

Space-Time Block Code에서의 코드워드(codeword)가 완전계수(Full-Rank)가 아닌 경우에 관한 연구

이은희, 김종성, 최병태

한국전자통신연구원

전화 :042-860-6621/핸드폰 :016-298-2138

A Study on codeword's nonfull-Rank in Space-Time Block Code

Eun-Hee Lee, Jong-Seong Kim, Beng-Tae Choi

Electronics and Telecommunications Research institute

eunhee@etri.re.kr

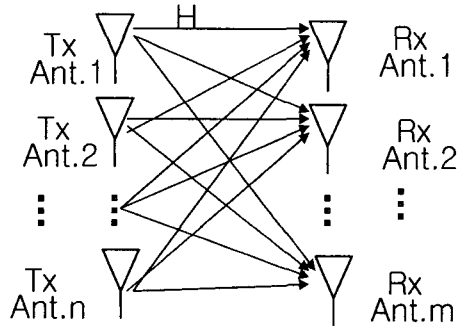
요 약

본 논문에서는 공간-시간 블록 부호디자인(Space-Time Block Code) 관점에서 직교-디자인(Orthogonal-design) 즉, 최소거리가 5이면서 완전-계수(Full-Rank)인 디자인을 비교대상으로 완전-계수(Full-Rank)가 아니면서 최소거리가 5와7인 두 부호에 관하여 연구되어졌다.

I. 서론

인터넷과 멀티미디어 서비스의 폭발적인 증가에 따라 고속데이터 서비스는 차세대 시스템의 주요한 부분으로 부각이 되고 있다. 한 예로 다중 송수신 안테나를 이용한 공간-시간 부호(Space-Time Code)가 있다. 그 중 한 분야로 공간-시간 블록 부호(Space-Time Block Code)가 있다. 【그림 1】는 MIMO(multi-input,multi-output) 채널을 사용한 공간-시간 부호(Space-Time Code)의 채널모델이며 각각의 예로, 송신 안테나 수가 n 이고, 수신 안테나 수가 m 인 경우를 나타내고 있다. 각 송신 안테나에 서로 다른 데이터 신호 x_1, x_2, \dots, x_n 신호를 송신 하게 된다. 이렇게 송신 안테나마다 다른 송신 신호를 송신함으로써 기존 시스템 보다 송신 안테나 수 n 만큼 더 많은 데이터를 송신하게 된다. 이렇게 송신된 신호는 수신안테나로의 채널 H 를 겪어 수신되게 된다. 수신된 신호는 원하는 신호와 간섭신호가 중첩된, 즉 각 송신안테나 신호가 원하는 신

호인 동시에 간섭신호의 역할을 하게 되는 형태를 띠게 된다. 이러한 형태의 신호는 다양한 형태의 다중 사용자 수신기를 통해 원하는 신호를 복원해 낼 수 있다.



【그림 1】 채널 모델

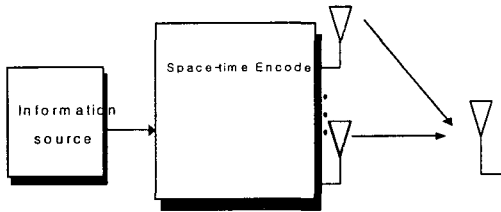
본 논문에서는 코드워드(Codeword)의 길이가 완전-계수(Full-Rank)인 경우에는 기존에 성능이나 디자인 관점에

서도 우수한 직교-디자인(orthogonal-design)을 사용하였다. 기존의 연구 관점을 만족시키지 않는, 코드워드 (Codeword)의 길이가 완전-계수(Full-Rank)가 아닌 경우에 관하여, 즉 코드워드(Codeword)의 길이가 nonfull-Rank 이면서 최소거리가 5와 7인 두 경우에 관하여 연구되어졌다.

