

봉수대는 어디에 설치되었어야 하는가? Where Should Beacon Houses Have Been Built?

윤원영

부산시 금정구 장전동 산 30 부산대학교 산업공학과
전화번호: 051-510-2421
Fax: 051-512-7603
E-mail: wonyun@pusan.ac.kr

Abstract

근대 통신시스템이 개발되기 전에 두 지역간에 정보를 전달하는 방식인 봉화(봉수)시스템에 대해 다루고자 한다. 이 시스템을 설계하고자 할 때 가장 중요한 설계문제는 “어느 곳에 봉수대를 설치하는가?”이다. 본 논문에서는 이 설계문제에 대한 수학적 모형을 개발하고자 한다. 두 지역간에 봉수대를 설치할 수 있는 후보지(높이가 다른 산들의 정상)가 주어져 있고 각 산들의 간격이 알려져 있다고 가정한다. 그리고 각 후보지에 봉수대를 설치하는 비용과 후보지들에 봉수대를 설치하였을 때 두 지역간의 정보전달 성공확률에 대한 모형을 제시하고 이들을 기초로 하여 봉수대 설계문제의 최적화 모형을 제시한다. 이 최적화 문제를 해결하는 방법론을 제시하고 예제를 통해 방법론의 효율을 검토하고자 한다.

1. 서론

근대이전에 군사적 목적으로 봉수는 낮에는 봉(횃불) 밤에는 수(연기)로 급보를 전하는 통신방법으로 우리나라에서는 삼국시대초기부터 이용되고 있었던 것으로 보이며 고려 의종 3년(1149)부터 정식제도로서 정해져 적의 활동상황을 신속히 서울에 전하였다. 조선시대에 들어오면 세종 때 제도적으로 완비되게 되었다.

봉수대(그림 1 참조)를 어디에 설치하는

것이 가장 좋은가? 를 결정하는 문제를 분석하고자 한다.

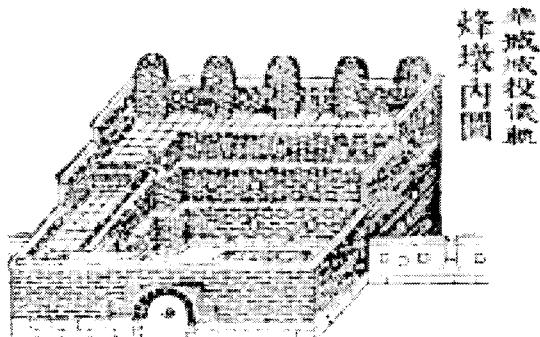


그림 1. 봉수대의 예

조선시대에 군사적 목적으로 설치 운영된 봉수체계(그림 2 참조)는 직봉과 간봉으로 이루어 졌으며 직봉로는 5개로 전국의 주요정보를 취합한 것으로 여겨진다. 이처럼 전국을 망라하는 봉수대는 상호연락이 가능한 10킬로미터내외로 설치된 것으로 보인다.(Shon(1995))

본 논문에서는 봉수대설치문제를 산업공학기법을 이용하여 모형화하고 그의 최적화문제를 분석하고자 한다.

2. 봉수대설치 위치결정

먼저 가 지역에서 나 지역사이에 봉수대를 설치 할 수 있는 후보위치들이 주어져 있다고 하자. 이 때 시작시점에는 봉수대가 있고

대한산업공학회/한국경영과학회 2002 춘계공동학술대회

한국과학기술원(KAIST) 2002년 5월 3일~4일
 끝 지점에는 관측하는 인원이 배치되어 있다고 하자. 위치를 표시하기 위하여 시작지점을 원점(0)으로 하고 각 후보지의 위치를 원점에서의 거리로 표시하는데 번째 후보지의 위치를 $X(i)$ 로 표시하고자 한다. 그리고 끝 점의 위치는 N 이라고 하자. i 번째 후보지의 높이를 $Y(i)$ 라고 한다. 그러므로 여기서 봉수대는 일직선상에 존재한다고 가정하면 봉수체제를 구축한다는 것은 N 개의 후보지의 일부에 실제 봉수대를 설치하는 것이다.

