

# 회귀분석을 이용한 소형 유니버설 모터의 진동해석

## Vibration Analysis of Small Universal Motor by Regression Analysis

차원준\*, 최연선\*\*

Cha, W. J. \*, Choi, Y. S. \*\*

### ABSTRACT

The regression analysis in the six sigma process is used to reduce the vibration of an electric grinder. The vibration characteristics and the contribution of each part to overall vibration of the electric grinder is investigated through various vibration measurements and frequency analysis for the assembled and disassembled one. Then the application of the regression analysis finds out that the rotating components of the armature have more severe contributions to the overall vibration than the frequency components of the fan or the gear part, which is decided with higher value of the coefficient of determination. The unbalance and looseness of the armature and the fan are tested again by the regression analysis in order to decide how much unbalance or looseness should be reduced for the predetermined goal of vibration level of the electric grinder. These results show that the regression analysis can be a valuable tool in production line to decide where and how much faults needs to be adjusted for the reduction of vibration and noise.

### 1. 서 론

자동차용 직류모터나 소형 전동공구에 사용되는 유니버설 모터(universal motor)는 사용이 날로 증가 되어 가고 있는 추세이다. 특히 소형 전동공구에 있어서 유니버설 모터는 사람이 직접 손으로 잡고 작업을 하는 제품 특성에 의하여 제품에 대한 소음과 진동이 고객의 중요한 선택 기준이 되어 가고 있다. 그러나 전동공구의 품질을 향상 시키기 위한 노력은 다방면으로 진행되어 왔으나 소비자가 원하는 저소음, 저진동 전동공구 개발을 위한 노력은 미미한 실정이다.

특히 전동공구 회사나 유니버설 모터의 생산업체에서 일반적으로 사용하고 있는 주파수 분석을 통한 소음, 진동 분석은 최연선, 이봉현<sup>[1]</sup>의 연구 및 최연선, 조운수, 김도현<sup>[2]</sup>의 연구 등 관능적 검사를 대신 할 수 있는 고장 진단 및 진동 경로해석이 주된 연구였다. 그러나 기존의 주파수 분석

를 이용하면 소음원과 진동원을 쉽게 찾을 수는 있으나 그 부품의 어떤 결함이 소음과 진동을 일으키는지에 대한 원인 분석 및 개선은 결국 엔지니어의 판단에 의존하게 된다.

GE, GM, SONY, 삼성 등 선진 제조업체에서 널리 적용하고 있는 6 시그마 프로세스(6 sigma process)는 생산현장의 다양한 문제 해결을 위한 기본적인 프로세스를 제안하고 있으며, 그 효과가 뛰어나 많은 생산현장에서 적용 되고 있다. 특히 소음, 진동 분야에서는 김명업, 이두호<sup>[3]</sup>의 6 시그마 프로세스의 부분적인 적용 및 차원준, 최연선<sup>[4]</sup>의 연구 실적 등이 있다. 특히 6 시그마 프로세스 기법 중 회귀분석은 김동해, 박재홍<sup>[5]</sup> 등의 연구가 있었지만 그 외의 연구는 미미한 실정이다.

따라서 본 논문에서는 6 시그마 프로세스의 문제해결 및 분석기법인 회귀분석(regression analysis)을 이용하여 전동공구내 소형 유니버설 모터의 진동원을 밝히고 어떤 결함이 얼마만한 진동을 일으키는지를 수식으로 만들어 품질수준을

\* : 계양전기 (주)

\*\* : 성균관 대학교 기계공학부 교수

유지하기 위해서는 결함의 정도를 어느 정도로 줄여야하는지를 알아내서 실제적으로 제품의 품질개선을 하고자 한다.

## 2. 회귀분석

회귀분석은 변수간의 수학적 모형을 정하고 변수에 따라서 측정된 자료를 이용하여 타당성 있는 수학적 모형을 찾고, 추정된 수학적 모형으로부터 필요한 예측을 하거나 추론을 하는 제반의 통계 기법을 회귀분석이라 한다 [6]

### 2.1 회귀 방정식

결과에 영향을 미치는 변수를 독립변수 (independent variable)라 하고 독립변수의 영향을 받아 생기는 결과를 종속변수(dependent variable)라 하며 종속변수와 독립변수 사이의 함수식은 식(4)와 같이 표현 될 수 있다.