II. 본 론

II-1.Space-Time Code Based on Orthogonal Design

[6]에서 Tarokh, Jafarkhai, Calderbank는 Orthogonal Design을 이용한 공간-시간 부호(Space-Time Code)를 제안하였다. 공간-시간 부호의 신호 행렬로서 이러한 직교 디자인 (Orthogonal Design)을 이용하게 되면 여러 측면에서 장점이 있다.



【그림 2】 Space-Time Block Coding 송신기 구조

송신 데이터 심볼 x_1 과 x_2 는 아래와 같은 시간과 공간을 이용한 부호화 과정을 거친후 각 안테나에 보내어진다.

$$\begin{matrix} \text{Anti 1} & \text{Anti 2} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{Time 1} & \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \\ \text{Time 2} & \begin{bmatrix} -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \end{matrix}$$

【그림2】를 설명하면, 이로부터 얻어지는 수신신호는 아래와 같이 표시 할 수 있다.

$$r_1 = h_1 x_1 + h_2 x_2 + n_1$$

$$r_2 = -h_1 x_2^* + h_2 x_1^* + n_2$$

여기서 r_1, r_2 은 각각 symbol time 1,2에 수신된 신호를 나타내며 n_1 과 n_2 은 각각 가우시안 노이즈이다. 이렇게 수신된 신호는 ML(Maximum Likelihood) Decoding 과정에 의해 송신데이터 심볼의 추정치를 얻을 수 있다.

$$\hat{x}_1 = r_1 h_1^* + r_2^* h_2 = (|h_1|^2 + |h_2|^2) x_1 + n_1 h_1^* + n_2^* h_2$$

$$\hat{x}_2 = r_1 h_2^* - r_2^* h_1 = (|h_1|^2 + |h_2|^2) x_2 + n_1 h_2^* - n_2^* h_1$$

위에서 가정한 코드워드(codeword)를 orthogonal 행렬이라고 한다면 추정된 송신데이터는 아래와 같다.

$$\hat{x}_1 = (r_1 + r_2) h_1^* = 2 |h_1|^2 x_1 + (n_1 + n_2) h_1^*$$

$$\hat{x}_2 = (r_1 - r_2) h_2^* = 2 |h_2|^2 x_2 + (n_1 - n_2) h_2^*$$

위 식에서 알 수 있듯이 orthogonal 구조에서는 수신기의 구조가 간단해 질 수 있다는 것을 알 수 있다.

II-2. Space-Time Code Based on non-Full Rank Design

공간-시간 부호의 우수한 디자인 조건은 완전-계수(Full-Rank)에 의한 다이버시티(Full-Diversity)를 갖고 가능한한 최대의 코딩이득(Coding Gain)을 되도록 하는 것이다. 하지만 본 논문에서는 완전-계수(Full-Rank) 형태를 갖추지 않은 부호에서의 성능이 어떻게 달라지는지를 관찰하였다.

II-2-1. Full-Rank가 아니면서 최소 거리 (minimal-distance)가 5인 디자인.

우수한 디자인 조건에 만족하는 코드를 구성하기 위해 먼저 4×4 행렬을 펼쳐 코드의 길이가 16인 코드를 구성하였다. [5]에 따르면, GF(2^m)의 0이 아닌 elements 2^m-1는 x^{2^m-1}+1의 근으로 구성 할 수 있으므로, GF(2^m)의 elements는 X^{2^m}+X의 근으로 구성 할 수 있다 minimal polynomials는 【표 1】와 같이 구성할 수 있으며, 최소 거리가 5이므로 각각의 생성 다항식은 식(1), (2)와 같이 구할 수 있다.

$$g_1(x) = (x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad (1)$$

$$g_2(x) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad (2)$$

식(1)는 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_1(x) = x^8 + x^4 + x^2 + x + 1 \quad (3)$$

식(3)을 행렬로 나타내면 【표 2】와 같다.

conjugate roots	minimal polynomials
{0}	$x+1$
{1,2,4,8}	x^4+x^3+1
{3,6,12,9}	$x^4+x^3+x^2+x+1$
{5,10}	x^2+x+1
{7,14,13,11}	x^4+x+1

【표 1】 minimal polynomial

1110100010000000	$g_1(x)$
0111010001000000	$x g_1(x)$
0011101000100000	$x^2 g_1(x)$
0001110100010000	$x^3 g_1(x)$
0000111010001000	$x^4 g_1(x)$
0000011101000100	$x^5 g_1(x)$

【표 2】 생성 다항식

식(2)의 상수항에 해당하는 부분이 행렬의 가장 왼쪽에 해당한다.

