

퍼지모델링을 통한 STEP Method의 개선 Improvement of STEP Method using Fuzzy Modeling

정인준, 김광재

경상북도 포항시 남구 효자동 산 31번지
포항공과대학교 기계산업공학부

Abstract

STEP Method(STEM)는 의사결정자와 최적화 모형 간의 상호작용을 통하여 문제를 해결하는 다목적 최적화 기법이다. STEM은 최적화 모형을 계산하는 계산 단계와 계산 단계에서 도출된 결과에 대하여 의사결정자의 선호도 정보를 모형에 반영하는 의사결정 단계로 구성되어 있다. STEM의 두 단계에서는 의사결정자의 선호도 정보가 불확실성을 포함한 경우를 적절히 고려하지 못하고 있다. 본 연구에서는 퍼지모델링 기법을 사용하여 STEM의 문제점을 보완한 기법을 제안하고자 한다.

1. 서론

다목적 최적화의 연구기법들은 의사결정자의 선호도 정보가 반영되는 시점에 따라 크게 세 가지 종류 - Prior Preference Articulation, Progressive Preference Articulation, Posterior Preference Articulation - 로 분류된다. Prior Preference Articulation 기법은 의사결정자의 선호도 정보를 문제해결과정 전에 모형에 반영하여 해를 구한다. Progressive Preference Articulation 기법은 의사결정자의 선호도 정보를 문제해결과정 동안 모형에 단계적으로 반영하여 해를 구한다. 이 기법은 상호작용적인 최적화 기법으로도 불린다. Posterior Preference Articulation 기법은 문제해결과정 동안에는 의사결정자의 선호도 정보를 반영하지 않고, 최종적으로 지배되지 않은 해집합을 도출한 후에 구체적인 선호도 정보를 반영하여 해를 구한다. 이 중에서 Prior Preference Articulation 기법과 같이 문제해결과정 전에 선호도 정보가 수리적으로 표현되어야 할 경우 의사결정자에게 부과되는 부담은 크게 증가하고 이러한 정보가 정확히 표현되는 것도 현실적으로 매우 어렵다. 상호작용적인 최적화 기법은 근본적으로 의사결정자가 선호도 정보를 문제해결과정 전에 제공하는 것은 불가능하지만 문제해결과정 동안 단계적으로 제공하는 것은 가능하다는 것을 가정하고 있다. 이 기법은 의사결정자가 문제해결

과정에 참여하여 상황에 맞는 적절한 선호도 정보를 제공할 수 있게 함으로써 보다 만족스러운 해를 도출하여 준다. 또한 의사결정자는 자신의 부분적인 선호도 정보만을 수리적으로 표현하면 되므로 쉽고 효과적으로 정보를 모형에 반영할 수 있다(Park *et al.*, 2000).

STEP Method(STEM)는 Benayoun *et al.* (1971)이 제안한 상호작용적인 다목적 최적화 기법이다. STEM은 최적화 모형을 계산하는 계산 단계와 계산 단계에서 도출된 결과에 대하여 의사결정자의 선호도 정보를 모형에 반영하는 의사결정 단계로 구성되어 있다. 계산단계에서는 모든 목적식을 동시에 고려하여 개별 목적식과 최적값 간의 거리를 최소화하는 절충해를 찾고, 의사결정 단계에서는 그 결과에 대하여 의사결정자의 선호도 정보를 제약조건으로 반영하게 된다. STEM은 의사결정자의 선호도 정보가 불확실성을 포함한 경우를 적절히 고려하지 못하는 한계점을 가지고 있다. 본 연구에서는 퍼지 모델링 기법을 활용하여 STEM의 한계점을 개선한 새로운 방법을 제시하고자 한다.

2. STEP Method (STEM)

2.1. STEM의 절차

Step 0 : Pay-off Table 작성

주어진 제약조건 하에서 목적식별 최

적값을 구한 후 표 1과 같은 Pay-off Table을 작성하게 된다.

표 1. Pay-off Table

	f_1	f_2	...	f_j	...	f_k
f_1				z_{j1}		
f_2				z_{j2}		
\vdots				\vdots		
f_j	z_{1j}	z_{2j}	...	f_j^*	...	z_{kj}
\vdots				\vdots		
f_k				z_{jk}		

표 1에서 f_j^* ($j=1, 2, \dots, k$)는 목적식별 최적값을 의미한다. 여기서 j 번째 행은 j 번째 목적식인 f_j 의 최적해 x_j^* 를 다른 목적식에 대입하여 구한 결과이다. 예를 들어, z_{2j} 는 x_j^* 를 f_2 에 대입하여 구한 결과이다.

