

유리 베지에곡선을 위한 디지털워터마크 기법

김태원*, 권성화**, 문환표**, 최형인**, 위남숙***
*세종대학교 디지털콘텐츠학과
**서울대학교 수학과
***한성대학교 산업공학과
e-mail: tkim@sejong.ac.kr

A Digital Watermark Scheme for Rational Bézier Curves

Tae-wan Kim*, Song Hwa Kwon**, Hwan Pyo Moon**,
Hyeong In Choi**, and Nam-sook Wee***
*Dept. of Digital Contents, Sejong University
**Dept. of Mathematics, Seoul National University
***Dept. of Industrial Engineering, Hansung University

요약

디지털워터마크는 디지털콘텐츠의 저작권보호 솔루션으로서 현재 주로 이미지, 오디오, 비디오, 텍스트 등을 대상으로 연구되고 있다. 컴퓨터 하드웨어, 네트워크, 그리고 응용 소프트웨어의 빠른 발전과 함께 국가 차원의 초고속 통신망의 인프라 구축에 힘입어, 3차원 폴리곤과 곡선 및 곡면에 대한 디지털워터마킹에 관심이 높아지고 있다. 본 논문에서는 유리 베지에곡선에 대한 디지털워터마킹에 대한 하나의 방법을 제시한다. 기존의 베지에곡선의 차수를 증가시키는 일반적인 방법이 아닌 유리항의 분모와 분자에 공통의 다항식을 곱하여 차수를 증가시킨다. 이때 공통으로 곱하는 다항식의 근들의 복비(cross ratio) 값에 우리가 숨기고자하는 마크를 삽입하고, 추출해내는 방법을 제시한다. 본 논문에서 제시된 알고리즘은 워터마크를 삽입하는 과정에서 곡선의 형태를 전혀 변화시키지 않는 형태 유지성(shape preserving property)을 갖는다. 또한, 본 알고리즘의 다른 중요한 특징은 곡선이 CAD 시스템에 의해 이용되는 과정에서 흔히 일어나는 재매개화 방법 중 피비우스 변환을 이용한 재매개화에 저항성이 있는 알고리즘이라는 것이다. 마지막으로 본 연구에서 제시한 방법에 의한 예제의 결과를 보여준다.

1. 서론

컴퓨터의 성능이 빠르게 발전하고 초고속통신망의 보급이 이루어짐에 따라 음성, 영상, 비디오 등과 같은 콘텐츠 데이터들이 디지털화되고 있다. 이러한 디지털 데이터는 기존의 아날로그 데이터와 비교하여 저장과 편집이 쉽다는 장점이 있으나, 디지털콘텐츠를 복사하여 인터넷과 같은 통신매체를 통해 유통이 손쉽게 이루어짐에 따라 소유권의 보호문제가 심각하게 대두되고 있다 [1,2].

디지털워터마킹(Digital Watermarking)이란 영상이나 음성 매체를 사람이 인식하지 못할 정도로 미세하게 변화시켜 저작권 정보(mark)를 삽입하고 필요할 때 삽입된 정보를 추출하는 방법으로서 디지털콘텐츠의 저작권 보호문제를 해결하기 위한 하나의 기술적인 해결책이다[3,4].

이미지, 동영상, 음악과 같은 콘텐츠에 대해서는 워터마킹 기술이 많이 연구되어 왔으나, 기하학적인 물체, 즉, 선 또는 면으로 구성된 2, 3차 기하도면에 대한 연구는 상대적으로 적은 상태인데 최근 몇 년에 걸쳐 이에 대한 연구에 연구자들의 관심이 더해지고 되었다. 특히, 3차원 개인이 활성화됨에 따라 3차원 폴리곤 모델과, 협업에 의한 디자인인 CAD(Computer Aided Design)에서 이루어짐에 따라 CAD 모델에 대한 디지털워터마킹 기술이 몇 명의 연구자들에 의하여 발표되었다. Ohbuchi등[5,6,7],

Benedens[8], Wagner[9], Praun등[10]은 3차원 폴리곤모델에 대하여 워터마킹을 심는 방법을 제시하였다.

