x_i, y)$ 의 일반해도 다음과 같이 얻어진다.

$$q_{aix}(x_i, y) = \sum_{n=0}^{\infty} q_{aavn}(x_i) \cos k_n y \quad (2.2.8)$$

$$q_{aiy}(x_i, y) = \sum_{n=1}^{\infty} q_{aavn}(x_i) \sin k_n y \quad (2.2.9)$$

여기서 $q_{aavn}(x_i)$ 는 $q_{aix}(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수이며 (2.2.5)식과 유사한 형태로 표현할 수 있다.

$$q_{aavn}(x_i) = q_{aavn}^+(x_i) - q_{aavn}^-(x_i) \quad (2.2.10)$$

$$q_{aavn}^+(x_i) = \frac{c_{gai}^2}{\eta_a \omega} \lambda_{avn} e^{+ik_n x_i} \quad (2.2.11)$$

$$q_{aavn}^-(x_i) = \frac{c_{gai}^2}{\eta_a \omega} \lambda_{avn} e^{-ik_n x_i} \quad (2.2.12)$$

$q_{aiy}(x_i, y)$ 급수의 n 번째 성분의 계수인 $q_{aavn}(x_i)$ 도 위 식들처럼 표현하면 다음과 같다.

$$q_{aavn}(x_i) = q_{aavn}^+(x_i) + q_{aavn}^-(x_i) \quad (2.2.13)$$

$$q_{aavn}^+(x_i) = \frac{c_{gai}^2}{\eta_a \omega} k_n e^{+ik_n x_i} \quad (2.2.14)$$

$$q_{aavn}^-(x_i) = \frac{c_{gai}^2}{\eta_a \omega} k_n e^{-ik_n x_i} \quad (2.2.15)$$

한편, 점가진력에 의한 입력과워도 에너지 밀도와 마찬가지로 y 에 관한 cosine의 급수로 전개되어야 한다. 만약 크기가 Π 인 과워가 (x_c, y_c) 의 위치에 입력된다면 입력과워는 (2.2.16)식처럼 표현될 수 있다.

$$\Pi \delta(x-x_c) \delta(y-y_c) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pi_n(x) \cos k_n y \quad (2.2.16)$$

이때 (x_c, y_c) 는 가진력이 작용하는 위치이고, $\Pi_n(x)$ 는 급수의 n 번째 성분의 계수인데 n 의 값에 따라 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\Pi_n(x) = \begin{cases} \frac{\Pi}{L_y} \delta(x-x_c) & (n=0) \\ \frac{2\Pi}{L_y} \cos k_n y_c \delta(x-x_c) & (n \neq 0) \end{cases} \quad (2.2.17)$$

지금까지 진동에너지 밀도와 인텐시티의 일반해를 y 에 관한 급수로 구하였으며 다음은 각 영역에서의

미지수 A_{a1n}^+, A_{a1n}^- 와 A_{a2n}^+, A_{a2n}^- 그리고, A_{a3n}^+, A_{a3n}^- 을 결정하기 위해 에너지와 과워의 경계조건들을 이용한다. 먼저 y 축에 평행한 평판구조물의 좌우 양단의 경계선 $x_1=0$ 와 $x_3=L_x$ 에서 더 이상 연결된 부재가 없으므로 흘러나가는 과워가 없다는 조건으로부터 다음의 관계식들을 얻는다.

$$q_{a1x}(0, y) = 0, \quad q_{a3x}(L_x, y) = 0 \quad (2.2.19)$$

또한 과워가 입력되는 위치 즉 영역 ①과 영역 ②의 경계선 $x_1=x_c, x_2=x_c-L_x$ 에서는 에너지 밀도의 연속성과 과워의 평형조건을 만족해야 한다.

$$e_{a1}(x_c, y) = e_{a2}(x_c-L_x, y) \quad (2.2.20)$$

$$q_{a2x}(x_c-L_x, y) = q_{a1x}(x_c, y) + \Pi \delta(y-y_c) \quad (2.2.21)$$

여기서 입력과워 Π 는 다음 (2.2.22)식으로부터 구할 수 있다.

$$\Pi = \frac{1}{2} |F|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z} \right\} \quad (2.2.22)$$

Z 는 가진력이 작용하는 위치에서의 임피던스인데 과워흐름해석법에서는 다음과 같이 무한평판의 임피던스를 이용한다.

$$\operatorname{Re}\{Z\} = 8(D\rho h)^{\frac{1}{2}} \quad (2.2.23)$$

여기서 D, ρ, h 는 평판의 굽힘강성, 밀도, 두께를 각각 의미한다.