Step 1: 계산 단계

모든 목적식을 동시에 고려하여 f_j^* 와 f_j 사이의 거리를 최소화하는 절충값을 찾는 단계이다. 이를 식으로 표현하면 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \min_{(\lambda, x)} \quad & \lambda \\ \text{s.t.} \quad & \lambda \geq \pi_j |f_j^* - f_j(x)|, \quad j=1, 2, \dots, k. \\ & x \in X^n, \lambda \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서 π_j 는 목적식별 중요도를 나타내며, X^n 은 $(n-1)$ 번째 사이클의 의사결정 단계에서 정의된 제약조건을 의미한다. π_j 는 Step 0의 Pay-off 정보와 목적식별 특성을 고려하여 구하는 것이 일반적이다. 참고로 목적식별 척도가 다를 경우 π_j 에 목적식을 정규화하는 부분을 추가한다.

Step 2: 의사결정 단계

Step 1에서 도출된 값에 대하여 만족 여부를 판단하는 단계이다. 모든 목적식을 만족한다면 성공적으로 종료된다. 그렇지 않다면 의사결정자의 선호도 정보 - 만족하는 목적식에 대하여 적절한 값을 완화하는 제약조건 - 가 반영된다. 여기서 의사결정자가 선호도 정

보를 제공할 수 없으면 해를 구하지 못한 채로 종료된다. 식 (2)는 n 번째 사이클의 Step 1에서 만족하고 있는 j 번째 목적식은 Δ_j 만큼 완화하고 만족하지 못한 i 번째 목적식은 Step 1에서 나온 해보다는 좋도록 하는 제약조건을 나타내고 있다.

$$x^{n+1} = \begin{cases} x^n, \\ f_j(x) \geq f_j(x^n) - \Delta_j, \\ f_i(x) \geq f_i(x^n) \quad (i \neq j). \end{cases} \tag{2}$$

이 때 n 번째 사이클에서 만족하는 목적식 j 의 중요도(π_j)는 0으로 설정하고 $(n+1)$ 사이클을 시작한다.

2.2. 예제 : Tire Tread Compound

Derringer and Suich(1980)가 소개한 다중반응표면 예제에 STEM을 적용하고자 한다. 예제의 목적은 3개의 화학성분(입력변수)을 조절하여 타이어의 성능과 관련된 4개의 반응변수를 최적화하는 것이다. 예제의 반응변수는 PICO Abrasion Index(Y_1), 200% Modulus(Y_2), Elongation at Break(Y_3), Hardness(Y_4)로 되어 있고, 입력변수 3개는 Hydrated Silica Level(X_1), Silane Coupling Agent Level(X_2), Sulfur Level(X_3)로 되어 있다. 반응변수와 입력변수의 관계는 실험데이터에 대한 회귀분석을 통하여 식 (3)과 같이 도출되었다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(x) &= 139.12 + 16.49x_1 + 17.88x_2 + 10.91x_3 - 4.01x_1^2 \\ &\quad - 3.45x_2^2 - 1.57x_3^2 + 5.13x_1x_2 + 7.13x_1x_3 \\ &\quad + 7.88x_2x_3 \\ \hat{y}_2(x) &= 1261.11 + 268.15x_1 + 246.50x_2 + 139.48x_3 \\ &\quad - 83.55x_1^2 - 124.79x_2^2 + 199.17x_3^2 + 69.38x_1x_2 \\ &\quad + 94.13x_1x_3 + 104.38x_2x_3 \\ \hat{y}_3(x) &= 400.38 - 99.67x_1 - 31.40x_2 - 73.92x_3 + 7.93x_1^2 \\ &\quad + 17.31x_2^2 + 0.43x_3^2 + 8.75x_1x_2 + 6.25x_1x_3 \\ &\quad + 1.25x_2x_3 \\ \hat{y}_4(x) &= 68.91 - 1.41x_1 + 4.32x_2 + 1.63x_3 + 1.56x_1^2 \\ &\quad + 0.06x_2^2 - 0.32x_3^2 - 1.63x_1x_2 + 0.13x_1x_3 \\ &\quad - 0.25x_2x_3 \end{aligned} \tag{3}$$

본 예제에서는 의사결정자의 선호도 정보가 그림 1과 같이 모든 반응변수에 대하여 미리 주어져 있다. Y_1 과 Y_2 는 망대특성을, Y_3 와 Y_4 는 망목특성을 띄고 있다. 각각의 변수는 주어진 범위 내에서 0에서 1사이의 만족도(0=최저, 1=최고)를 가지고 있다.