NURBS(Non-Uniform Rational B-spline)가 IGES (Initial Graphics Exchange Specifications)로 채택됨에 따라 CAD의 기하형상을 나타내는 데 보편적으로 사용되고 있다[11]. 즉, CAD모델을 표현하는 데에는 비스프라인(B-spline)이 보편적으로 사용되고 있다. Ohbuchi등[12]은 NURBS 곡선에 대하여 NURBS 곡선이 가지는 재매개화(reparameterization) 성질을 이용하여 워터마크를 심는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 NURBS의 기본이 되는 유리 베지에곡선(Rational Bézier Curves)에 디지털워터마크를 심고 추출하는 방법을 제시한다. 비스프라인(B-spline)은 여러 개의 베지에곡선들이 노트(knot)를 경계로 하여 연결되어 있는 것이다. 주어진 비스프라인 곡선의 각각의 노트에 차수(degree) 만큼 삽입(insertion)을 할 때 결과적으로 얻어지는 조종점은 각각의 베지에곡선의 조종점이 되는 것이다[13,14].

차수(degree)가 n 인 유리 베지에곡선은 다음과 같이 나타낸다.

$$x(t) = \frac{w_0 b_0 B_0^n(t) + \dots + w_n b_n B_n^n(t)}{w_0 B_0^n(t) + \dots + w_n B_n^n(t)} \quad (1)$$

여기서 $x(t)$, b_i 는 2 또는 3차원 상의 점이고 w_i 는 조종점 b_i 의 가중치(weight)로서 곡선의 형상을 변형시키는 매개변수이다.

그리고 매개변수 t 는 $0 \leq t \leq 1$ 의 값을 갖는다. 식(1)의 유리 베지에곡선은 재매개화(reparametrization)와 차수 증가(degree elevation)에 의해 곡선의 모양이 변하지 않는 성질이 있다. Farin[13]에 의하면, 주어진 식 (1)의 곡선은 아래와 같이 조중점(control point) b_i 에 대응하는 가중치를 바꾸면, 곡선의 모양은 변화되지 아니하고 곡선의 속도만 변화게 된다. 뿐만 아니라, 유리 베지에곡선은 아래와 같이 차수가 증가되어도 곡선이 모양이 변화되지 아니한다.

$$b_i^{(1)} = \frac{w_{i-1}a_i b_{i-1} + w_i(1-a_i) b_i}{w_{i-1}a_i + w_i(1-a_i)} \quad (2)$$

$i=0, \dots, n+1$, 그리고 $a_i=1/(n+1)$.

본 논문에서는 식(2)에 주어진 방법과는 다른 방법으로 차수를 증가시킨다. 식(2)의 분모와 분자에 각각 특정한 다항식을 동시에 곱하여주어도 주어진 식의 값은 변하지 않는다는 성질을 이용한다. 이때 공통으로 곱하여 주는 다항식의 계수(coefficient)에 우리가 심고자하는 워터마크를 심는다. 분모와 분자에 하나의 다항식을 곱하여 주었으므로, 차수가 증가되고 곡선의 모양은 변하지 아니한다. 또한, 곡선의 속도도 변하지 아니한다.

2. 기하학적 접근

유리 베지에곡선을 대상으로 디지털워터마크를 적용하는 알고리즘을 개발하는데 있어서 다음과 같은 중요한 요구사항들이 있다.

