

평균곡률 확산을 이용한 에지 보존 필터링

예철수*, 김경옥*, 이쾌희**

*한국전자통신연구원 공간영상정보연구팀

**서강대학교 전자공학과

e-mail : csye@etri.re.kr, kokim@etri.re.kr, khlee@sogang.ac.kr

Edge-preserving filtering using mean curvature diffusion

Chul-Soo Ye*, Kyoung-Ok Kim*, Kwae-Hi Lee**

* Spatial Imagery Information Research Team, ETRI

**Dept. of Electronic Engineering, Sogang University

요 약

본 논문에서는 anisotropic diffusion 방법의 일종인 평균곡률 확산(Mean Curvature Diffusion) 방법을 이용하여 영상에 포함된 잡음은 제거하고 동시에 에지는 보존하는 기법을 제안한다. 평균곡률 확산은 2 차원 영상의 밝기값을 3 차원 공간상의 z 좌표에 대응시켜 영상의 밝기값에 대응하는 공간 상의 곡면을 구성하고 이 곡면을 평균곡률에 비례하는 속도로 확산시킨다. 확산이 진행되면서 평균곡률이 영이 되는 에지에서는 확산이 발생하지 않고 잡음 등의 영향이 많은 에지 이외의 영역에서는 확산이 빠른 속도로 진행된다. 기존의 평균곡률 확산 방법의 성능을 개선하기 위해 최소/최대 흐름 방법을 평균곡률 확산 방법과 결합시키고 영상의 2 차 도함수를 사용하여 얇은 에지를 보존하였다. 실험을 통해 제안한 방법이 기존의 방법보다 잡음 제거와 에지 보존 성능이 우수함을 확인할 수 있었다.

1. 서론

Anisotropic diffusion 은 잡음 제거, 영상 분할, 에지 검출, 그리고 영상 개선을 위한 매우 유용한 방법으로 알려졌으며 많은 관련 연구가 이루어져 왔다. Anisotropic diffusion 을 통해 영상 $I_0(x, y)$ 는 식 (1)로 주어지는 편미분 방정식을 통해 확산된다.

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \nabla \cdot [c(|\nabla I(x, y, t)|) \nabla I(x, y, t)] \quad (1)$$
$$I(x, y, 0) = I_0(x, y).$$

확산계수 $c(|\nabla I|)$ 은 그래디언트의 크기에 관한 함수이며 영상에서 밝기값의 변화가 적은 부분에서는 큰 값을 갖도록, 에지 등과 같이 밝기값의 변화가 많은 부분에서는 작은 값을 갖도록 한다.

대표적인 확산 모델인 Perona-Malik 방법 [1]은 확산의 정도를 그래디언트의 크기를 이용하여 조절한다. 그래디언트 크기가 임계값보다 크면 확산을 멈추고 임계값보다 작으면 확산이 진행되어 영상을 smoothing 시킨다. Alvarez [2]와 Weickert [3]는 그래디언트의 크기

와 방향을 함께 고려하여 확산시키는 모델을 제안하여 그래디언트 방향으로서는 확산을 제한시키고 에지에 평행한 방향으로서는 확산을 진행시키는 방법을 제안하였다. El-Fallah 와 Ford 의 방법 [4]은 곡면의 평균곡률에 비례하는 속도로 곡면을 확산시켜서 에지 주변의 잡음은 제거하고 에지는 확산의 영향을 받지 않도록 한다. 이 방법은 잡음을 효과적으로 제거하지만 에지 두께가 얇은 경우에는 성능이 저하되는 단점이 있다.

본 논문에서는 기존의 평균곡률 확산을 최소/최대 흐름과 결합하고 얇은 에지에 대해서도 우수한 성능을 보이도록 영상의 2 차 미분을 이용한 방법을 소개한다.

2. 평균곡률 확산

평균곡률 확산은 anisotropic diffusion 모델을 영상의 밝기값에 대한 미분 방정식으로 보는 대신에 영상의 밝기값을 공간에 놓인 곡면으로 보고 이 곡면을 확산시킨다. 영상을 공간에 놓인 곡면으로 나타내기 위해

서 식 (2)의 함수 g 를 정의하면 곡면 S 는

$$g(x, y, z) = z - I(x, y) \quad (2)$$

$$S : g(x, y, z) = 0 \quad (3)$$

와 같이 정의된다. Perona-Malik 모델과 비교했을 때 이 모델의 장점은 식 (4)와 같이 곡면의 그레디언트 ∇g 의 크기가 영이 되지 않는다는 점이다.

$$|\nabla g| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 1} = \sqrt{|\nabla I|^2 + 1} \quad (4)$$

식 (5)와 같이 정의되는 함수 g 의 확산 모델은 식 (6)과 같이 확산계수가 곡면의 그레디언트 크기의 역수가 되며 그 값은 $[0, 1]$ 사이에 존재한다.