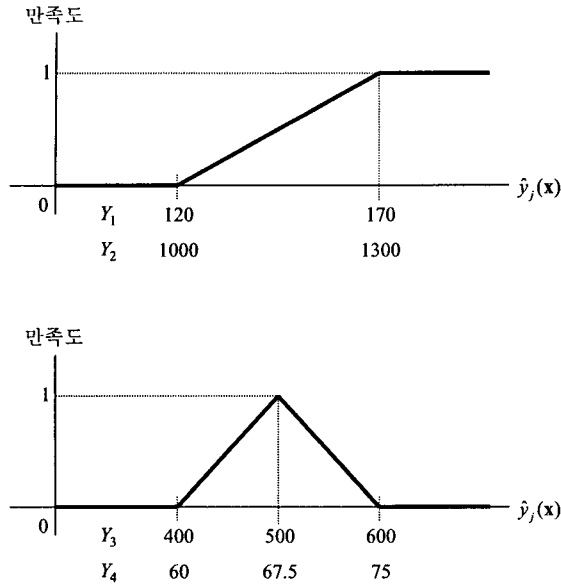


그림 1. 반응변수별 선호도

본 예제에 STEM을 적용하기 위해서는 선호도 정보를 단계적으로 제공해야 하므로 본 저자가 의사결정자의 입장에서 정보를 반영하였다. 각각의 반응변수에 대하여 만족도가 0이 되는 값 - Y_1 의 경우 120, Y_2 의 경우 1000, Y_3 의 경우 400과 600, Y_4 의 경우 60과 75 - 까지 완화하는 선호도 정보를 모형에 반영한다고 가정하였다. 이를 바탕으로 Y_2 과 Y_1 에 대하여 순차적으로 완화조건을 추가한 후 성공적으로 종료하였다. 식 (4)는 최종결과를 보여준다.

$$\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \hat{y}_4) = (12000, 100000, 501.36, 66.14)$$

$$x = (x_1, x_2, x_3) = (-0.40, -0.56, -0.45) \quad (4)$$

2.3 한계점 분석

그림 2에서 볼 수 있듯이, STEM은 n 번째 사이클에서 만족하는 목적식 $f_j(x^n)$ 을 Δ_j 만큼 완화할 경우, $f_j(x^n) - \Delta_j$ 부터 $f_j(x^n)$ 까지 선호도(만족도)가 일정하다는 것을 가정하고 있다. 그림 1과 같이 의사결정자의 선호도 정보가 불확실성을 가지고 있어서 주어진 범위 내에서 선호도가 변화할 경우 STEM은 특정값을 지정해야 하는 위험성을 가지고 있다. 의사결정자가 적절하지 못한 값을 지정할 경우 해가 도출되지 못한 채 종료될 가능성이 존재한다. 본 예제에서 각각의 반응변수에 대하여 만족도

가 0.5인 값까지 완화하는 정보를 입력할 경우에는 도출되지 않았다. 또한 선호도가 범위 내에서 일정하기 때문에 만족하지 못한 목적식을 개별 최적값까지 향상시키는 과정에서 만족하는 목적식이 최저 허용수준 - 범위의 경계값 - 까지 완화되는 경향이 있다. 본 예제 상황 뿐만 아니라 대부분의 의사결정 문제에서는 의사결정자의 선호도 정보가 불확실성을 포함하고 있는 경우는 매우 많으므로(Klein et al., 1990), 이를 고려할 필요가 있다.