첫째는 형태 유지성(shape preserving property)이다. 유리 베지에곡선은 CAD 시스템에서 곡선을 표현하는 기본적인 형식이고 CAD 시스템의 응용 분야에 있어서는 컴퓨터그래픽과 달리고도의 정밀성을 요구하기 때문에 워터마크를 삽입하는 과정이 곡선의 형태를 변화시키지 않는 것이 매우 중요하다. 물론 아주 작은 범위의 오차는 허용할 수 있지만 본 논문에서 제시하는 알고리즘은 원래의 곡선 형태를 전혀 아무런 변화 없이 그대로 유지하면서 워터마크를 삽입하도록 한다.

둘째 요구사항은 재매개화에 대한 저항성이다. CAD 시스템에서 사용되는 곡선은 평행이동, 회전이동 등과 같은 일반적인 기하학적 변환 이외에도 재매개화를 빈번히 거치게 되는데 유리 곡선에 대한 워터마킹 알고리즘으로 기존에 알려진 Ohbuchi[15]의 방법은 이러한 곡선의 재매개화에 대한 저항성이 없다. 즉 워터마크를 삽입한 곡선을 재매개화를 하게되면 기존에 삽입해둔 워터마크가 모두 사라지게 되는 것이다. 본 논문에서 제시하는 알고리즘은 유리 곡선의 재매개화 중 가장 일반적으로 쓰이는 뫼비우스(Möbius) 변환에 대해 저항성을 가지고 있다.

이제 본 논문의 알고리즘을 가능하게 하는 기하학적 이론에 대해 살펴보자. 본 논문의 결과는 이차원 평면 곡선이나 삼차원 공간의 곡선 모두에 동일하게 적용될 수 있으나, 설명의 쉽게 하기 위해 이차원 곡선에 대해 설명하도록 한다.

이차원 유리 베지에곡선 $\gamma(t)$ 는 세 개의 다항식 $x(t)$, $y(t)$, $w(t)$ 를 이용하여

$$\gamma(t) = \left(\frac{x(t)}{w(t)}, \frac{y(t)}{w(t)} \right) \quad (3)$$

로 표현할 수 있다. 이때 곡선을 구성하고 있는 세 다항식에 또 다른 다항식 $m(t)$ 를 곱한다고 가정해 보자. 그렇게 만들어진 곡선을 $\tilde{\gamma}(t)$ 라고 하면 이 새로운 곡선은

$$\tilde{\gamma}(t) = \left(\frac{x(t)m(t)}{w(t)m(t)}, \frac{y(t)m(t)}{w(t)m(t)} \right) \quad (4)$$

로 주어지게 된다. 이렇게 만들어진 곡선 $\tilde{\gamma}(t)$ 는 원래의 곡선과 완전히 동일한 형태를 가지게 되며 실제로 각 t 값에 대해 대응하는 곡선상의 점도 동일하므로 매개화로 변화된 것이 아니다. 그러나, 유리 베지에곡선으로 표현하는 조중점은 그 개수가 증가하고 위치도 변화하게 된다.

유리 베지에곡선에 워터마크를 삽입하기 위해 우리는 원하는 데이터를 다항식 $m(t)$ 의 계수에 포함시켜서 위에서 설명한 변환을 적용하도록 한다. 그러면 이후에 이 다항식 $m(t)$ 를 추출하기 위해서는 곡선의 각 좌표의 분모와 분자들의 공통 인수를 계산하면 된다. 여기서 다항식 $m(t)$ 에 데이터를 포함시키는 방법을 택할 때 뫼비우스 변환과의 관계를 고려하여 선정한다. 본 알고리즘에서 우리는 $m(t)$ 를 실제로 4차 다항식 중에서 모든 근이 실수가 아닌 복소수인 것을 이용한다. 즉, 4개의 복소수 근 $a, \bar{a}, \beta, \bar{\beta}$ ($a, \beta \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$)에 의해 다항식 $m(t)$ 는

$$(t-a)(t-\bar{a})(t-\beta)(t-\bar{\beta})$$

로 표현된다.