마지막으로 평판요소간의 연결부분 즉 영역 ②와 영역 ③의 경계선 $x_2=0, x_3=0$ 에서는 두 평판이 임의의 각을 이루면서 연결되어 있기 때문에 진동과워의 부분적인 투과와 반사를 고려해야 하는데 이는 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \langle \overline{q_{a1x}} \rangle^- &= \gamma_{ja11} \langle \overline{q_{1x}} \rangle_f^+ + \gamma_{ia11} \langle \overline{q_{1x}} \rangle^+ \\ &+ \gamma_{sa11} \langle \overline{q_{1x}} \rangle^+ + \tau_{ja21} \langle \overline{q_{2x}} \rangle_f^- \\ &+ \tau_{ia21} \langle \overline{q_{2x}} \rangle^- + \tau_{sa21} \langle \overline{q_{2x}} \rangle^- \end{aligned} \quad (2.2.24)$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{q_{a2x}} \rangle^+ &= \tau_{ja12} \langle \overline{q_{1x}} \rangle_f^+ + \tau_{ia12} \langle \overline{q_{1x}} \rangle^+ \\ &+ \tau_{sa12} \langle \overline{q_{1x}} \rangle^+ + \gamma_{ja22} \langle \overline{q_{2x}} \rangle_f^- \\ &+ \gamma_{ia22} \langle \overline{q_{2x}} \rangle^- + \gamma_{sa22} \langle \overline{q_{2x}} \rangle^- \end{aligned} \quad (2.2.25)$$

여기서 γ_{aiji} 는 영역 i 에서 평판요소의 연결부분으

로 입사되는 α 종류의 입사파의 파워에 대한 β 종류의 반사파의 파워 비로 표현되는 파워반사계수이고 $\tau_{\alpha\beta}$ 는 영역 i 에서 연결부분으로 입사되는 α 종류의 입사파의 파워에 대한 영역 j 로 투과된 β 종류의 투과파의 파워 비로 표현되는 파워투과계수를 나타내는데 이들은 연결부분으로 입사하는 굽힘파의 입사각과 평판요소간의 연결각에 따라 값이 달라진다. 두 평판이 일정한 각을 이루면서 연결되어 있는 경우에는 수직입사파의 파워투과계수를 사용할 경우 모든 파동의 영향을 다 고려하지 못할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 두 평판요소의 두께와 재질이 동일하다고 가정하고 파동전달법을 도입하여 입사파의 모든 입사각에 대한 평균적인 파워투과계수를 대표값으로 사용하였다.

(2.2.19)-(2.2.25)식의 경계조건들을 이용하여 일반해의 n 번째 성분의 미지수들을 결정함으로써 각 영역에서의 시간 및 공간에 대한 평균 에너지 밀도와 인텐시티를 구할 수 있다.

3. 파워투과반사계수 계산

3.1 조인트 모델

용접(welded), 볼트(bolted) 또는 리벳(riveted) 등에 의해서 연결된 조인트는 국부적인 물질의 감쇠보다는 많은 에너지를 소산한다. 그래서 이러한 특성을 표현하기 위해서 Fig. 2와 같이 각각의 방향을 선형 스프링-감쇠체로 요소의 연결부분을 모델링 하였다. 그리고 각 방향의 조인트 임피던스(impedance)는 다음과 같다.

$$Z_x = (K_x/i\omega) + C_x \quad (3.1.1)$$

$$Z_y = (K_y/i\omega) + C_y \quad (3.1.2)$$

$$Z_z = (K_z/i\omega) + C_z \quad (3.1.3)$$

$$Z_\theta = (K_\theta/i\omega) + C_\theta \quad (3.1.4)$$

여기서 Z, K, C 는 각 방향의 조인트 임피던스, 스프링 계수, 감쇠를 각각 의미한다.