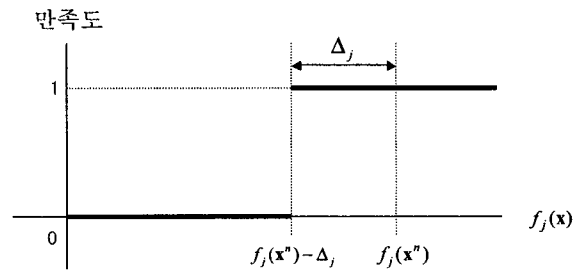


그림 2. STEM에서 선호도 정보 형태

3. 제안된 방법

제안된 방법은 STEM과 같이 계산 단계와 의사결정 단계로 구성되어 있다. 계산 단계에서 선호도 정보의 불확실성을 고려하기 위하여 퍼지집합 이론의 멤버십 함수를 도입하였다(Bellman and Zadeh, 1970; Zimmermann, 1978). 최적화 전략은 STEM의 목적식과 최적값 사이의 거리를 최소화하는 것을 유지하기 위하여 목적식별 멤버십 정도의 최소화값을 최대화하는 최소치최대화 전략을 취하였다. 의사결정 단계에서는 만족하는 목적식에 대한 완화 뿐만 아니라 만족하지 못하는 목적식에 대한 긴축도 함께 고려하여 선호도 정보의 제공경로를 다양하게 하였다.

3.1. 제안된 방법의 절차

Step 0: 초기 범위 설정

목적식별 초기 범위를 설정하는 단계이다. 주어진 제약조건 하에서 목적식의 물리적 가능 범위에 근거하여 식 (5)와 같이 목적식별 초기 범위를 설정하도록 한다.

$$f_j^{\min} = \min_x \{f_j(x)\}$$

$$f_j^{\max} = \max_x \{f_j(x)\} \quad (5)$$

Step 1: 계산 단계

목적식별 멤버십 함수를 정의한 후, 멤버십 정도의 최소값을 최대화하여 해를 찾는 단계이다.

(1) 멤버십 함수의 정의

$m_j^n(f_j(\mathbf{x}))$ 은 j 번째 목적식에 대하여 n 번째 사이클에서 정의된 멤버십 함수를 의미하며, 목적식의 만족도에 따라 0에서 1사이의 값을 할당하는 함수이다. 식 (6)은 망대특성인 경우의 멤버십 함수를 나타낸다. 여기서 s 는 이 함수의 형태를 결정하는 변수로, 가령 $s=1$ 인 경우에는 선형을, $0 < s < 1$ 이면 오목한 형태의 비선형을, $s > 1$ 이면 볼록한 형태의 비선형을 나타낸다.

$$m_j^n(f_j(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1, & \text{if } f_j(\mathbf{x}) > f_j^{\max} \\ 1 - \left[\frac{f_j^{\max} - f_j(\mathbf{x})}{f_j^{\max} - f_j^{\min}} \right]^s, & \text{if } f_j^{\min} < f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^{\max} \\ 0, & \text{if } f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^{\min} \end{cases} \quad (6)$$

(2) 멤버십 정도의 최소치최대화

식 (7)은 멤버십 정도의 최소값을 최대화하는 모형을 나타내고 있다.

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, \mathbf{x}} \quad & \lambda \\ \text{s.t.} \quad & m_j^n(f_j(\mathbf{x})) \geq \lambda, \quad \forall j \\ & \mathbf{x} \in \mathbf{X}, \quad \lambda \geq 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Step 2: 의사결정 단계

의사결정자가 Step 1에서 도출된 목적식의 값에 대하여 만족 여부를 판단하고 자신의 선호도 정보를 제공하는 단계이다.

(1) 모든 목적식의 만족 여부

의사결정자가 모든 목적식을 만족한다면 성공적으로 종료된다. 그렇지 않다면 선호

도 정보를 제공할 수 있는지를 판단한다.

(2) 선호도 정보의 제공 여부

의사결정자가 선호도 정보를 제공할 수 있다면 선호도 정보를 부여할 목적식을 선정한다. 그렇지 않다면 해를 도출하지 못한 채로 종료된다.