$$Y = f(x) + e \quad (1)$$

$f(x)$  :  $x$ 의 함수

$e$  : 오차

이때 종속변수는 대개 실측치로서  $Y_i$ 라 하고 함수를 일차함수로 가정하면 식(2)와 같이 표시될 수 있다.

$$Y_i = a + bX_i + e_i \quad (2)$$

이식에서 오차항  $e_i$ 가 0 이고,  $a$ 와  $b$ 의 추정치를 각각  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ 라 하면  $Y_i$ 의 추정치  $\hat{Y}_i$ 는 식(3)과 같이 된다.

$$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

실측치와 추정치의 차이를 오차  $e_i$ 라 놓고 식(3)의 양변을 제곱하여 합하면 식(4)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n e_i^2 &= \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)을 모수  $\hat{a}$ 에 대하여 편미분한 다음 그 값을 0으로 놓으면 식(5)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial \hat{a}} &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ n\hat{a} + \hat{b} \sum_{i=1}^n X_i &= \sum_{i=1}^n Y_i \end{aligned} \quad (5)$$

마찬가지로 식(4)을 모수  $\hat{b}$ 에 대하여 편미분한 다음 그 값을 0으로 놓으면 식(6)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=1}^n e_i^2}{\partial \hat{b}} &= -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)X_i = 0 \\ \hat{a} \sum_{i=1}^n X_i + \hat{b} \sum_{i=1}^n X_i^2 &= \sum_{i=1}^n X_i Y_i \end{aligned} \quad (6)$$

식(5)와 (6)로부터 구한  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ 의 값은 회귀상수  $a, b$ 의 추정치가 되며, 이를 식으로 나타내면 식(7) 및 (8)과 같다.

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \\ \hat{a} &= \bar{Y} - \hat{b} \bar{X} \end{aligned} \quad (8)$$

이 식을 식(2)에 대입하면 회귀방정식을 구할 수 있다.

2.2 결정 계수

독립변수  $X_i$  값에 따른 회귀 직선  $\hat{Y}_i$ 와 실측치  $Y_i$ , 평균  $\bar{Y}$ 와의 편차는 식(9)과 같이 나타 낼 수 있다.

$$(Y_i - \bar{Y}) = (Y_i - \hat{Y}_i) + (\hat{Y}_i - \bar{Y}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

이식에서 좌측항을 총편차라 하고 우측항의 첫 번째 항을 잔차(Residual)라 하며 마지막 항을 회귀식에 의해 설명되는 편차라 한다.

식(9)의 양변을 제곱하여 합하면 식(10)과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2 &= \sum_i^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_i^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \\ &+ 2 \sum_i^n (Y_i - \hat{Y}_i)(\hat{Y}_i - \bar{Y}) \quad (10) \\ &= \sum_i^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_i^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \end{aligned}$$

이식에서 왼쪽항을 총 제곱합(Total Sum of Square)라 하고, 간단히 TSS 라 표시한다. 그리고 우측항의 첫번째 항을 오차의 제곱합, 또는 오차 변동(Error Variation)이라 하며 간단히 SSE 로 표시한다. 두번째 항을 회귀제곱합(regression sum of square), 또는 회귀변동 이라 하고 간단히 SSR 로 표시한다.

따라서 총변동은 식(11)와 같이 회귀변동과 오차 변동의 합으로 표시될 수 있다

$$\begin{aligned} \text{총변동} &= \text{오차변동} + \text{회귀변동} \quad (11) \\ \text{TSS} &= \text{SSE} + \text{SSR} \end{aligned}$$

총변동 TSS 에 대한 회귀 변동 SSR 의 비를 식 (12)와 같이  $R^2$ 으로 나타내면 이는 총변동에 대한 회귀변동의 비로서 회귀식선에 의해 종속변수가 얼마나 잘 설명되고 있는 가를 나타내는 척도로 사용되고 있는 결정계수(Coefficient of determination) 이다.

$$R^2 = \frac{\text{SSR}}{\text{TSS}} = \frac{\text{TSS} - \text{SSE}}{\text{TSS}} = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{TSS}} \quad (12)$$

결정계수가  $R^2=1$  이 되면 모든 측정치와 실측치들이 일치하는 경우로서 고안된 회귀식이 100% 일치하는 것을 뜻하며,  $R^2=0$  인 경우는 회귀식으로 설명될 수 없다는 것을 뜻하는 통계적 계수이다. 즉  $R^2$ 는 1 에 가까울수록 회귀식의 신뢰도는 좋은 것이며, 일반적으로 회귀분석에 있어  $R^2>0.7$  이상이면 상당히 유효한 회귀식으로 보고 있다.

