

## 가진주파수 이동현상을 이용한 저주파 가진기의 개발

### Development of a Low Frequency Vibration Shaker Using Force Frequency Shifting

이건명\* · L. L. Koss\*\* · 이정수\*\*\*

Gun-Myung Lee, L. L. Koss and Jung-Soo Lee

**Key Words** : Force Frequency Shifting(가진주파수 이동), Shaker(가진기), Time Varying Damper(가변 댐퍼).

#### ABSTRACT

If a sinusoidal excitation force moves back and forth along a structure with a certain frequency, the structure will be excited with the difference frequency of these two frequencies. A low frequency vibration shaker has been developed using this force frequency shifting without actually moving a shaker. The shaker consists of an ordinary eccentric mass shaker, a plate, constant springs, and time varying dampers. The dampers are turned on and off in a sequential manner to simulate a traveling slide of an excitation force. The operation of the shaker is simulated by solving the equations of motion of the shaker. Characteristics of the shaker have been found and they will be utilized to design efficient low frequency shakers.

#### 1. 서 론

빌딩, 탑, 다리과 같은 대형 구조물의 동적 거동을 실험적으로 고찰하기 위하여 이들 구조물을 가진시키는 가진기가 요구된다. 이 대형 구조물들은 1Hz 이하의 매우 낮은 고유진동수를 가지고 있고 때문에 이 저주파 모드를 가진시키기 위하여 저주파 가진기가 필요하다. 일반적인 불평형 질량 가진기(out-of-balance mass shaker)는 진동수의 제곱에 비례하는 가진력을 발생하기 때문에 저주파수에서 일정 크기의 가진력을 얻기 위하여는 매우 큰 불평형 질량이 요구되고, 따라서 가진기가 매우 커지게 된다[1].

이러한 문제점을 해결하기 위하여 가진주파수 이동(Force Frequency Shifting)현상을 이용한 가진기가 제안되었다[2]. 그림 1과 같이 구조물에 가진력  $F = F_0 \sin \omega_1 t$  가 작용하고, 이 가진력의 작용점이  $s = s_0 + r \sin \omega_2 t$  와 같이 구조물을 따라 앞뒤로 이동하면 이 구조물에는 두 개의 주파수  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 의 차( $\omega_1 - \omega_2$ )와 합( $\omega_1 + \omega_2$ )의 주파수를 갖는 일반화 힘(generalized force)이 작용하여 구조물

을 가진하게 된다. 따라서 두 개의 주파수를 조절함으로써 원하는 저주파수의 가진력을 얻을 수 있다. 그러나 이 방법에서는 가진기를 가진력의 방향과 직교하는 방향으로 왕복 운동시켜야 하므로 큰 관성력이 발생하게 된다.

본 논문에서는 실제로 가진기를 움직이지 않고 가진력이 이동하는 효과를 얻을 수 있는 가진주파수 이동 가진기를 고안하였고, 시뮬레이션을 통하여 이 가진기의 성능을 고찰하였다.

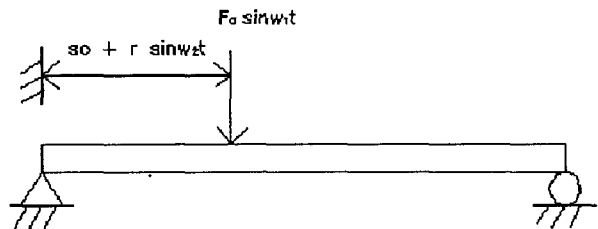


Figure 1 Force frequency shifting with a reciprocating shaker.