【표2】의 코드는 선형 코드(linear code)가 된다. 이 식으로 이끌어 낼 수 있는 코드는 2^7 개 중 determinant가 큰 값 2^4 개만을 뽑아서 사용하였다.

II-2-2. Full-Rank가 아니면서 최소 거리 (minimal-distance)가 7인 디자인.

최소 거리가 7이므로, 생성 다항식은 식(4),(5)와 같다.

$$g_1(x) = (x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) \quad (4)$$

$$g_2(x) = (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x + 1) \quad (5)$$

식(4)에 의해 아래의 행렬을 나타낼 수 있다. 식(4)은 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_1(x) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^5 + x^2 + x + 1 \quad (6)$$

식(6)을 행렬로 나타내면 【표 3】과 같다. 식(6)의 상수항에 해당하는 부분이 행렬의 가장 왼쪽에 해당한다.

【표3】은 선형 코드(linear code)가 된다. 이 부호에 임의의 0과1을 삽입하여 길이가 16인 부호를

구성하였다.

이 식으로 이끌어 낼 수 있는 부호는 2^5 개 중 완전-계수(Full-Rank)가 아니면서 determinant값이 큰 2^4 개만을 뽑아서 사용하였다.

1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0	$g_1(x)$
0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0	$x g_1(x)$
0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0	$x^2 g_1(x)$
0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0	$x^3 g_1(x)$
0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1	$x^4 g_1(x)$

【표 3】 생성 다항식

III.모의 실험

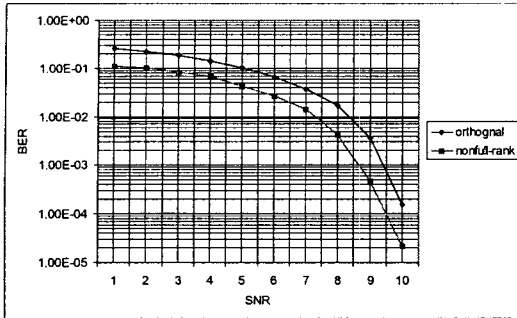
실험 환경을 살펴보면, 잡음은 평균이 0이고 분산이

$\frac{N_0}{2}$ 인 가우시안 분포를 사용하였다. 페이딩 상수는 평

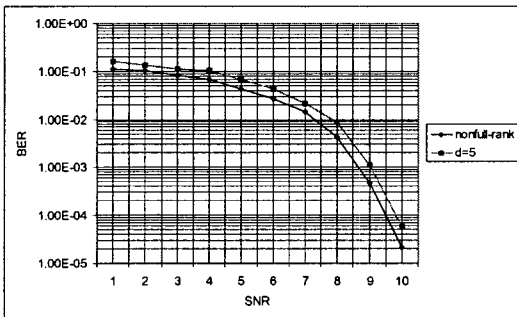
균이 0이고 분산이 0.5를 가진 가우시안 분포이다. 이 부호의 프레임 길이는 128심벌(symbol)을 사용하였다. 본 논문에서는 수신 안테나 4개와 전송 안테나 4개를 고려하였다. 하나의 프레임에서 다른 프레임으로 이동하는 동안 페이딩 상수가 일정한 상태인 채널을 느린 페이딩 환경(slowly fading environment)이라 하며, 본 논문에서는 느린 페이딩 환경(slowly fading environment)을 고려하였다.

[6]에서 제한된 이론인 직교-디자인(orthogonal-design)에 관하여 실험하였다. 이 부호는 최소거리가 4이며, 공간-시간 부호의 우수한 디자인 조건을 만족하는 부호이기 때문에 비교 대상으로 선정하였다.