이제 뫼비우스 변환에 의한 재매개화와 본 논문의 워터마크 알고리즘과의 관계에 대해 살펴보자. 일반적으로 뫼비우스 변환은 복소 평면에서 정의되어 복소 평면으로 가는 유리 선형 변환을 뜻하지만 CAD 시스템에서 곡선을 재매개화 하는 경우에는 실변수 파라미터 공간에서 실변수로 가는, 즉 계수가 모두 실수인 유리 선형 변환이 사용된다. 이러한 뫼비우스 변환 $F(s)$ 는 실계수 a, b, c 그리고 d 에 의해

$$F(s) = \frac{as+b}{cs+d} \quad (5)$$

로 표현된다. 원래의 곡선 $\gamma(t)$ 가 n 차 유리 베지에 곡선이라고 하면 우리가 본 논문의 알고리즘을 이용하여 4차 다항식 $m(t)$ 를 이용하여 워터마크를 삽입한 곡선 $\tilde{\gamma}(t)$ 는 $n+4$ 차 유리 베지에곡선이 된다. 이때 $\tilde{\gamma}(t)$ 가 뫼비우스 변환 $F(s)$ 에 의해 재매개화가 될 경우 생기는 새로운 곡선 $\hat{\gamma}(s)$ 는 $\tilde{\gamma}(F(s))$ 로 주어지게 된다. 또한 $\hat{\gamma}(s)$ 는 다시 유리 베지에형태를 취해야 하므로 분모와 분자에 각각 $(cs+d)^n$ 을 곱해서

$$\hat{\gamma}(s) = \left(\frac{x(F(s))m(F(s))(cs+d)^{n+4}}{w(F(s))m(F(s))(cs+d)^{n+4}}, \frac{y(F(s))m(F(s))(cs+d)^{n+4}}{w(F(s))m(F(s))(cs+d)^{n+4}} \right) \quad (6)$$

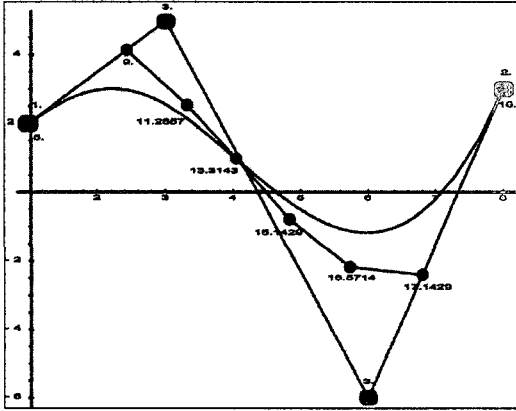
로 주어지게 된다. 이렇게 재매개화가 적용된 곡선 $\hat{\gamma}(t)$ 가 다시 우리에게 주어질 경우 워터마크를 추출하기 위해서 우리는 각 좌표의 분모와 분자의 공통해를 찾게 될 것인데 그 공통해는 결국 방정식 $m(F(s))=0$ 의 해가 된다. 처음에 우리가 $m(t)=0$ 의 해가 4개의 복소수 근 $a, \bar{a}, \beta, \bar{\beta}$ 로 정했으므로 새로이 찾은 s 에 관한 해는 이 4개의 복소수 근의 F 에 의한 역상, 즉

$$F^{-1}(a), F^{-1}(\bar{a}), F^{-1}(\beta), F^{-1}(\bar{\beta})$$

가 된다. 뫼비우스 변환이 가지는 중요한 성질 중의 하나가 4개의 복소수로 정해지는 북비(cross ratio)를 보존하는 것이므로, 방정식 $m(t)=0$ 의 4개의 근은 방정식 $m(F(s))=0$ 의 4개의

근과 같은 복비를 가진다. 따라서 워터마크를 삽입할 때 $\alpha, \alpha, \beta, \beta$ 의 복비 $[\alpha, \alpha, \beta, \beta]$ 에 원하는 데이터를 감추어 두면 피비우스 변환을 이용한 재매개화에도 감추어둔 데이터가 사라지지 않고 보존된다.