(3) 선호도 정보를 부여할 목적식 선정

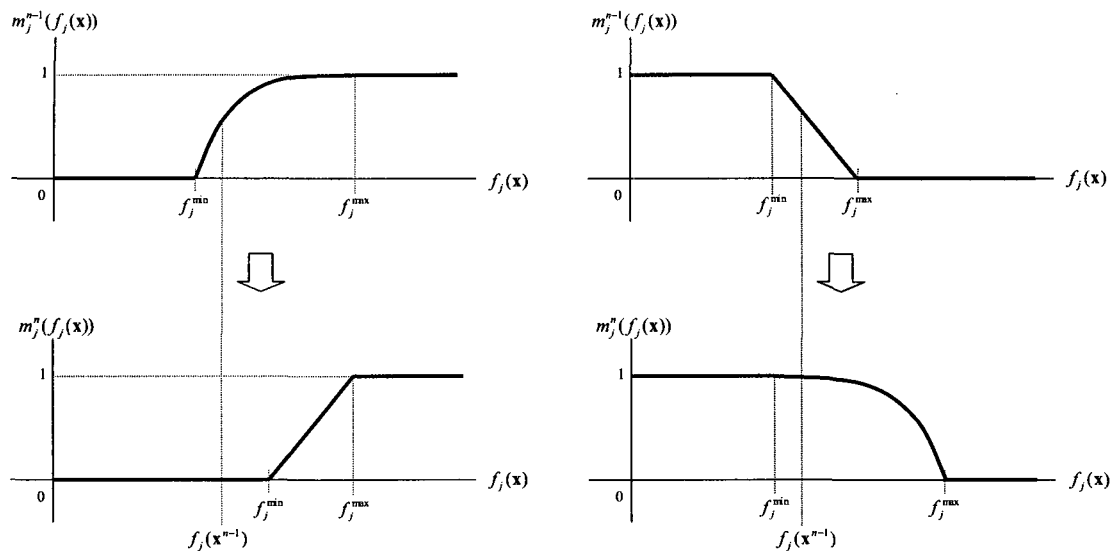
의사결정자가 선호도 정보를 부여할 목적식을 선정한다. 선호도 정보는 목적식의 범위와 멤버십 함수의 형태로 구성된다. 목적식의 범위는 만족하는 목적식에 대한 완화조건과 만족하지 못하는 목적식에 대한 긴축조건으로 나타내어 진다. 멤버십 함수의 형태는 크게 선형, 오목한 비선형, 그리고 볼록한 비선형으로 나타내어 진다.

(4) 선정된 목적식의 범위 및 멤버십 함수의 형태 재설정

의사결정자가 선정된 목적식의 범위 (f_j^{\max} , f_j^{\min}) 및 멤버십 함수의 형태를 재설정한다. 그림 3(a)는 만족하지 못한 목적식(망대특성)의 범위를 긴축하고 멤버십 함수의 형태를 오목한 비선형에서 선형으로 변경한 결과를 보여주고 있다. 그림 3(b)는 만족하는 목적식(망소특성)의 범위를 완화하고 멤버십 함수의 형태를 선형에서 오목한 비선형으로 변경한 결과를 보여주고 있다.

3.2. 예제: Tire Tread Compound

다음에는 Tire Tread Compound 예제에 제안된 방법을 적용하는 과정 및 결과가 구체적으로 제시되어 있다. 제안된 방법을 적용하는 과정에서 멤버십 함수의 형태는 예제와 동일하게 선형으로 고정하였다.



(a) 망대특성 : 긴축
 (b) 망소특성 : 완화
 그림 3. 목적식의 범위 및 멤버십 함수의 형태 재설정

Step 0: 초기 범위 설정

표 2는 본 예제의 반응변수별 초기 범위를 보여준다.

표 2. 예제 : 반응변수별 초기 범위

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Maximum	50.38	7.31	152.59	57.66
Minimum	242.69	3019.23	846.92	87.73

$$m_3^1(y_3(x)) = \begin{cases} 0, & \text{if } y_3(x) \leq 152.59 \\ & \text{or } y_3(x) > 846.92 \\ 1 - \frac{500.00 - y_3(x)}{500.00 - 152.59}, & \text{if } 152.59 < y_3(x) \leq 500.00 \\ 1 - \frac{y_3(x) - 500.00}{846.92 - 500.00}, & \text{if } 500.00 < y_3(x) \leq 846.92 \end{cases} \quad (8c)$$

$$m_4^1(y_4(x)) = \begin{cases} 0, & \text{if } y_4(x) \leq 57.66 \\ & \text{or } y_4(x) > 87.83 \\ 1 - \frac{67.50 - y_4(x)}{67.50 - 57.66}, & \text{if } 57.66 < y_4(x) \leq 67.50 \\ 1 - \frac{y_4(x) - 67.50}{87.83 - 67.50}, & \text{if } 67.50 < y_4(x) \leq 87.83 \end{cases} \quad (8d)$$