\* 경상대학교 기계항공공학부  
E-mail : gmlee@gsnu.ac.kr  
Tel : (055) 751-5313, Fax : (055) 757-5622

\*\* Monash 대학교 기계공학과

\*\*\* 경상대학교 대학원 기계공학과

### 2. 가진주파수 이동 가진기의 고안

가진기를 움직이지 않고 가진주파수 이동현상을 구현할 수 있는 가진기를 그림 2와 같이 고안하였다. 이 가진 시스템은 판과 여러 개의 스프링, 댐퍼로 이루어져 있다. 주파수  $\omega_1$ 의 가진력이 판에 작용하고, 임의의 한 순간에는 한 쌍의 스프링과 댐퍼만이 활동적이다. 즉 이 한 쌍의 스프링과 댐퍼만이 유한한 스프링상수와 감쇠계수를 갖고, 나머지 스프링과 댐퍼는 영의 계수를 갖는다. 활동적인 스프링과 댐퍼가 판을 따라서  $\omega_2$ 의 주파수로 변화하면 스프링력과 감쇠력은  $\omega_2$ 의 주파수로 판을 따라 움직이게 되고, 구조물에는 두 주파수의 차,  $\omega_1 - \omega_2$ 의 주파수를 갖는 일반화 힘이 작용하리라 예측된다.

이 가진시스템의 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$m\ddot{x} + \sum_i c_i \dot{x} + \sum_i c_i r_i \dot{\theta} + \sum_i k_i x + \sum_i k_i r_i \theta = F_0 \sin \omega_1 t \quad (1)$$

$$J\ddot{\theta} + \sum_i c_i r_i^2 \dot{x} + \sum_i c_i r_i^2 \dot{\theta} + \sum_i k_i r_i x + \sum_i k_i r_i^2 \theta = 0 \quad (2)$$

이 식에서  $m, J, x, \theta, F_0, k_i, c_i, r_i$ 는 각각 판의 질량과 관성모멘트, 판 중심의 수직 변위와 판의 회전 변위, 가진력의 진폭, 각 스프링과 댐퍼의 스프링상수와 감쇠계수, 그리고 판의 질량 중심으로부터의 거리를 나타낸다. 한 쌍의 스프링과 댐퍼는 판 위의 동일 지점에 부착되어 있다고 가정한다. 스프링과 댐퍼를 통하여 구조물에 전달되는 순 모멘트는 다음과 같다.

$$M_i = \sum_i c_i r_i \dot{x} + \sum_i c_i r_i^2 \dot{\theta} + \sum_i k_i r_i x + \sum_i k_i r_i^2 \theta \quad (3)$$

위의 가진시스템에서 스프링상수와 감쇠계수는 시간에 따라서 변화하게 되는데, 본 논문에서는 두 가지의 변화 형태를 사용하였다. 하나는 계수들이 사각파 모양으로 갑작스럽게 변화하는 형태이고, 다른 하나는 계수들이 다음 식에서 나타낸 바와 같이 부드럽게 변화하는 형태이다.

$$w(t) = 0.42 - 0.5 \cos \alpha t + 0.08 \cos 2\alpha t \quad (4)$$

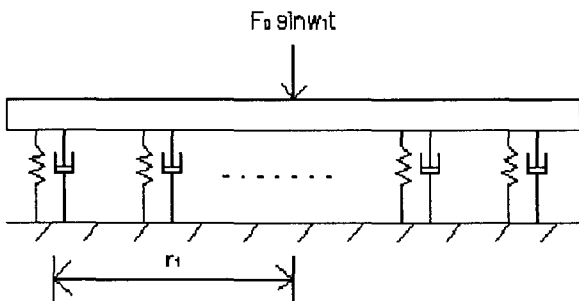
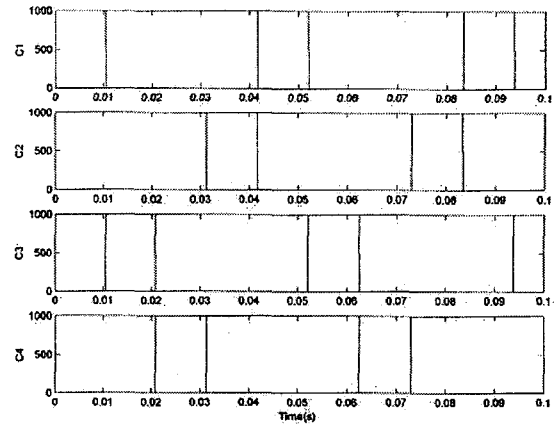


Figure 2 A shaker composed of a plate and springs and dampers.