이상에서 설명한 알고리즘이 적용되는 과정을 구체적인 예를



<그림 1>

를 살펴보자. 만약 원래 곡선이 3차 유리 베지에곡선이고 그 조종점 b_i 가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$b_0 = (8, 3, 2), b_1 = (6, -6, 3),$$

$$b_2 = (3, 5, 3), b_3 = (1, 2, 1).$$

그러면 곡선 $\gamma(t)$ 는

$$\gamma(t) = \left(\frac{16B_0^3(t) + 18B_1^3(t) + 9B_2^3(t) + B_3^3(t)}{2B_0^3(t) + 3B_1^3(t) + 3B_2^3(t) + B_3^3(t)}, \frac{6B_0^3(t) - 18B_1^3(t) + 15B_2^3(t) + 2B_3^3(t)}{2B_0^3(t) + 3B_1^3(t) + 3B_2^3(t) + B_3^3(t)} \right)$$

로 주어지게 된다. 여기에 워터마크를 표현하고자 하는 다항식 $m(t)$ 가

$$m(t) = 8B_0^4(t) + 6B_1^4(t) + 5B_2^4(t) + 4.5B_3^4(t) + 5B_4^4(t)$$

로 표시될 경우 이 다항식을 곡선 $\gamma(t)$ 의 분모와 분자에 곱할 경우 새로운 곡선 $\tilde{\gamma}(t)$ 는 7차 유리 베지에곡선이 되는데, 이 새로운 곡선을 표현하는 조종점 a_i 는 아래와 같이 변화하게 된다.

$$\begin{aligned} a_0 &= (8., 3., 16.), & a_1 &= (6.8, -2.4, 17.14), \\ a_2 &= (5.72, -2.17, 16.57) & a_3 &= (4.83, -0.78, 15.14), \\ a_4 &= (4.04, 0.97, 13.31), & a_5 &= (3.31, 2.53, 11.28) \\ a_6 &= (2.42, 4.14, 9.), & a_7 &= (1., 2., 5.) \end{aligned}$$

그림 1에서 큰 점으로 표현된 것들이 원래 주어진 곡선 $\gamma(t)$ 의 조종점이고 작은 점으로 표현된 것들이 워터마크가 삽입된 곡선 $\tilde{\gamma}(t)$ 의 조종점을 표시한 것이다. 두 곡선은 조종점의 개수와 위치가 다름에도 불구하고 동일한 형태를 유지하고 있다.

3. 워터마크의 삽입

이상에서 우리는 유리 베지에곡선 한 조각에 다항식 $m(t)$ 를 이용하여 워터마크를 삽입하는 기법의 기하학적 의미를 살펴보았다. 이제 여기서는 실제로 우리가 원하는 데이터를 삽입하는 과정에 대해서 설명한다. 먼저 $m(t)$ 의 해 $\alpha, \alpha, \beta, \beta$ 로 만들어지는 복비가 가지는 성질을 보면, 이 해들을 어떠한 순서로 복비를 취하는가에 따라서 모두 6개의 실수가 나올 수 있다. 그러나 이 숫자들 사이에서 서로 관계가 있는데, $[\alpha, \alpha, \beta, \beta]$ 의 값을 λ 라고 두면 6개의 복비는 $\lambda, 1-\lambda, \frac{1}{\lambda(\lambda-1)}, \frac{1}{\lambda}, \frac{1}{1-\lambda}, \frac{1}{\lambda(\lambda-1)}$ 가 된다. (여기서, α, β 가 실수가 아닌 복소수이므로 λ 는 유한한 값이고, $\lambda=1$ 또는 $\lambda=0$ 인 경우는 $\alpha=\beta$ 또는 $\alpha=\bar{\beta}$ 인 경우 밖에 없다.) 따라서 우리가 원하는 데이터를 숨겨둘 수 있는 가능성은 한 가지가 된다. 예를 들어, 우리가 숨기고자 하는 데이터를 $[\alpha, \alpha, \beta, \beta]$ 값에 숨기게 되면 나머지 복비들은 이 값으로부터 계산할 수 있게 된다. 이처럼, 복비들의 값이 한 가지 값에 의해서 결정되기는 하지만, 워터마크 추출 시 6개의 복비 중에서 어떤 것이 우리가 워터마크 삽입 시 사용한 복비인지 알아야 할 필요가 있다. 그것을 가능하게 하기 위하여,