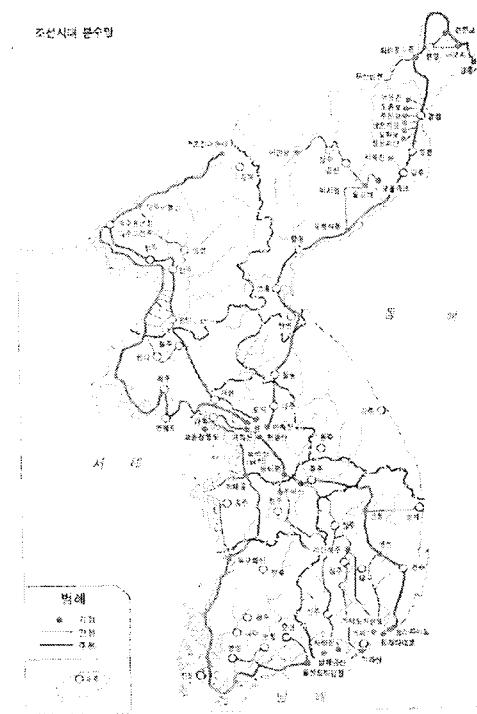


그림 2. 조선시대 주요봉수대경로

우리가 고려하는 기준은 가능한 총 설치비용을 최소로 하고자 하는 것인데 이 경우 최소한의 신호전달의 성공률을 보장해야 한다는 조건이 주어진다. 그러므로 봉수대 설치 문제는

최소화: 총 설치비용

제약조건: 신호전달확률 \geq 최소확률

로 요약될 수 있으며 설계변수로서 $Z(j)$ 변수를 시작시점에서부터 j 번째 설치된 후보지의

번호로서 $Z(1)=3$ 이면 첫번째 봉수대는 후보지 3번에 설치된다는 의미이다. 결국 $Z(j)$ 를 결정하면 봉수대가 설계가 된 것이다. 이 때 $Z(j)$ 들은 다음과 같은 형태가 될 것이다.

$$Z(0)=0 \leq Z(1) \leq Z(2) \leq \dots \leq Z(M) < N,$$

여기서 M 은 봉수대 총설치 수이다.

총 설치비용함수

설치비용을 구하기 위해 본 연구에서는 설치 비용은 설치 후보지의 높이에 비례한다는 함수, $h(y)$ 로 가정할 수 있을 것이다.

그러면 총설치 비용은

$$TEC = \sum_{j=1}^M h(Y(Z(j))) \quad (1)$$

이다.

신호전달성공률(시스템신뢰도)

신호전달성공률을 구하기 위해 다음과 같은 가정이 필요하다. 봉수대의 신호전달은 시작시점에 일정신호를 봉수를 통해 보내면 이 것을 다음 봉화대에서 눈으로 연기나 불의 수를 확인하고 동일한 신호를 다음 봉수대에 보내는 것이다. 이 때 한 봉수대에서 직전 봉수대에서 보내진 신호를 정확히 확인하기 위해서는 당시의 바람, 날씨 등의 환경요소가 영향을 주며 봉수체제는 눈으로 식별하는 체제이므로 봉수대간의 거리와 높이 차이가 매우 중요하다. 그러므로 여기서는 두 인접 봉수대 간의 신호전달 성공률은 간격과 높이차이의 함수로 가정할 수 있을 것이다. 즉

$$P(i, k) = f(X(k) - X(i), |Y(k) - Y(i)|)$$

그러므로 신호전달성공률은

$$TP(0, N) = P(Z(M), N) \sum_{j=0}^{M-1} P(Z(j), Z(j+1)) \quad (2)$$

이며 봉수대 설치 최적화문제는

$$\begin{aligned} \text{Min: } TEC &= \sum_{j=1}^M h(Y(Z(j))) \\ TP(0, N) &= \\ P(Z(M), N) \sum_{j=0}^{M-1} P(Z(j), Z(j+1)) &\leq TP_0 \end{aligned} \quad (3)$$

요약될 수 있다. 이 문제는 기존의 신뢰도 최적화문제의 형태와 유사하므로 기존의 발견적 기법을 이용하여 근사 해를 구할 수 있다. (Chang et al (2000) Kuo et al (2001), Zuo and Kuo(1990))

3. 간단한 발견적 해법의 적용

본 논문에서는 신뢰성최적화문제에서 개발된 가장 간단한 발견적 기법을 이 문제에 응용하여 보고자 한다. (Chang et al.(2000)) 좋은 해를 구하는 방법으로 가장 좋은 후보지를 하나씩 선택해가는 방식으로 신호전달 확률의 요구조건을 처음으로 만족시킬 때까지 하나씩 후보지를 선택하는 것이다.