( a )



( b )

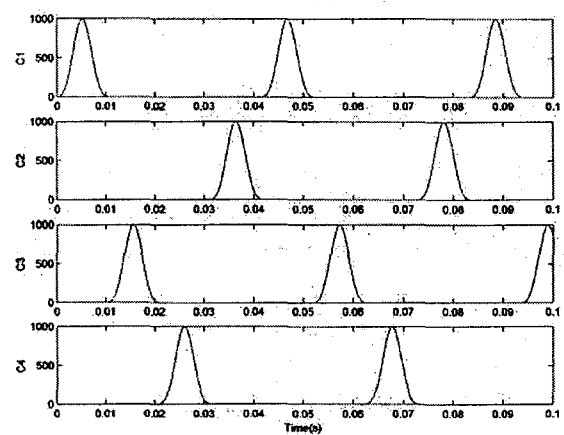


Figure 3 Variation of the damping constants for a four damper system : (a)square wave variation ; (b) smooth variation.

그림 3은 네 개의 댐퍼를 갖는 시스템에서 감쇠계수가 두 가지 형태로 변화하는 모습을 보이고 있다. 이 시스템에서 활동적인 댐퍼는 1-3-4-2-1의 순서로 변화하고 있음을 보이고 있다.

### 3. 시뮬레이션

고안된 가진주파수 이동 가진기의 성능을 평가하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 가진시스템의 운동방정식 (1), (2)를 주어진 시스템 매개변수와 외력에 대하여 Matlab을 사용하여 풀고, 구조물에 전달되는 모멘트를 식 (3)으로부터 구하였다. 이렇게 구한 모멘트의 시간 데이터를 Fourier 변환하여 전달된 모멘트의 주파수 성분을 구하였다.

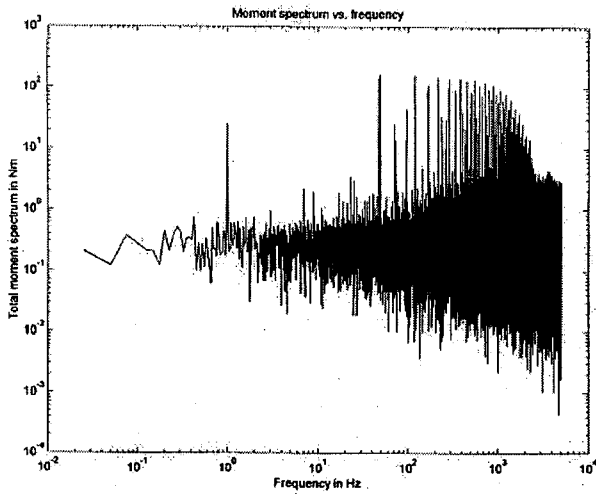


Figure 4 Frequency spectrum of the transmitted moment for a system with 7 springs and 7 dampers.

가진시스템으로부터 구조물에 전달된 모멘트를 스프링과 감쇠기 수, 그리고 시스템 매개변수의 값을 변화시켜 가며 계산하였다. 이 때 각각의 가진시스템 내에서는 동일한 스프링과 감쇠기를 사용하였다. 그 결과 어떤 경우에는 가진시스템의 응답이 발산하였고, 또 다른 경우에는 전달된 모멘트의 차 주파수( $\omega_1 - \omega_2$ )에서의 성분이 존재하기는 하나 그 크기가 다른 고주파수 성분에 비하여 매우 작았다. 그림 4는 7개의 스프링과 댐퍼를 사용한 시스템에서 전달된 모멘트의 주파수 스펙트럼이다. 이 시스템에서 스프링상수와 감쇠계수는 식(4)와 같이 부드럽게 변화하였고, 사용된 시스템 매개변수  $m = 70\text{kg}$ ,  $J = 10\text{kgm}^2$ ,  $k = 1e6\text{N/m}$ ,  $c = 1e7\text{Ns/m}$ ,  $r_1 = 0.5\text{m}$ ,  $f_1 = \omega_1/2\pi = 25\text{Hz}$ ,  $f_2 = \omega_2/2\pi = 24\text{Hz}$ ,  $F_0 = 1000\text{N}$  이었다. 이 경우에 차 주파수인 1Hz에서의 성분은 25.2233Nm이고, 합 주파수인 49Hz에서의 성분은 173.2478Nm이었으며 이는 가장 큰 주파수 성분이었다.