Iteration I

Step 1: 계산 단계

(1) 멤버십 함수의 정의

첫번째 사이클에서의 반응변수별 멤버십 함수 $m_j^1(\hat{y}_j(x))$ (이하 \hat{y}_j 는 y_j 로 표시)은 식 (8)과 같다.

$$m_1^1(y_1(x)) = \begin{cases} 1, & \text{if } y_1(x) > 242.69 \\ 1 - \frac{242.69 - y_1(x)}{242.69 - 50.38}, & \text{if } 50.38 < y_1(x) \leq 242.69 \\ 0, & \text{if } y_1(x) \leq 50.38 \end{cases} \quad (8a)$$

$$m_2^1(y_2(x)) = \begin{cases} 1, & \text{if } y_2(x) > 3019.23 \\ 1 - \frac{3019.23 - y_2(x)}{3019.23 - 7.31}, & \text{if } 7.31 < y_2(x) \leq 3019.23 \\ 0, & \text{if } y_2(x) \leq 7.31 \end{cases} \quad (8b)$$

(2) 멤버십 정도의 최소화 최대화

식 (9)는 첫번째 사이클에서의 최적화 모형을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \max_{(x, \lambda)} \quad & \lambda \\ \text{s.t.} \quad & m_j^1(y_j(x)) \geq \lambda, \quad j=1, 2, 3, 4. \\ & x \in X, \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 X 는 3개의 입력변수에 대한 제약 조건(실험범위),

$$\begin{aligned} -1.633 \leq x_1 \leq 1.633 \\ -1.633 \leq x_2 \leq 1.633 \\ -1.633 \leq x_3 \leq 1.633 \end{aligned} \quad (10)$$

을 의미한다. 식 (9)를 최적화한 결과는 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} y^1 = (y_1^1, y_2^1, y_3^1, y_4^1) &= (155.44, 1652.79, 345.80, 74.85) \\ x^1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1) &= (-0.409, 0.794, 1.063) \end{aligned} \quad (11)$$

Step 2: 의사결정 단계

Step 1에서 도출된 Y_1, Y_2, Y_4 의 값은 의사결정자가 잠재적으로 가지고 있는 선호도(그림 1 참고)에 근거하여 받아들일 수 있는 결과이지만, Y_3 는 그렇지 않다. 여기서 의사결정자는 만족하지 못하는 반응변수 Y_3 를 긴축하기 위하여 해당 범위를 그림 4와 같이 재설정하였다.

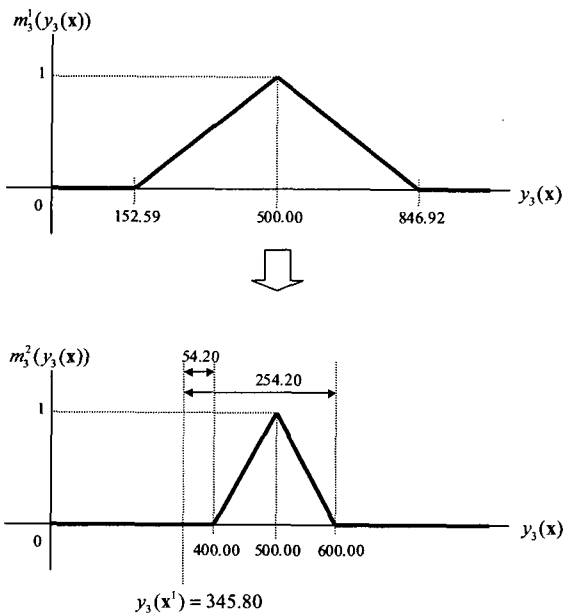


그림 4. 예제 : 반응변수 Y_3 의 긴축

Iteration II

Step 1: 계산 단계

(1) 멤버쉽 함수의 정의

두 번째 사이클에서의 반응변수별 멤버쉽 함수는 Y_1, Y_2, Y_4 의 경우는 동일하게 유지하고 Y_3 의 멤버쉽 함수는 식 (12)로 변경한다.

$$m_3^2(y_3(x)) = \begin{cases} 0, & \text{if } y_3(x) \leq 400.00 \\ & \text{or } y_3(x) > 600.00 \\ 1 - \left[\frac{500.00 - y_3(x)}{500.00 - 400.00} \right], & \text{if } 400.00 < y_3(x) \leq 500.00 \\ 1 - \left[\frac{y_3(x) - 500.00}{600.00 - 500.00} \right], & \text{if } 500.00 < y_3(x) \leq 600.00 \end{cases} \quad (12)$$