3. 시험 방법

3.1 전동공구

본 연구에서 시험한 전동공구는 100mm disk grinder 를 사용하였으며 그 제원은 table 1 과 같으며 제품의 형상 및 전개 형상은 Fig.1,2 와 같다.

Table.1 Specifications of disk grinder

Type	DG-100B
Power consumption	570W
RPM at no load	12000RPM
Weight	2.0Kg

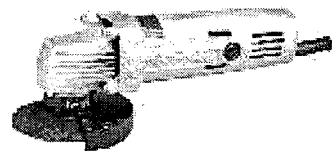


Fig.1 Overview of disk grinder

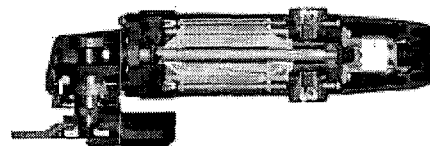


Fig.2 Inside view of disk grinder

3.2 전동공구의 회전 주파수 성분

본 논문에서 시험한 전동공구의 주요 회전주파수 성분은 table 2 와 같으며 무부하 운전시 측정된

진동의 주파수 형태는 Fig.3 과 같다.

Table.2 Main frequencies of each parts

Part	Hz
Rotor	488
Gear meshing frequency	8800
Spindle	200
Fan	5856

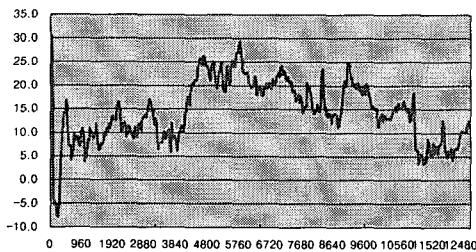


Fig.3 Power spectrum of the vibration of disk grinder

### 3.3 시험 방법

회귀 분석식을 구하기 위한 시험 방법은

- 1) 주요 부품에 대하여 진동원으로 예측이 되는 품질 특성 항목 측정
- 2) 제품 조립
- 3) FFT analyzer 를 이용한 진동 측정
- 4) 제품 Overall 진동과 FFT data 를 이용한 주진동원 분석
- 5) 주 진동원 진동값과 부품 측정값을 이용한 주진동원의 주 품질 특성 분석의 순서로 진행하였다.

### 3.4 주파수 분석

FFT analyzer 를 이용하여 진동을 12.4KHz 까지 측정을 하였다. 측정된 데이터와 먼저 계산된 회전 주파수와 일치되는 주파수의 진동값을 찾아내었다.

이때 주파수 분석결과 각 회전 주파수 성분의 조화 성분 에 의한 공진 등 조화 성분 보다 주 성분들이 큰 것으로 파악 되어 각 회전 주파수의 조화 성분은 특별히 고려하지 않았다.

### 3.5 시험 수량

시험 수량은 많으면 많을수록 시험의 신뢰율은 높아진다. 그러나 부품의 측정에 의한 분석은 많은 시료를 진행할 수 있으나 제품을 조립 시험을 진행하는 경우는 그렇지 못한 것이 현실이다. 따라서 QS 9000 에서는 단품 시험을 진행 할 때는 최소 30 개 이상, 신뢰성 시험을 할 때는 13 대 이상 시험 할 것을 권장하고 있다.

그러나 신뢰성 시험시 13 대의 수량은 제조 업체에서는 부담 많고 통계학자들이 신뢰성 시험 분석을 위한 최소 수량은 7 대로 정의함으로 본 시험에서도 시험 수량은 7 대로 하였다.

### 3.6 시험 장비 및 사용 프로그램

FFT Analyzer 는 Stanford Research System 사의 SR780 을 사용하였으며, 측정 가속도계는 B&K 사의 4393 가속도계를 사용하였으며 가속도계 Calibration 은 B&K 사 4294 Calibration Exciter 를 사용하였다.

또한 회귀분석을 위한 통계 프로그램은 서울대학교 통계연구소에서 개발한 TGQM Program 을 사용하여 분석하였으며 회귀 분석의 측차분석 모드를 이용하였다.

## 4. 시험 결과

### 4.1 진동레벨 및 주진동원

전동공구 제품 Overall 진동과 회전 주파수 성분 에 대한 회귀분석 결과는 Fig.4 와 같으며 분석된 회귀식은 식(13)와 같다.

