

주성분분석과 침도에서의 그레이 블록 거리 알고리즘을 이용한 영상분류

홍준식

홍익대학교 전자·전기·컴퓨터 공학부
e-mail:jnskhong@dreamwiz.com

Image Classification Using Grey Block Distance Algorithms for Principal Component Analysis and Kurtosis

Jun-Sik Hong

Dept. of Electronic, Electrical & Computer Engineering, Hongik University

요 약

본 논문에서는 주성분분석(*principal component analysis*; 이하 PCA) 및 침도(Kurtosis)에서의 그레이 블록 거리 알고리즘(*grey block algorithms*; 이하 GBD)을 이용, 영상간의 거리를 측정하여 어느 정도 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하여 영상 분류가 되는지 모의실험을 통하여 확인하고자 한다. 모의실험 결과로부터, PCA에서는 k 가 9에서 상대적 식별이 불가능함을 보였고, 침도에서는 k 가 4까지만 블록을 분할 할 수 있음을 모의실험을 통하여 확인할 수 있었다.

1. 서론

PCA[1]은 그림 1에 나타난 것처럼 데이터 점의 군(群)이 최대한 일직선으로 뻗어 나갈 때 방향을 알아내는 방법이다.

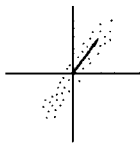


그림 1. Direction of stretch in data

데이터 집합의 주성분을 구하는 일반적인 방법은 데이터 상관행렬의 고유 벡터를 계산하는 것이다. 원 데이터에 대한 공분산 행렬(covariance matrix) C 를 만든 다음, 이 행렬의 고유 벡터와 고유 값을 계산한다. 데이터 집합이 X 이고 샘플 데이터 집합의 수학적 기대값이 $\mu = E(x)$ 일 때, 원 공분산 행렬 C 는 실제 계산에서는 식 (1)과 같이 추정 \hat{C} 로 대체된다.

$$\hat{C} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})(x_i - \hat{\mu})^T \quad (1)$$

여기서, x_i 는 표본 벡터이며 $\hat{\mu}$ 는 샘플 데이터 집합의

추정 평균이다. PCA는 가능한 많은 정보를 함축하고 있는 고유 값을 선택하는 방식으로 \hat{C} 의 고유 값 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 및 고유벡터 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 을 사용한다. 몇 개의 고유 값을 선택할지는 \hat{C} 의 고유 값의 크기에 의해 좌우된다. 이러한 방법으로 선택된 고유벡터는 새로운 컬러 기저가 된다. 컬러 기저 벡터의 크기는 $p \times s$ 이다. 여기서 p 는 기저에 해당하는 수이며, s 는 원 스펙트라의 길이에 해당한다. 곱셈 행렬의 크기는 $s \times m$ 이 된다. 여기서 m 은 원 영상에서 화소의 개수이다. 기저 p 의 값은 임의로 선택할 수 있으나 상대적으로 낮은 기저가 바람직하다. 선택된 고유벡터 p 의 개수는 n 보다는 적다. 이 고유 벡터로부터 데이터 군이 최대한 일직선으로 뻗어 나가는 방향을 알아낼 수 있다. 즉, 고유 벡터 상에 데이터를 투영한 것이 바로 주성분이다. 고유벡터에 대응되는 고유 값은 각각 주성분이 나타내는 정보의 양을 가리킨다. 고유 값이 큰 주성분일수록 상대적으로 더 풍부한 정보를 함축하고 있으며 데이터간 관계에 대해 더 많은 정보를 알아낼 수 있다. 한편, 압축을 위해서는 행렬 $x^T u_i$ 와 고유벡터 $u_i, i=1, \dots, p$ 가 필요하다. 데이터 복원 시, 원 데이터에 대한 추정은 식 (2)를 사용하여 구할 수 있다.

$$x^* = \sum_{i=1}^p (x^T u_i) u_i \quad (2)$$

한편, 미지의 값을 구하기 위한 방법 중에 대조 함수 침도[2-4] $kurt(\nu)$ 를 사용하는데, 이것은 임의의 랜덤 변수 ν 에 대해서 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$kurt(\nu) = (E\{\nu^4\} - 3\{E\{\nu^2\}\})^2 \quad (3)$$

여기서, $E\{\cdot\}$ 는 기대값이다. 랜덤 변수 ν 가 1로 변환한다면 우측은 $E\{\nu^4\} - 3$ 으로 단순화되며, 4차 모멘트 $E\{\nu^4\}$ 로 정규화 된 것을 나타낸다.