3.2 평판의 연결부분에서의 경계조건

파동전달법(wave transmission approach)에 의해 표현된 진동변위들을 다음의 식에 대입해서 각 방향의 힘과 모멘트들을 얻는다.

$$N_x = K \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x} + \nu \frac{\partial v_j}{\partial y} \right\} \quad (3.2.1)$$

$$N_{xy} = Gh \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_j}{\partial x} \right\} \quad (3.2.3)$$

$$V_{xz} = -D \left\{ \frac{\partial^3 w_i}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_j}{\partial x \partial y^2} \right\} \quad (3.2.2)$$

$$M_z = -D \left\{ \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_j}{\partial y^2} \right\} \quad (3.2.4)$$

여기서 N_x, N_{xy}, V_{xz}, M_z 는 x 방향의 힘, y 방향의 힘, z 방향의 힘, 모멘트를 각각 의미한다.

평판의 연결부분에서 각 방향의 힘과 모멘트는 다음 식과 같이 평형을 이루어야 한다.

$$F_{x1} = F_{x2} = Z_x(u_1 - u_2) \quad (3.2.5)$$

$$F_{y1} = F_{y2} = Z_y(v_1 - v_2) \quad (3.2.6)$$

$$F_{z1} = F_{z2} = Z_z(w_1 - w_2) \quad (3.2.7)$$

$$M_1 = M_2 = Z_\theta(\theta_1 - \theta_2) \quad (3.2.8)$$

여기서 u, v, w, θ 는 종파의 변위, 전단파의 변위, 굽힘파의 변위, 기울기를 각각 의미한다.

(3.2.5)-(3.2.8)식의 경계조건들을 이용하면 입사파의 종류와 입사각에 따라 파동의 변위해에 포함된 미지수들을 결정할 수 있다.

3.3 평판의 진동파워

파워흐름해석법에서는 파동의 원거리 영역 성분만을 고려하기 때문에 근접장파와 같이 지수적으로 감소하는 파동(evanescent wave) 성분에 의해서는 진동파워가 전달되지 않는다고 가정하고 두 평판간의 연결부분에서 굽힘파와 종파 그리고 전단파의 시간 평균한 파워의 연결부분에 수직인 성분은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\langle P \rangle_x = Dk_f^2 \cos^2 \theta_s \omega A J^2 \quad (3.3.1)$$

$$\langle P \rangle_x = \frac{1}{2} Kk_f \cos \theta_s \omega A J^2 \quad (3.3.2)$$

$$\langle P \rangle_x = \frac{1}{2} Ghk_s \cos \theta_s \omega A J^2 \quad (3.3.3)$$

(3.3.1)-(3.3.3)식을 이용하여 영역 ①과 영역 ②의 평판에서 입사파가 오는 경우에 입사파의 파워와 평판에서 연결부분의 불연속성에 의해 방사되는 산란파의 파워와의 비를 이용하여 파워반사계수를 구하고, 영역③의 평판으로 투과된 파워와의 비를 이용하여 파워투과계수를 구할 수 있다.

4. 계산 결과 및 분석

임의의 각을 이루면서 서로 연결되어 있는 두 개의 직사각형 알루미늄 평판요소로 구성된 구조물이 가장 자리는 횡진동에 대해 모두 단속지지되어 있고 면내 진동에 대해서는 고정단이라고 가정하였다. 또한, 굽힘파와 면내파에 대한 내부손실계수는 구조물 전체에 걸쳐 모두 같게 하였으며 연결된 두 평판의 두께와 크기도 서로 동일하게 하였다. 평판에 수직인 방향으로 주기적인 점가진력이 영역 ①과 영역 ②의 평판에 작용할 때 구조물내에 존재하는 굽힘파와 종파 그리고 전단파에 대한 각각의 에너지 밀도의 전반적인 분포와 지배적인 전달경로를 살펴보았다. 이때 평판요소간의 임피던스와 방향 차이에 의한 진동파위의 손실을 고려하기 위해서 연결부분을 선형 스프링-감쇠계로 모델링해서 파워흐름해석을 수행하였다.