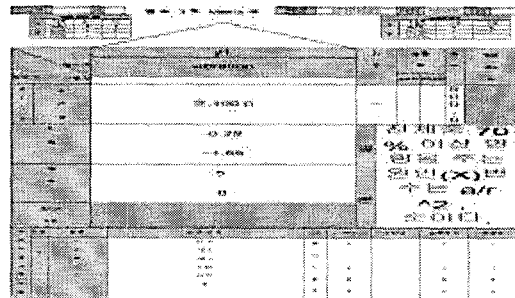


Fig.4 Regression analysis for overall vibration and frequency components

$$Y = -0.738 + 0.063X_{A/R} - 0.002X_{FAN} + 0.009X_{Gear}$$

(13)

$$R^2 = 0.942$$

Fig.4 및 식(13)에서 분석된 회귀식의 결정계수는  $R^2=0.942$  로서 신뢰도가 상당히 높은 것으로 나타났으며, 제품 Overall 진동에 가장 큰 영향을 미치는 부품은 회전자로써 약 70% 이상 영향을 미치고 있는 것으로 파악 되었다.

4.2 주진동원에 영향을 미치는 품질 특성 분석

4.1 절에서 분석한 결과 회전자의 진동 성분이 전체 진동에 가장 큰 영향을 미치고 있는 것으로 파악이 되었다. 따라서 회전자의 결함을 독립 변수로 하고 측정된 회전자의 진동 성분을 종속 변수로 하여 회귀분석한 결과는 Fig.5 및 식(14)와 같다.

Fig5. Regression analysis result of Armature vibration and part measure data

$$Y_{A/R} = 162.838 + 0.38X_{(commutator\ balance)} + 0.254X_{(Fan\ balance)} + 1069.5X_{(Fan\ looseness)} - 2412.8X_{(commutator\ looseness)}$$

(14)

$$R^2 = 0.502$$

Fig.5 및 식(14)에 유도된 회귀식의 결정계수는  $R^2 = 0.502$  으로 신뢰도는 조금 떨어지는 것으로 나타났으나 채택하기 어려울 정도의 낮은 신뢰율은 아닌 것으로 판단된다. 신뢰율이 떨어진 이유는 시험을 진행한 시료 수가 적기 때문으로 판단

된다.

회전자의 진동에 가장 크게 영향을 미치는 결함은 정류자측 불평형(unbalance)으로 판단되며 다음으로 영향을 미치는 결함은 Fan 흔들림으로 판단된다. 또한 회전자의 진동에 있어 정류자측 불평형이 진동에 미치는 영향은 약 50%로 판단되며 Fan 흔들림이 진동에 미치는 영향은 약 24%로 판단이 된다.

즉 이것은 전동공구 진동에 가장 큰 영향을 미치는 부품은 회전자이고, 특히 회전자의 정류자측 불평형이 가장 많은 영향을 미치고 있는 것을 알 수 있고, 그 다음으로는 Fan 흔들림이 영향을 미치고 있는 것을 알 수 있으며, 전동공구의 진동특성을 개선하기 위해서는 정류자측 불평형과 Fan 흔들림을 개선하면 진동이 개선될 것으로 판단이 된다.

식(13)과 (14)를 이용하여 제품의 진동과 결함과의 회귀식을 구하면 식(15)와 같다.

$$Y_{(overall)} = -a + b\{c + dX_{(com)} + eX_{(fan)} + fX_{(f)} + gX_{(comm)}\} + hX_{(ff)} + iX_{(g)}$$

(15)

$$\begin{aligned} a &= 0.738, & b &= 0.063 \\ c &= 162.838 & d &= 0.38 \\ e &= 0.254 & f &= 1069.5 \\ g &= -2412.8 & h &= 0.002 \\ i &= 0.009 \end{aligned}$$

$X_{(com)}$  = 정류자측 불평형

$X_{(fan)}$  = Fan 측 불평형

$X_{(f)}$  = Fan 측 흔들림

$X_{(comm)}$  = 정류자측 흔들림

$X_{(ff)}$  = Fan 회전 주파수 성분

$X_{(g)}$  = Gear 회전 주파수 성분

## 5. 확인 시험

### 5.1 확인 시험 방법

식(15)에서 유도된 진동과 소음을 유발하는 결합에 대한 확인 시험을 위하여 결합에 대한 기여율이 가장 큰 정류자측 불평형 양을 주요 측정 데이터로 하여 시험을 진행하였다.