본 연구에서는 PCA 및 침도에서의 거리 측정[5]을 통하여 영상을 분류하고자 한다. 대부분 영상 비교 [6]을 위해 신호잡음대비(signal-to-noise ratio; SNR)나 평균 제곱 방식을 사용하지만, 본 논문에서는 영상 분류에서 좋은 특징을 제공해 주는 다중해상도에 의한 거리 측정 방법으로 GBD 알고리즘[7]을 이용하여, PCA 및 침도에서의 영상간의 거리를 측정하여 어느 정도 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하여 영상 분류가 되는지 모의실험을 통하여 확인하고자 한다.

본 논문의 구성은 서론에 이어 2장에서는 PCA 및 침도에 의한 영상 분류를, 3장에서는 다중해상도 거리 측정을 설명한다. 4장에서는 모의실험 및 결과를 고찰하고, 마지막으로 결론 및 향후과제는 5장에서 다루었다.

2. 본 론

2.1 PCA에 의한 영상 분류

PCA에 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록선도는 그림 2와 같다 여기서 O_1, O_2, O_3 는 원영상이고

X_1, X_2, X_3 는 원영상에 임의의 행렬을 곱해서 나타난 혼합 영상이며, Y_1, Y_2, Y_3 는 혼합영상을 PCA를 이용하여 분류된 영상이다. 그림 2의 동작은 다음과 같다. 먼저 원영상 O_1, O_2, O_3 에 임의의 랜덤행렬(3,3)을 곱해서 혼합 영상 X_1, X_2, X_3 를 얻고, 알고리즘[8]을 사용하여 PCA에 의해 분류된 영상 Y_1, Y_2, Y_3 를 얻는다. 그림 3은 256×256 크기를 갖는 원 영상이고, 그림 4는 PCA에 의해 분류된 영상을 나타낸 것이다.

2.2 침도에 의한 영상 분류

침도에서 non-gaussian의 측정은 독립성분석(independent component analysis; 이하 ICA)[9,10]과는 다르게 절대값에 의해 측정된다. 이 측정된 값에 의하여 영상간의 거리를 측정한다.

또한, ICA는 PCA의 확장이고, non-gaussian으로 변환되는 기법으로 이를 토대로 하여 침도와 비교하여 영상간의 거리를 측정할 수 있다. 하지만, ICA와 침도는 선형적인 성질을 따르기 때문에 단순화하여 사용할 수 있지만, ICA는 고차 모멘트에, 침도는 4차 모멘트에 사용되는 것이 다르다. 만약 x_1 과 x_2 가 독립 랜덤 변수이면, 식(4) 및 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$kurt(x_1 + x_2) = kurt(x_1) + kurt(x_2) \quad (5)$$

$$kurt(ax_1) = a^4 kurt(x_1) \quad (6)$$

여기서, a 는 스칼라이다.

따라서, ICA 모델에서, 독립성분 s_1, s_2 가 침도에서는 $kurt(s_1), kurt(s_2)$ 의 값으로 주어지는 것을 알 수 있다. 그림 3의 원 영상에 식 (3)을 적용하여 침도에 의해 분류된 영상을 나타낸 것이 그림 5이다. 그림 5에서 분류된 영상이 어렵게 나타난 것은 침도가 가지고 있는 특성에 의해 영상 분류 시 매우 민감한 반응을 나타내기 때문이다.