$\alpha, \alpha, \beta, \beta$ 를 미리 정해진 순서에 따라 배열하여 복비를 계산하고, 워터마크 추출 시에도 같은 배열 순서를 통해서 계산할 수 있는 방법이 있다. 예를 들어, 워터마크 삽입 시 켈레 복소수인 것들을 짝을 짓되, 허수부 부호의 순서를 기억하고 있다가 워터마크 추출 시에도 그와 같은 순서대로 복비를 계산하는 방법이 있다. 피비우스 변환에 의해 α, β 의 허수부의 부호 변화가 같은 형태로 이루어지고, 복비의 성질로 인하여 그 경우 같은 값을 가지므로 원래 삽입한 데이터를 추출할 수 있다. 또 다른 한 가지 방법은, 숨기고자 하는 복비 λ 를 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 값을 택하는 것을 생각할 수 있다. 즉, 숨기고자 하는 데이터를 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 값 중에서 선택한 후, $[\alpha, \alpha, \beta, \beta]$ 가 그 값이 되게 하는 4개의 복소수를 찾아 다항식 $m(t)$ 를 구한 후, 이를 이용하여 워터마크를 삽입한다. 그러면, 워터마크 추출 시에는 우리가 숨기고자 하는 복비 λ 를 쉽게 계산할 수 있다.

우리가 숨기고자 하는 데이터 λ 가 결정이 되면 $[\alpha, \alpha, \beta, \beta] = \lambda$ 가 되는 $\alpha, \alpha, \beta, \beta$ 를 풀 수 있는데 이 관계식이 방정식의 수보다 변수의 개수가 큰 연립방정식이므로 여러 개의 해가 존재하고 그 중에서 적절히 선택하여 $m(t)$ 를 정할 수 있다. 이렇게 정해진 $m(t)$ 를 이용하여 2장에서 설명한 과정에 따라 워터마크를 삽입하면 된다.

4. 워터마크의 추출

워터마크를 추출하는 과정의 삽입과정의 역순으로 진행하면 되는데, 워터마크가 삽입되어 있으리라 추측되는 유리 베지에곡선 $\tilde{\gamma}(t)$ 가 있으면, 이 곡선의 각 좌표별로 분모와 분자의 공통해를 구한다. 공통해를 구하는 방법은 유클리드 호제법을 이용하여 공통 인수를 구한 후 방정식을 푸는 수도 있고, 리절턴트를 계산하는 방법도 있으며, 직접 분모와 분자의 모든 근을 수치적인 방법을 이용하여 계산한 후 공통 근을 찾아내는 방법도 있다.

이렇게 계산된 공통 근이 있으면, 이 공통 근으로부터 복비를 계산할 수가 있는데, 이때 계산되는 6개의 복비 중에서 하나가 우리가 숨겨놓은 워터마크 데이터가 된다. 그 것을 결정하는 방법은, 워터마크를 삽입할 때의 상황에 따라 달라질 수 있다. 허수부 부호의 순서를 알고 있는 경우는, 그와 같은 배열 순서로 근들을 배열하여 복비를 계산하면 되므로 단 한번의 복비 계산만 요구된다. 또는 숨긴 워터마크 데이터 값이 위에서처럼

$[\alpha, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\beta}]$ 값을 $\frac{1}{2}$ 보다 크게 하여 숨긴 경우라면, 구한 공통

근을 $\rho, \bar{\rho}, \psi, \bar{\psi}$ 라고 할 때(일반적으로 워터마크 추출 시에는 4개의 근 중에서 어떤 근이 α 에 대응하는 근인지 알 수 없다.),

$[\rho, \bar{\rho}, \psi, \bar{\psi}], [\rho, \bar{\rho}, \bar{\psi}, \psi]$ 의 2개의 값을 계산하여 이 중 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 값을 선택하면 된다.