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \nabla \cdot (C \nabla g) \quad (5)$$

$$C = \frac{1}{|\nabla g|} = \frac{1}{\sqrt{|\nabla I|^2 + 1}} \quad (6)$$

Surface normal 의 크기에 반비례하는 확산계수를 취할 때 확산 속도는

$$\frac{\partial g}{\partial t} = 2H \quad (7)$$

와 같이 평균곡률 H (mean curvature)의 2 배가 된다. 평균곡률 확산을 잡음이 첨가된 에지에 적용하면 평균곡률이 영인 에지는 변하지 않고 에지 이외의 잡음은 효과적으로 제거되는 결과를 얻는다.

3. 최소/최대 흐름과 결합된 평균곡률 확산 방법

최소/최대 흐름을 평균곡률 확산 모델과 결합시켜 다음과 같은 평균곡률 확산 모델을 생성할 수 있다 [5].

$$\frac{\partial g}{\partial t} = F(H) = \begin{cases} 2H, & \text{if } |\nabla I| < T_G \\ \max(2H, 0), & \text{if } A(x, y) < T_M \\ \min(2H, 0), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

여기서 T_G 는 그레디언트에 관한 임계값이고 $A(x, y)$ 는 중심이 (x, y) 인 작은 창틀 안에서의 평균 밝기값이다. 임계값 T_M 는 그레디언트 방향에 수직인 방향 즉, 점 (x, y) 에서의 접선 방향 위에 위치한 밝기값의 평균값으로 정의한다. 미리 결정한 그레디언트 T_G 보다 작은 그레디언트를 가지는 화소는 평균곡률에 따라 확산시키고 T_G 보다 큰 그레디언트를 갖는 화소는 최소/최대 흐름을 따라 확산시킨다. 평균값이 임계값 T_M 보다 작은 경우에는 $F(H) = \max(2H, 0)$ 가 선택되면서 곡면은 안쪽으로 움직인다. 평균값이 임계값보다 더 커지는 순간에 $F(H) = \min(2H, 0)$ 가 시작되며 flow 는 멈추게 된다.

4. 2 차 도함수를 사용한 얇은 에지 보존

Perona-Malik 방법의 경우 얇은 에지에서의 그레디언트 크기는 영이 되기 때문에 확산계수가 최대값인 1 에 도달하게 되어서 얇은 에지를 빠르게 확산시키는 결과를 얻게 된다. 기존의 평균곡률 확산 모델의 경우에도 확산 시간이 지날수록 얇은 에지에 대한 smoothing 효과가 증가된다. 따라서 확산이 진행되는

중에 얇은 에지를 보존하기 위해서는 얇은 에지에서 확산계수가 작은 값을 갖도록 하여야 한다. 얇은 에지를 검출하는 함수로서 식 (9)로 주어지는 영상의 2 차 도함수 Q 를 사용한다. 함수 Q 는 밝기 변화가 일정한 화소들이 분포할 때에는 영에 가까운 값이 되고 얇은 에지에서는 큰 값이 된다.

$$Q = I_{xx}^2 + 2I_{xy}^2 + I_{yy}^2 \quad (9)$$

식 (6)에서 언급한 평균곡률 확산의 확산계수는 앞에서 소개한 2 차 도함수 Q 를 적용하면

$$C = \frac{1}{|\nabla g|} = \frac{1}{\sqrt{1 + A^2(|\nabla I|^2 + Q)}} \quad (10)$$

이 된다. 얇은 에지에서는 그레디언트 $|\nabla I|$ 가 작은 값을 가지더라도 Q 는 큰 값을 가지므로 확산계수는 작은 값을 유지하게 된다. 함수 Q 가 식 (10)과 같이 분모에 첨가되어도 확산계수는 항상 $0 \leq C(x_i, y_i) \leq 1$ (for all i) 를 만족하며 안정화 된다.

5. 파라미터 선택

제한한 평균곡률 확산과 관련하여 선택해야할 파라미터는 그레디언트 크기와 관련된 임계값인 T_G 와 확산 횟수이다. 임계값 T_G 는 영상의 그레디언트 크기의 히스토그램에서 상위 90%에 해당하는 값으로 결정한다. 그림 1 은 lena 영상에 대해 확산 횟수에 따른 임계값 T_G 값의 변화를 보여준다.