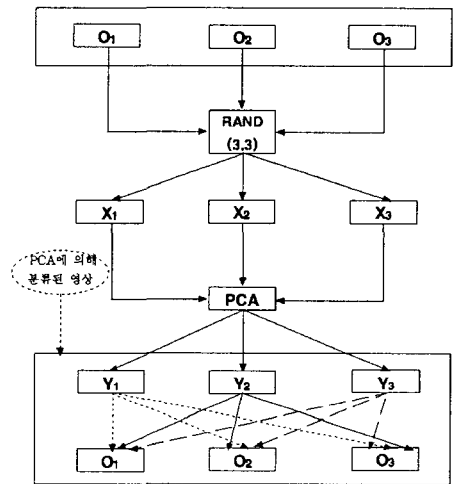


그림 2. ICA에 의해 분류된 영상을 나타내기 위한 블록선도

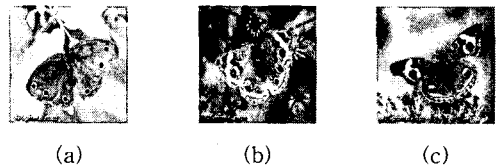


그림 3. 원 영상

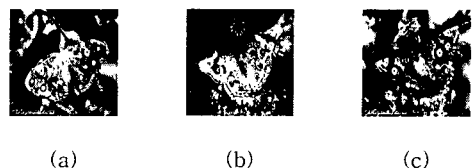


그림 4. PCA에 의해 분류된 영상

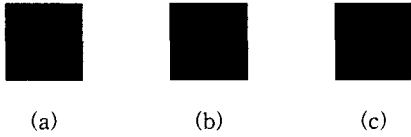


그림 5. 줌도에 의해 분류된 영상

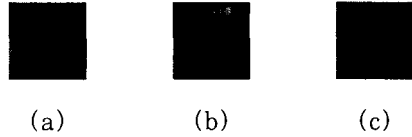


그림 6. 그림 4에서의 그레이 블록 ($k=3$)

3. 다중해상도 거리 측정

PCA 및 줌도에 의해 분류된 영상을 GBD 알고리즘을 이용하여 영상간의 거리를 측정하기 위해서는 각 영상은 주어진 해상도의 블록에 의해 완전하게 덮여져 있어야 하며, 주어진 해상도에 블록의 최대 직경은 스칼라 k 가 증가하면 제로에 접근해야 하는 조건을 만족하여야 한다.

영상을 각각 I_1, I_2, I_3 라하고, I_1, I_2, I_3 에서의 평균 명암도가 각각 g_1, g_2, g_3 로 주어질 때, 영상간의 성질은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

- $(I_1, I_2) = 0$ 이면, $|g_1, g_2| = 0$.
- $(I_1, I_2) = (I_2, I_1)$ 이면, $|g_1 - g_2| = |g_2 - g_1|$.
- $(I_1, I_3) \leq (I_1, I_2) + (I_2, I_3)$ 이고,
 $|g_1 - g_3| \leq |g_1 - g_2| + |g_2 - g_3|$.

따라서, GBD 알고리즘에서 영상간의 성질은 거리 측정을 만족시키는 것을 알 수 있다.

4. 모의실험 및 결과

본 절에서는 GBD 알고리즘을 이용하여 PCA 및 줌도에 서의 영상간의 거리를 측정하여 어느 정도 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하여 영상 분류가 되는지 모의실험을 통하여 확인하고자 한다.

영상간의 거리를 측정하여 상대적 식별을 판단하기 위해서 먼저, 주어진 원 영상의 해상도를 영상 크기에 의해 정해진 k 에 따라 영상간의 거리를 측정한다. 그리고, k 가 증가하게 되면 측정 거리가 감소하는지 알아본다. 다음에, 가장 큰 k 의 거리 측정값으로부터 가장 작은 거리 측정값을 우선 식별의 순서를 정하고, 가장 큰 거리 측정값을 마지막으로 식별의 순서를 정한다. 이렇게 하여 k 가 1이 될 때까지 식별의 순서를 정하여 앞서 측정한 k 의 거리 측정값과 식별의 순서를 비교하여 일치하면 식별이 가능하고, 그렇지 않으면 식별이 불가능하므로 상대적 식별을 판단할 수 있다.

그림 6과 7은 그림 4와 5에서 k 가 3일 때의 그레이 블록을 나타낸 것이다. 그림 6(a)는 그림 4(a)의 그레이 블록이고, 그림 6(b)는 그림 4(b)의 그레이 블록이며, 그림 6(c)는 그림 4(c)의 그레이 블록이다. 한편, 그림 7(a)는 그림 5(a)의 그레이 블록이고, 그림 7(b)는 그림 5(b)의 그레이 블록이며, 그림 7(c)는 그림 5(c)의 그레이 블록을 나타내었다.

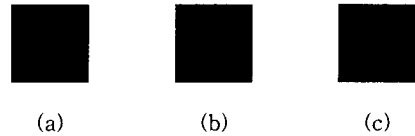


그림 7. 그림 5에서의 그레이 블록 ($k=3$)

아래의 표 1과 2는 그림 3의 원영상을 GBD 알고리즘을 이용하여 ICA 및 줌도에서의 영상간의 거리 측정을 모의실험을 통하여 나타낸 것이다.

표 1과 2에서 영상간의 거리 측정 결과, k 에 따른 측정 거리 값이 순차적으로 구분이 불가능함을 확인할 수 있었다. PCA에서는 k 가 9에서 영상간의 상대적 식별이 불가능함을 보였으며, 줌도에서는 k 가 4까지만 블록을 분할 할 수 있었으나 5이상 일 때는 영상간의 거리측정이 불가능함을 보이는 것을 모의실험을 통하여 확인하였다. 이는 측정된 값이 영상들로부터 측정될 때에 줌도 분포의 꼬리에서 영상 분류 시 매우 민감한 반응을 나타내었다. 따라서, k 가 5이상 일 때의 측정 거리 값은 0의 값을 가지게 되어 영상간의 상대적 식별은 k 가 4까지만 블록을 분할 할 수 있었다.