각 단계에서 하나의 새로운 후보지선택 기준은 아직 선택되지 않은 후보지 중에 다음의 식을 최대로 하는 후보지를 선택한다.

$$\frac{\Delta TP(k|0, N)}{h(Y(k))} \quad (4)$$

위의 식에서 분자는 이전단계에서의 신호전달확률에서 하나의 후보에 봉수대를 설치하므로 증가된 확률 증분이다.

예제. 간단한 예제로 다음과 같은 자료가 주어져 있다고 하자.

후보지	1	2	3	4
높이	700	600	800	600
위치	11	17	26	30

그리고 시작 점, 끝점의 높이는 0이며 끝점은 35의 위치에 존재한다.

설치비용 = 10000 + 높이 * 200

이며 식별확률은

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + 0.01 \exp(x - y/100)}$$

이라고 가정하자. 이 경우 모든 위치에 봉수대를 설치하는 경우

비용 : 580000

성공확률 . 2.0188×10^{-2}

이며 이 경우는 최적화(0-1-2-3-5)와 알고리즘의 결과는 동일하며

비용: 450000

성공확률 : 2.11842×10^{-2}

이다.

4. 결론 및 토의

본 논문에서는 봉수대 설치문제를 신뢰성 공학에서의 설계문제로 모형화하고 간단한 해법과 예제를 다루었다. 위에서 가정한 여러 가정을 수정하므로 우리는 다양한 최적화문제를 모형화할 수 있을 것이다. 이 중에서 몇 가지를 다루어 보면,

첫째, 위의 가정 중 한 봉수대에서의 식별이 바로 직전 봉화대의 신호에만 국한된다는 것을 수정해 보자. 즉 봉수대의 간격이 짧을 경우 직전 봉수대에서의 신호가 없더라도(근무원의 일탈) 그 보다 하나 앞의 신호를 볼 수 있을 가능성도 있다고 하자. 그러면 한 봉수대가 신호를 전달 할 수 있는 한계가 주어지고 이 영역 안에 들어 오는 경우 성공확률이 존재하며 이를 근거로 성공확률을 구하여 한다. 이는 기존의 연속 n 중 k 개 구조의 근사형태로 이들 신뢰성 분석방법들을 활용할 수 있을 것이다. 그리고 다른 확장으로는 전국의 봉수망을 어떻게 설계할 것인가 하는 문제

대한산업공학회/한국경영과학회 2002 춘계공동학술대회

한국과학기술원(KAIST) 2002년 5월 3일~4일

이다. 이는 네트워크설계문제로서 이 경우 성공확률을 어떻게 정의 할 것인가가 매우 중요하며 이를 바탕으로 성공확률 모형이 필요하여 이 것을 구하는 방법론도 필요하다. 이 분야 역시 이차원 연속 n 중 k 구조의 연구가 유사하다고 할 수 있을 것이다. (Kuo et al.(2001))

앞으로 한국의 실제자료를 바탕으로 이 문제를 한번 다루어 보고자 하는 것이 계획이다.

참고문헌

- Young Sik Shon, Traditional Scientific Architecture, Daewonsa Publishing Co., 1995
- Chang, G.J., Cui, L. and Hwang, F.K. (2000), *Reliabilities of Consecutive- k systems*, Kluwer Academic Publishers.
- Kuo, W., Prasad, V.R., Tillman, F. A., and Hwang, C.L.(2001), *Optimal reliability design*, Oxford press.
- Zuo, M., and Kuo, W.(1990), Design and Performance Analysis of Consecutive k -out-of- n Structure. *Naval Research Logistics*, 37, 203-230.