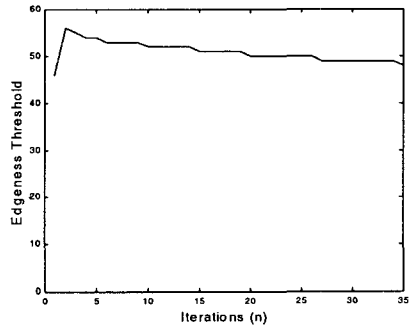


그림 1. Lena 영상의 Edginess threshold (T_G)

확산횟수를 결정하기 위해 영상에서 homogeneous 영역이 일정 비율 존재한다고 가정한다. Homogeneous 영역에서 확산이 충분히 이루어지면 잡음이 제거되면서 확산계수는 1 에 가까운 값에 도달하게 된다. 따라서 homogeneous 영역에 속하는 화소 수 N_1 과 충분히 확산되었을 때의 확산계수 T_5 보다 큰 화소 수 N_2 의 비 $r(n)$ 이 1 에 가까우면 확산을 멈추게 한다.

T_5 는 중심 화소 주위가 얼마나 평평한 영역에 속하는 가를 결정하는 파라미터로 주변 화소의 밝기값을 이용하여 결정할 수 있다. 즉, 중심 화소의 밝기값이 2 이고 주위의 8 개 이웃 화소가 같은 화소 밝기값

0 을 가질 때 다음과 같이 그레디언트 크기와 곡면의 2 차 변화량을 계산하여 T_S 를 계산할 수 있다.

$$|\nabla I|^2 = I_x^2 + I_y^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

$$Q = I_{xx}^2 + 2I_{xy}^2 + I_{yy}^2 = (-4)^2 + 2 \times 0 + (-4)^2 = 32$$

$$T_S = \frac{1}{|\nabla g|} = \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla I|^2+Q}} = \frac{1}{\sqrt{1+8+32}} = \frac{1}{\sqrt{41}}$$

Homogeneous 한 영역을 선택하기 위해서 영상을 같은 크기를 갖는 블록으로 분할한다. 분할된 영역 안의 그레디언트 크기의 평균을 homogeneity measure 로 사용하고 각 블록을 homogeneity 에 따라 정렬한다. Homogeneity 가 높은 상위 10%에 속하는 블록에 속하는 화소들을 homogeneous 영역으로 사용한다. 다음에 정의한 $D(n)$ 은 $r(n)$ 의 기울기의 변화량을 나타내며 영에 가까운 값에 도달하면 확산을 멈춘다. 그림 2 는 lena 영상에 대한 $r(n)$ 의 변화를 나타낸다.

$$D(n) = \|r(n) - r(n-1)\| - \|r(n-1) - r(n-2)\| \quad (11)$$

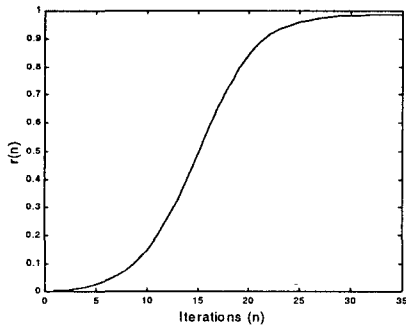


그림 2. Lena 영상의 곡선 $r(n)$

6. 실험 결과

Lena 영상에 대해서 기존의 방법과 제안한 방법을 비교해 보면 그림 3 과 같다. 그림 3 의 (a)는 5%의 uniform 잡음을 첨가한 Lena 영상이다. 확산을 반복시킨 후의 결과 영상을 보면 Perona-Malik 방법의 경우에는 부분적으로 주변 밝기 값보다 튀는 화소들이 발생하는 것을 알 수 있으며 기존의 평균 곡률 확산 방법의 경우에는 그림 3 의 (a)에서 사각형으로 표시한 영역과 같이 얇은 에지가 나타나는 경우에는 smoothing 효과가 발생한 것을 알 수 있다. 반면에 제안한 방법의 경우에는 얇은 에지 부분이 잘 보존되면서 동시에 얇은 에지 이외의 부분에서는 잡음이 효과적으로 제거 되었음을 알 수 있다. 그림 4 는 그림 3 의 영상에서 사각형 영역을 확대한 결과 영상이다.

각 방법들의 반복 횟수에 따른 전체 영상과 얇은 에지 영역에 대해서 SNR 값은 그림 5 와 같다. 그림 5 에서 알 수 있듯이 반복 횟수에 따라 전체 영상과 얇은 에지 부분 모두에서 제안한 방법이 다른 방법에 비해 비교적 높은 SNR 값을 보임을 알 수 있다.