구조물에 전달된 모멘트의 차 주파수 성분이 매우 작아지는 문제점을 해결하기 위하여 다음과 같은 논리에 기초하여 가진시스템에 변화를 주었다. 만약 스프링상수가 시간에 대하여 일정한 값을 갖고, 감쇠력이 다른 힘들에 비하여 작다면 이 가진시스템은 사인파 가진을 받는 1자유도계처럼 거동할 것이다. 감쇠력이 작기 위해서는 감쇠계수가 작아야 하고, 관의 진동 진폭이 작아야 하며 이를 위해서는 스프링상수가 역시 작아야 한다. 이러한 조건을 만족시키며 댐퍼가 순차적으로 활동적이 되면 감쇠력은 관을 따라 이동할 것이며 가진주파수 이동현상이 나타날 것이다. 따라서 이러한 상황이 발생하기 위하여 감쇠계수와 스프링상수는 매우 작아

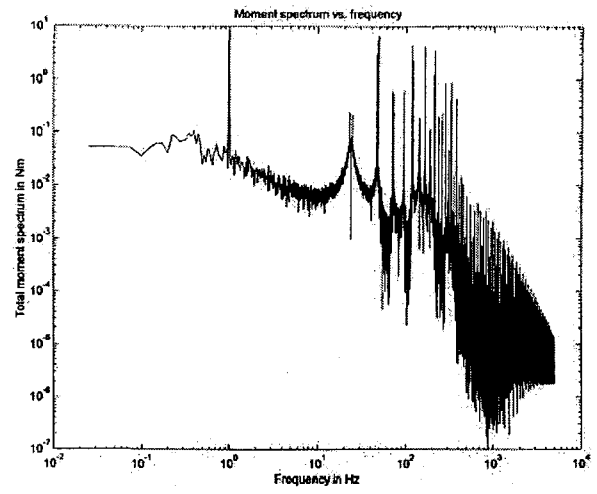


Figure 5 Frequency spectrum of the transmitted moment when the springs have constant stiffness and the damping constants are small.

야 한다. 그림 4의 시스템에서 스프링상수와 감쇠계수를  $k = 1e2\text{N/m}$ ,  $c = 1e3\text{Ns/m}$  로 줄이고, 나머지 매개변수는 같은 값을 사용하였을 때의 결과가 그림 5에 나타나 있다. 이 경우에는 차 주파수 1Hz에서의 성분이 7.8458Nm로서 모든 주파수 성분 중에서 가장 컸으며, 합 주파수 49Hz에서의 성분은 6.8774Nm이었다.

스프링상수와 감쇠계수의 시간에 대한 변화 형태가 전달된 모멘트에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 위의 시스템에 대해서 계수들의 변화 형태를 사각파 모양으로 변화시켰다. 그 결과 차 주파수에서의 성분은 10.8413Nm으로 증가하였고, 합 주파수에서의 성분은 더욱 많이 증가하여 12.1275Nm가 되었다. 이 가진시스템에서 차 주파수 이외의 다른 주파수 성분은 최소화하는 것이 바람직하므로 본 연구에서는 계수들이 식(4)와 같이 부드럽게 변화하는 경우만을 다룰 것이다.

일정한 스프링상수와 가변 감쇠계수를 갖는 7개의 스프링과 댐퍼로 이루어진 가진시스템의 특성을 고찰하였다. 사용된 매개변수들은  $m = 70\text{kg}$ ,  $J = 10\text{kgm}^2$ ,  $k = 1e3\text{N/m}$ ,  $r_1 = 0.5\text{m}$ ,  $f_2/f_1 = 24/25$ ,  $F_0 = 1000\text{N}$  이었다. 구조물에 전달된 모멘트의 차 주파수에서의 성분을 여러 가지 가진주파수  $f_1$ 와 감쇠계수에 대하여 계산하였다. 그 결과를 그림 6과 같이 진동수 비  $f_r = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_m}$ , 감쇠비  $C = \frac{c_1}{2\sqrt{mk_1}}$ 에 대한 무차원 모멘트  $M_t^* = \frac{M_t}{F_0 r_1}$ 의 그래프로 나타내었다. 이 때  $\omega_n$ 은 이 시스템의 회전모드에 대한 비감쇠 고유진동수를 의미