표 1. GBD 알고리즘을 이용한 PCA에서의 영상간의 거리측정

k	측정 거리		
	그림 3(a)와 그림 3(b)	그림 3(a)와 그림 3(c)	그림 3(b)와 그림 3(c)
1	3.6529×10^6	1.2241×10^6	3.4061×10^6
2	2.4280×10^5	2.8103×10^5	1.8455×10^5
3	1.8455×10^4	1.7271×10^4	2.0715×10^4
4	1.4116×10^3	1.3386×10^3	1.5618×10^3
5	104.5222	108.6795	103.9516
6	7.3335	7.3315	7.1401
7	0.5016	0.4995	0.4894
8	0.0326	0.0326	0.0318
9	0.0021	0.0021	0.0021

(k : 2^k 의 블록을 나눈 수)

표 2. GBD 알고리즘을 이용한 줌도에서의 영상간의 거리 측정

k	측정 거리		
	그림 2(a)와 그림 2(b)	그림 2(a)와 그림 2(c)	그림 2(b)와 그림 2(c)
1	3.7757×10^5	4.0725×10^5	2.9681×10^4
2	1.2313×10^4	1.0429×10^4	8.4400×10^3
3	1.5838×10^3	1.8556×10^3	2.9702×10^3
4	218.0896	221.1161	224.5961
5	15.4760	NaN	NaN
6	NaN	"	"
7	"	"	"
8	"	"	"
9	"	"	"

(k : 2^k 의 블록을 나눈 수)

5. 결론 및 향후과제

본 논문에서는 GBD 알고리즘을 이용하여 주성분분석 및 줌도에서의 영상간의 거리를 측정하여 어느 정도 영상간의 상대적 식별을 용이하게 하여 영상 분류가 되는지 모의실험을 통하여 확인하였다. 모의실험 결과로부터, PCA에서는 k가 9에서 영상간의 상대적 식별이 불가능하였고, 또한 줌도에서는 k가 4까지만 블록을 분할 할 수 있었다. 이는 PCA에서는 임의의 차원을 일반화 할 수 있는 것을 보여 주지만, 줌도에서는 측정된 값이 영상들로부터 측정될 때에 줌도 분포의 꼬리에서 영상 분류 시 매우 민감한 반응을 나타내기 때문이었다.

향후 과제로는 상대적 식별을 더 용이하게 하기 위한 알고리즘에 대한 연구가 필요하며, 활용방안으로는 PCA를 이용한 분야로는 영상인식, 신호처리 등에, 줌도를 이용한 분야로는 PCA 및 ICA와 관련된 분야에서 non-gaussian의 측정으로서 광범위하게 응용될 수 있다.

참고문헌

- [1]Parkkinen, J., Jaaskelainen, T., "Color Representation Using Statistical Pattern Recognition," *Applied Optics*, vol. 26, no.19, pp.4240-4245, 1987.
- [2]Delosse, N and Loubaton, P., "Adaptive blind separation of independent sources: a deflation approach," *Signal Processing* Vol. 45, pp.59-83, 1995.
- [3]Drobnik, D., "On minimum entropy deconvolution," *In Applied Time Series Analysis II*, pp.565-608. Academic Press, 1981.
- [4]Huber, P, J., "Projection pursuit," *The Annals of Statistics*, 13(2): pp.435-475, 1985.
- [5]Gonzalez, R and Woods, R., "Digital image processing", *Addison Wesley Co*, 1982..

- [6]Fisher, Y., "Fractal Image Compression", *Berlin, Germany: Springer-Verlag*, 1994.
- [7]Juffs, P, Beggs, E and Deravi, F., "A Multiresolution Distance Measure for Images", *IEEE signal processing letters*, Vol.5, No.6, 138-140,1998.
- [8]Hyvarinen, A. and Oja, E., "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation* Vol. 9, No. 7, pp.1483-1492, 1997.
- [9]Lee, T, W., "Independent Component Analysis Theory and Applications," *Kluwer Academic Publishers*, 1994.
- [10]Amari, S, Cichocki, A and Yang, H, H., "A new learning algorithm for blind source separation," *In advances in Neural information Processing*, Vol. 8, pp.757-763, 1996.