그림 3. Lena 영상에 대한 결과 (a) 잡음이 첨가된 lena 영상 (b) Perona-Malik 방법 (30 iterations) (c) 평균 곡률 확산 방법 (30 iterations) (d) 제안한 방법 (35 iterations)

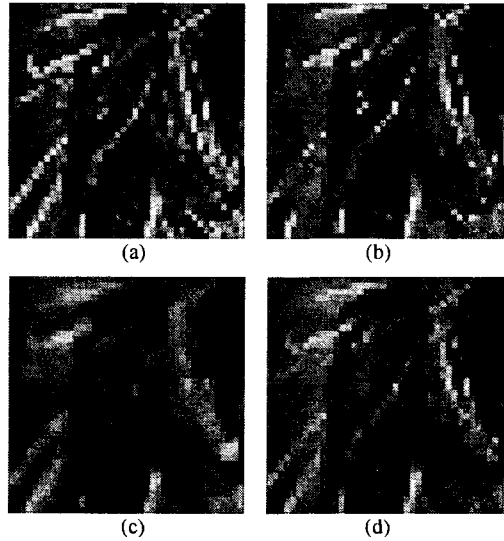


그림 4. Lena 영상의 얇은 에지 부분의 복원 결과 (a) 잡음이 첨가된 lena 영상 (b) Perona-Malik 방법 (30 iterations) (c) 평균곡률 확산 방법 (30 iterations) (d) 제안한 방법 (35 iterations)

SNR 은 식 (12)와 같이 계산한다.

$$SNR = 10 \log_{10} \left[\frac{\sigma^2(I_2)}{\sigma^2(I_1 - I_2)} \right] \quad (12)$$

여기서 I_1 은 원영상을, I_2 는 복원된 영상을 나타낸다.

참고문헌

- [1] P. Perona and J. Malik, "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 12, no. 7, pp. 629-639, July 1990.
- [2] L. Alvarez, P.-L. Lions, and J.-M. Morel, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion II," *SIAM Numer. Anal.*, vol. 29, no. 3, pp. 845-866, June 1992.
- [3] J. Weickert, "Theoretical foundations of anisotropic diffusion in image processing," W. Kropatsch, R. Klette, F. Solina (Eds.), *Theoretical Foundations of Computer Vision, Computing Suppl. 11*, Springer, Wien, 221-236, 1996.
- [4] A. El-Fallah and G. Ford, "Mean curvature evolution and surface area scaling in image filtering," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 6, no. 5, pp. 750-753, May 1997.
- [5] R. Malladi and J.A. Sethian, "A unified approach to noise removal, image enhancement, and shape recovery," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 5, no. 11, pp. 1554-1567, Nov. 1996.

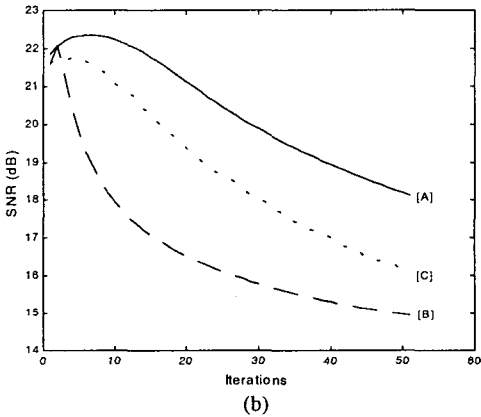
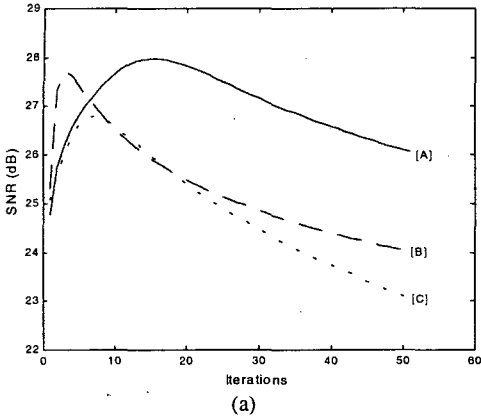


그림 5. Lena 영상의 SNR (a) 전체 영상 (b) 얇은 에지 영역 ([A] 제안한 방법 [B] 기존의 평균곡률 확산 방법 [C] Perona-Malik 방법)

7. 결론

본 논문에서는 잡음 제거, 영상 분할, 에지 검출, 그리고 영상 개선에 매우 유용한 도구로 사용되는 anisotropic diffusion 방법 가운데 최소/최대 흐름과 결합된 평균곡률 확산 방법을 개선하여서 얇은 에지에 대해서도 우수한 성능을 보이는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 확산 계수에 영상의 그레디언트와 2 차 미분을 동시에 포함시켜서 얇은 에지에서의 확산을 감소시키고 확산 횟수를 자동으로 결정하는 방법을 함께 제안하였다. 기존의 확산 방법들보다 잡음 제거와 얇은 에지 보존 성능에서 우수한 결과를 실험을 통해 얻을 수 있었다.