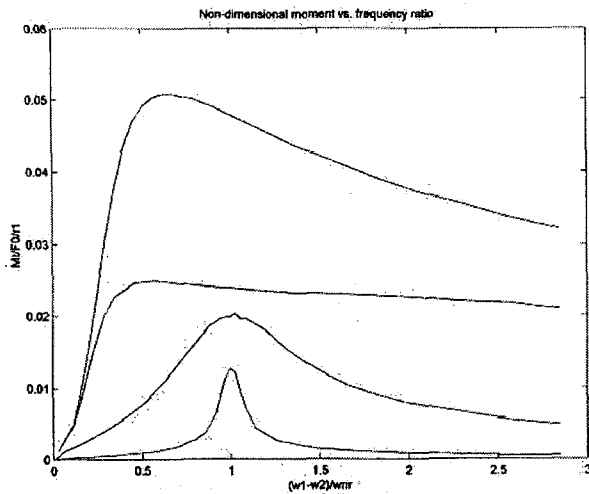


Figure 6 Non-dimensional moment versus ratio of the difference frequency to the natural frequency of the rotational mode. Each curve from the bottom corresponds to  $C=0.1890, 1.890, 18.90,$  and  $189.0,$  respectively.

다. 스프링상수  $k$ 의 동일한 스프링을 갖는 시스템에 대하여 비감쇠 시스템의 운동방정식은 비연성화(decoupled)되고, 회전모드의 고유진동수는 다음 식과 같이 구하여진다.

$$\omega_{nr} = \sqrt{\frac{k \sum r_i^2}{J}}$$

(5) 이 그림을 살펴 보면 감쇠가 크지 않을 경우 차 주파수가 회전 모드의 고유진동수와 같을 때 차 주파수에서의 전달모멘트는 최대가 된다는 것을 알 수 있다. 또한 전달모멘트는 감쇠계수와 함께 증가한다. 그러나 감쇠계수가 클 경우 고주파수에서의 전달모멘트 성분이 차 주파수 성분을 초과하게 되고, 이는 저주파수 가진기에 바람직하지 않다. 따라서 가진시스템은 회전모드의 고유진동수가 차 주파수와 같도록 설계되어야 하고, 댐퍼의 감쇠계수는 크지 않아야 한다.

고유진동수 이외의 매개변수들이 전달모멘트에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 일부 매개변수들을 기준치  $m = 70\text{kg}$ ,  $J = 10\text{kgm}^2$ ,  $k = 1e3\text{N/m}$ ,  $c = 1e3\text{Ns/m}$ ,  $r_1 = 0.5\text{m}$ ,  $f_1 = 36\text{Hz}$ ,  $f_2/f_1 = 24/25$ ,  $F_0 = 1000\text{N}$ 로부터 변화시켰다. 이 매개변수값들은 위에서 언급한 고유진동수 조건을 만족한다. 회전모드의 고유진동수가 변화하지 않도록 관성모멘트값과 스프링상수를 함께 변화시켰다. 차 주파수 1.44Hz에서의 전달모멘트는 표 1과 같이 기준치 주위에서 관성모멘트와 함

께 증가하였다. 다음에는 차 주파수 1.44Hz가 일정하도록  $f_2/f_1$  과  $f_1$  을 변화시켰다. 표 2로부터 작은 값의

Table 1 Effect of the mass moment of inertia on the transmitted moment

$J(\text{kgm}^2)$	$M_t(\text{Nm})$
5	5.3775
10	10.1464
20	16.5807
30	20.8703
50	25.6342
70	29.1164