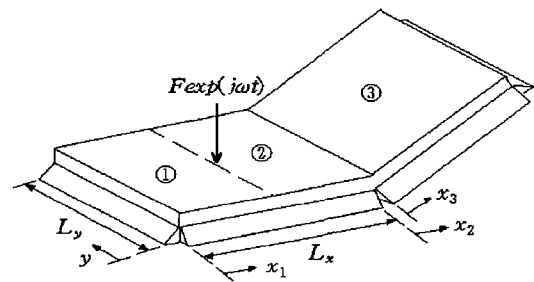
Fig. 3-5는 가지주파수가 1000Hz이고 내부손실계수가 0.01이며 Table. 1의 조인트 임피던스로 연결되어 있을 때 각각의 파에 대한 에너지 밀도의 공간적인 분포와 파워의 전달경로를 나타낸 것이다. Fig. 3(a)를 보면 굽힘파의 진동에너지가 감쇠에 의해 가진력이 작용하는 위치로부터 구조물 전체에 걸쳐 감소해간다는 것을 알 수 있다. Fig. 3(b)에서는 가진력이 작용하는 위치로부터 멀어질수록 진동에너지가 전반적으로 감소하고 평판 요소간의 연결부분에서 에너지가 불연속을 이루는 것이 관찰되었는데 이는 평판 연결부분의 임피던스 차이에 의한 것을 알 수 있다. Fig. 4-5를 통해서 면내진동의 에너지가 평판간 연결부분에서 파동변환에 의해 발생하여 구조물 전체로 퍼져나간다는 사실을 알 수 있다.

5. 결론

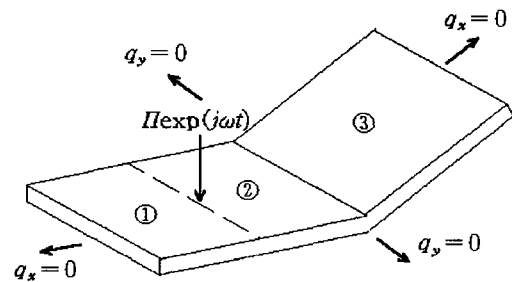
두 개의 평판요소가 임의의 각을 이루면서 형성된 복합구조물의 진동에너지의 공간적인 분포와 지배적인 전달경로를 예측하기 위해 파워흐름해석법을 적용해보았다. 평판요소간의 연결부분에서는 임피던스와 방향 차이에 의한 진동파위의 손실이 발생하는데 이를 고려하기 위해서 연결부분을 선형 스프링-감쇠계로 모델링하였다. 굽힘파의 에너지는 수직 방향으로 작용하는 가진력에 의해 발생하여 구조물 전체로 전달되고 면내진동의 에너지는 평판간의 연결부분에서 파동변환에 의해 발생하는 것으로 예측되었다.

참고 문헌

- (1) P. E. Cho, 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", Ph. D. Dissertation, Purdue University
- (2) L. Cremer, M. Heckl, E.E. Ungar, 1973, Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin.
- (3) James F. Doyle, 1997, Wave Propagation in Structures, Springer.
- (4) R. S. Langley, 1995, "On the Vibrational Conductivity Approach to High Frequency Dynamics For Two-Dimensional Structural Components," J. Sound Vib., 182(4), pp.637-657.
- (5) O. M. Bouthier, R.J. Bernhard, 1995, "Simple Models of the Energetics of Transversely Vibrating Plates," J. Sound Vib., 182(1), pp.149-164.
- (6) 박도현, 1999, "연성된 평판 및 상자형 구조물의 진동 파워 흐름 해석", 공학석사학위논문, 서울대학교.