시험방법은 3 장에서 논한 방법을 기준으로 하여 진행하였고 시험 수량 또한 마찬가지로 7 대의 샘플을 측정하였다. 시험 결과 분석에서 2 대의 데이터는 정류자측 불평형 양이 같아서 그 중 진동이 큰값 만을 회귀식과의 비교에 이용하였다.

회귀식과의 비교는  $\pm 5\%$  의 오차를 갖는 95%의 신뢰율을 기준으로 하여 비교하였다.

### 5.2 확인 시험 결과

확인 시험 결과는 Fig.6 에 나타내었다.

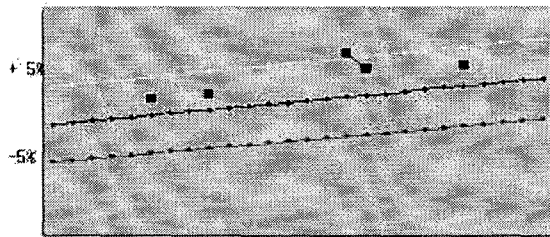


Fig.6 Comparison with experimental results and regression analysis

Fig.6 과 같이 식(15)로 얻어진 회귀방정식이 실제 제품과의 관계에 있어 1 개의 데이터만  $+5\%$  의 회귀식을 약간 벗어 나는 것을 볼 수 있으며 나머지 데이터는  $\pm 95\%$  이내에 드는 신뢰성이 큰 회귀방정식을 알 수 있다. 전반적으로 진동 측정치는 회귀식에서 예측한 식 보다 큰 값을 나타내는데, 이것은 회귀분석 재현시험의 변수를 정류자측 불평형 값만을 고려하였기 때문이다.

## 6. 결론

6 시그마 프로세스의 주요 품질 해결 기법으로 사용되고 있는 회귀 분석과 기존의 주파수분석을 이용하여 전동공구에 사용된 소형 유니버설 모터

의 진동을 분석하였다.

먼저 주파수 분석을 통하여 문제 부품을 찾아내고, 문제 부품의 소음, 진동을 유발하는 결합을 감각적으로 찾는 기존의 방법과는 달리 미리 소음 진동에 영향을 미치는 결합 인자를 측정하여 회귀 분석을 진행함으로써 부품별로 진동에 영향을 미치는 정도를 수식화하고 또한 그 부품의 결합량에 따른 진동을 수식화 함으로써 양산 라인의 품질 개선하고 할 때 품질의 요구 사양을 동시에 제시할 수 있게 되었고 개선시 진동값을 예측할 수 있게 되었다.

또한 확인 시험을 통하여 본 논문에서 고안된 회귀식이 실제 제품상태에서  $\pm 95\%$ 에 근접한 신뢰율을 갖고 있는 것을 확인 할 수 있었다.

본 논문에서는 진동에 대한 회귀분석 만을 고려 하였으나 이후 소음에 대한 회귀분석 또한 진행을 하면 저진동, 저소음의 전동공구를 개발 할 수 있을 것으로 판단이 된다. 또한 본 논문은 무부하시의 진동만을 고려 하였으나 작업시의 진동을 저감하기 위한 연구 또한 추진 되어야 할 것으로 판단 된다.

## 7. 참고 문헌

1. 이봉현, 최연선, “진동 측정에 의한 전동공구 양산 LINE의 품질 관리 자동화,” 한국소음진동공학회 춘계 학술대회, 1998.
2. 조운수, 김도현 최연선, “전동 드릴의 진동 특성 및 전파 경로 해석,” 한국 소음 진동공학회 논문집, Vol.11 No.9, pp.422-430, 2001.
3. 김명업, 이두호, “다구치 직교배열을 이용한 승용차의 실내소음 분석 및 개선,” 한국소음진동공학회지, 제 9 권, 제 5 호, pp. 998-1004, 1999.
4. 차원준, 최연선, “6 시그마 프로세스를 이용한 소형 직류 모터의 소음 절감,” 한국 소음진동공학회 춘계 학술대회, pp.509-514, 2002. 5. 30.
5. 김동해, 박재홍, “회귀분석법에 의한 선박 소음 예측에 관한 연구,” 대한 조선공학회 논문집, 제 31 권 3 호, 1994.
6. 이필영, 이해용, “통계학의 이해,” 법문사, pp. 258-264, 1994.