Table 2 Effect of the frequency ratio  $f_2/f_1$  on the transmitted moment

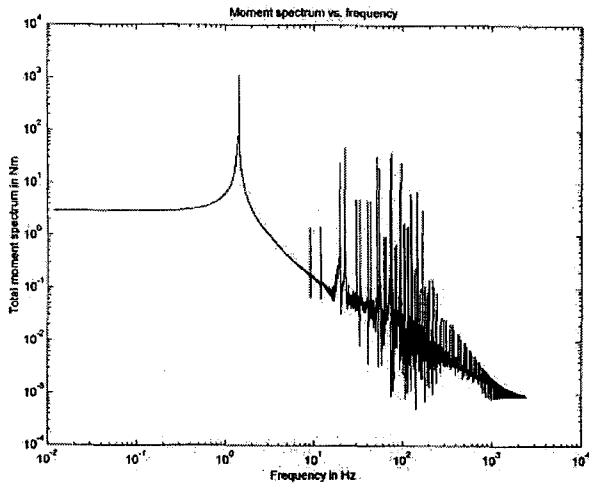
$f_2/f_1$	$M_t(\text{Nm})$
20/25	62.7372
21/25	47.6800
22/25	34.3037
23/25	21.9466
24/25	10.1464
49/50	3.9673

Table 3 Effect of the mass on the transmitted moment

$m(\text{kg})$	$M_t(\text{Nm})$
30	23.1316
50	13.9529
70	10.1464
90	7.6209
110	6.3619

$f_2/f_1$  가 차 주파수에서 큰 전달모멘트를 발생하는 것을 알 수 있다. 마지막으로 질량의 영향을 고찰하여 표 3에 수록하였다. 이 표는 질량이 증가함에 따라 전달모멘트가 감소함을 보이고 있다.

전달모멘트가 증가하도록 일부 매개변수의 값을 기준치로부터 위의 관찰 결과에 따라 변화시켜 다음 값  $J = 100\text{kgm}^2$ ,  $k = 1e4\text{N/m}$ ,  $f_2/f_1 = 22/25$  을 갖도록 하였다. 이 경우  $f_1 = 12\text{Hz}$ 일 때, 차 주파수 1.44Hz에서의 전달모멘트 성분은 1128.8Nm로서 이 값은 앞의 경우들에 비하여 훨씬 큰 값이다. 또 그림 7에서 보이는 바와 같이 차 주파수에서의 전달모멘트 성분이 현저하고, 다른 주파수 성분에 비하여 수십배 크다. 이처럼 큰 전달모멘트를 가질 경우 가진기 관의 최대 병진 변위와 회전 변위는 각각



0.013m와 0.16rad으로서 이 가진기를 실현시켰을 때 작동에 지장을 주지 않는다.

Figure 7 Frequency spectrum of the transmitted moment for the system producing a large transmitted moment.

#### 4. 결론

본 논문에서는 판과 스프링, 댐퍼로 이루어진 시스템이 일정한 스프링상수와 가변 감쇠계수를 가지면 가진주파수 이동 가진기로 작동할 수 있음을 보였다. 이 때 스프링상수와 감쇠계수는 작은 값을 가져야 한다. 감쇠계수를 시간에 따라 부드럽게 변화하게 함으로써 전달된 모멘트의 고주파수 성분을 줄일 수 있다. 이 가진시스템은 차 주파수가 시스템의 회전모드의 고유진동수와 같을 때 최대 전달모멘트를 발생한다. 또한 큰 관성모멘트, 작은 값의  $f_2/f_1$ , 그리고 작은 질량이 전달모멘트를 증가시킨다는 사실을 밝혀 내었고, 이 특성들을 조합함으로써 매우 큰 전달모멘트를 발생하는 가진시스템을 설계할 수 있음을 보였다.

#### 후 기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21사업과 2001년도 경상대학교연구년제연구교수 연구지원비에 의하여 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

(1) Koss, L. L., 2001, "Excitation of Vibration in Large Structures," The Shock and Vibration Digest, vol. 33, pp. 473-478.

(2) Koss, L. L., 1999, "Force Frequency Shifting for Structural Excitation," Journal of Sound and Vibration, vol. 219, pp. 223-237.