(a) simple supports



(b) energy boundary conditions

Fig. 1 Boundary Conditions of coupled plate structures.

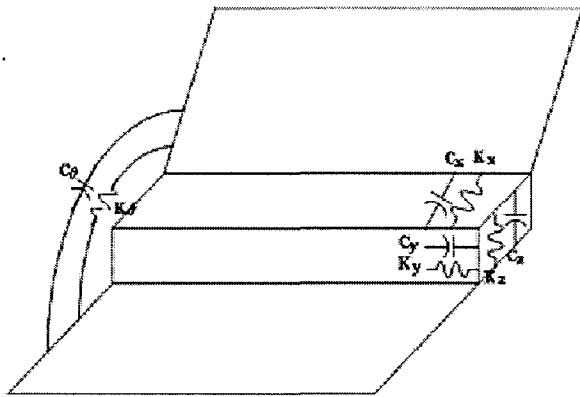


Fig. 2 Non-conservative joints model

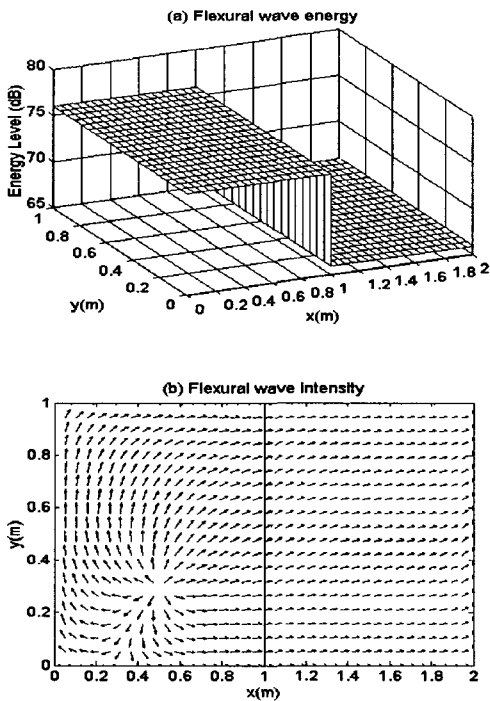


Fig. 3 Flexural wave coupled at 90° when $h_l = h_r = 1cm, x_0 = 0.5m, y_0 = 0.3m$

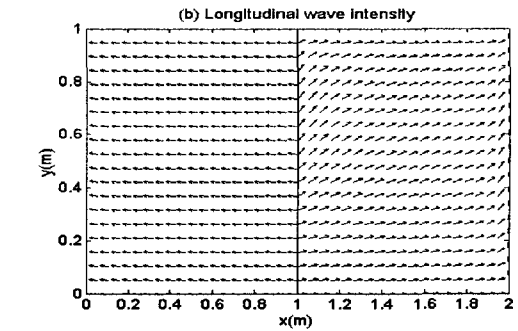
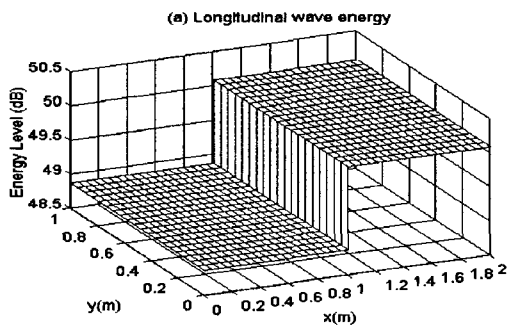


Fig. 4 Longitudinal wave at 90° when $h_l = h_r = 1cm, x_0 = 0.5m, y_0 = 0.3m$

Fig. 5 Shear wave at 90° when $h_l = h_r = 1cm, x_0 = 0.5m, y_0 = 0.3m$

Table. 1 Joint impedance

	$K (N/m)$	$C (Ns/m)$
x	10^8	10^9
y	10^8	10^{10}
z	10^7	10^8
θ	10^5	10^5