(2) 멤버쉽 정도의 최소화 최대화

식 (13)은 두번째 사이클에서의 최적화 모형을 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \max_{(s, \lambda)} \lambda \\ \text{s.t.} & \quad m_j^2(y_j(x)) \geq \lambda, \quad j=1, 2, 3, 4. \\ & \quad x \in X, \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

모형 (13)을 최적화한 결과는 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} y^* &= (y_1^*, y_2^*, y_3^*, y_4^*) = (135.88, 1340.30, 444.26, 70.55) \\ x^* &= (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0.032, 0.721, -0.827) \end{aligned} \quad (14)$$

Step 2: 의사결정 단계

Step 1에서 도출된 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 의 모든 값이 의사결정자가 잠재적으로 가지고 있는 선호도에 근거하여 받아들일 수 있는 결과이므로 성공적으로 종료하였다.

3.3. 제안된 방법의 특성

제안된 방법은 그림 5와 같이 주어진 범위 내에서 선호도가 변화하는 경우를 고려하고 있으므로 STEM의 경우와 달리 의사결정자가 특정값을 지정해야 하는 위험성을 줄일 수 있다. 그 결과 의도하지 않은 infeasibility를 없앨 수 있다. 또한 선호도 정보를 특정값으로 지정하지 않고 범위로 주어진 정보를 그대로 고려하므로 선호도 측면에서 균형적인 해를 도출한다.

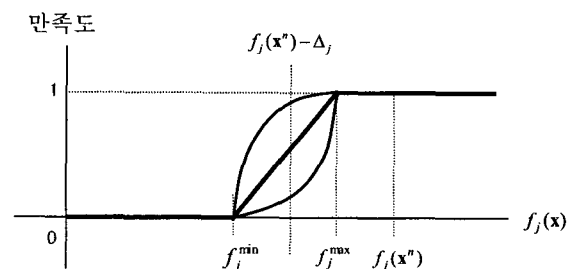


그림 5. 제안된 방법에서 선호도 정보 형태

4. 결론

본 논문에서는 상호작용적인 최적화 기법인 STEM의 한계점을 개선하는데 목적을 두고 있다. STEM은 의사결정자의 선호도 정보가 불확실성을 포함하고 있는 경우를 고려하지 않고 있다. 본 논문에서는 이러한 점을 개선하기 위하여 퍼지집합 이론의 멤버쉽 함수를 이용하여 STEM을 개선한 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 선호도가 변화하는 경우를 고려하여 문제해결력과 feasibility를 보다 향상시켰다.

추후 연구과제로 다음과 같은 사항을

들 수 있다. 제안된 방법에서는 의사결정자가 자신의 불확실성을 표현하기 위하여 단계별로 제공해야 하는 선호도 정보 - 목적식별 범위와 멤버쉽 함수의 형태 - 가 STEM에 비하여 다소 증가한다. 그러나 목적식별 범위 조정을 통해 멤버쉽 함수의 형태를 근사적으로 반영할 수 있으므로 목적식별 범위와 멤버쉽 함수의 형태와의 관계를 규명할 수 있다. 여기서 의사결정자의 부담 감소 측면과 선호도 정보의 정확성 측면의 손익(Trade-off)에 대한 연구가 필요할 것이다.

참고문헌

- Bellman, R.E. and Zadeh, L.A. (1970), "Decision-Making in a Fuzzy Environment," *Management Science*, Vol. 17(B), No. 4, 141-164.
- Bynayoun *et al.* (1971), "Linear Programming with Multiple Objective Function: Step Method (STEM)," *Mathematical Programming*, Vol. 1, 366-375.
- Derringer and Suich (1980), "Simultaneous Optimization of Several Response Variables," *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, 214-219.
- Klein *et al.* (1990), "Interactive Multi-Objective Optimization Under Uncertainty," *Management Science*, Vol. 36, No. 1, 58-75.
- Park *et al.* (2000), "Multi-Response Surface Optimization and Multi-Objective Optimization: Relationships and Directions," *New Frontiers of Decision Making for the Information Technology Era* (Eds. Shi and Zeleny), World Scientific Publishing, Singapore, 289-303.
- Zimmermann, H.J. (1978), "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, 45-55.