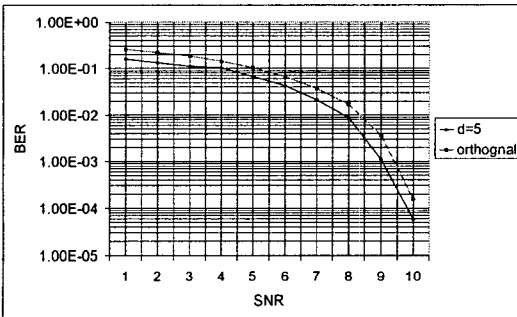
제안되어진 부호는 초소거리가 4이면, 공간-시간부호의 우수한 디자인 조건으로 연구되어지던 이론을 약간 수정하여 구성되어진 부호이다. 이 부호를 구성할 때 길이가 $x^{2m-1} + 1$ 이므로 임의의 0혹은 1을 선정하여 길이가 $x^{2m} + x$ 인 부호로 구성하였다. 이 경우 패리티를 맞추어 부호를 구성해도 성능에는 무관하기 때문에 임의의 0혹은 1을 삽입하여 구성하였다.



【결과 1】 orthogonal인 부호와 non-full 이면서 최소거리가 5인부호.



【결과 2】 non-full 이면서 최소거리가 5와7인 부호



【결과 3】 orthogonal인 부호와 non-full rank이면서 최소거리가 5인부호

VII. 결론 및 향후과제.

세 부호 즉 직교 디자인, full-rank가 아닌 경우의 최소거리가 5인 부호, full-rank가 아닌 경우의 최소거리가 7인 부호,의 비교는 그림에서 보는 바와 같이 full-rank가 아닌 경우의 부호가 성능 면에서 우수하게 나타났다.

이 세 부호는 성능 면에서 full-rank가 아닌 경우의 최소거리가 7인 부호가 좋게 나타났으며 다음은 최소거리가 5인 부호, 직교 디자인 순서로 성능이 나타났다.

이 세 부호의 성능의 결과와 같이 나타나는 이유는 우수한 디자인 조건이 실제와는 달리 two-codeword error probability 일 때를 가정하였기 때문이다.

향후 연구 과제로 송신기와 수신기에 대하여 채널을 모를 경우 보통 하나의 송신 안테나를 이용한 통신에서는 차분 변조(differential modulation) 기법을 이용하는데, 다수의 송신 안테나를 이용한 통신에서는 어떻게 해야 하는가에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다.

VII. 참고 문헌

[1]G. J. Foschini Jr, "Layered Space-Time Architecture for wireless Communication in a Fading Environment When Using Multi-element Antennas", *AT&T-Bell Labs Tech Journal* . Vol. No 2 .pp. Autumn 1996.

[2]G. D Golden. G. J. Foschini. R. A. Valenzuela and P. W .Wolniansky, "Detection Algorithm and Initial laboratory Results using V-BLAST Space-Time Communication Architecture", *IEEE Electronics Letters*, Vol 35 No. 1. pp14-16, Jan. 1999.

[3]V. Tarokh, N. Seshadriand, A. R. Calderbank, "Space-Time Code for Data Rate wireless Communication : Performance Criterion and Code Construction", *IEEE Trans on Info Theory*. Vol. 44, No. 2, Mar.1998.

[4] .H. Winters."On the Capacity of Radio Communication Systems with diversity in a Rayleigh fading environment" *IEEE Journal on Sel.Areas in Commun*. Vol SAC -5, No 5. June 1987.

[5]S. Lin, D. J. Costello, "Error Control Coding Fundamentals and Applications", Prentice Hall, 1983.

[6]Vaid Tarokh, Hamid Jarfarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs", *IEEE Transactions On Information Theory* Vol 45, No 5. July 1999.

[7]V. Tarokh, N. Seshadriand, A. R. Calderbank, "Space-Time codes for high data Rate Wireless communication : Code Construction", *IEEE* 1997.