5. 제시된 방법의 장점 및 단점

본 연구에서 제시한 워터마킹은 주어진 곡선의 모양을 그대로 보존하는 장점이 되는 방법(shape preserving method)이다. 곡선의 모양을 그대로 보존하는 성질은 CAD 모델과 같이 정밀도를 요구하는 응용에는 특히 요구되는 성질이다. 더 나아가 식(2)에 주어진 재매개화는 워터마크에 대한 하나의 공격(attack)이 될 수 있는데, 본 연구에서 제시한 방법은 이러한 공격에도 견딜 수 있는 장점이 있다. 반면 본 연구의 방법은 심은 마크를 추출 할 때 수치계산을 통해 구하기 때문에 다소 시간적으로 많이 걸릴 수 있고, 공통으로 곱하는 다항식의 차수가 매우 커지면, 추출할 때 공통의 다항식 계수를 구하지 못하는 경우가 발생 할 수 있다. 일반적으로 CAD모델에서는 차수(degree) 3이 가장 보편적으로 사용되고 있는데, 주어진 차수가 3인 경우에 대하여는 안정적이다.

6. 향후 연구

본 연구에서는 NURBS곡선의 기본이 되는 유리베지에곡선에 대한 워터마킹 알고리즘에 대하여 연구하였다. 먼저, 본 연구에서 제시한 방법을 보다 일반적인 비스프라인 곡선에 응용하는 것이 요구된다. 더 나아가, 곡선뿐만 아니라, 곡면에 대한 확장도 요구된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 R01-2001-00396 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

[1] I. Pitas, A Method for Watermark Casting on Digital Images, *IEEE Trans. Circuit Syst. Video Technol.*, Vol. 8, No. 6, pp. 775-780, 1998.

[2] C.-T. Hsu and J.-L. Wu, Hidden Digital Watermarking in Images, *IEEE Trans. Image Process.* Vol. 8, No. 1, pp. 58-68, 1999.

[3] G. C. Langelaar, I. Setyawan, and R. L. Lagendijk, Watermarking Digital Image and Video Data: A State-of-the-Art Overview, *IEEE Signal Processing*

Magazine, pp. 20-46, September, 2000.

[4] I. J. Cox, M. Miller, and J. Bloom, *Digital Watermarking*, Morgan Kaufmann, 2002.

[5] R. Ohbuchi, H. Masuada, and M. Aono, Data Embedding Algorithms for Geometrical and Non-geometrical Targets in Three-Dimensional Polygon Models, *Computer Communications*, 1998.

[6] R. Ohbuchi, H. Masuda and M. Aono, Watermarking Three-Dimensional Polygon Models, *Proceedings of the ACM Multimedia '97*, pp. 261-272, Seattle, Washington, USA, November, 1997.

[7] R. Ohbuchi, H. Masuda and M. Aono, Watermarking Three-Dimensional Polygon Models Through Geometric and Topological Modifications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pp. 551-559, 1998.

[8] O. Benedens, Geometry-Based Watermarking of 3D Models, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 19, No. 1, pp. 46-55, 1999.

[9] M. Wagner, Robust Watermarking of Polygonal Meshes, R. Martin and W. Wang editors, *Proceedings of the Conference on Geometric Modeling and Processing*, pp. 201-208, 2000.

[10] E. Praun, H. Hoppe, and A. Finkelstein, Robust Mesh Watermarking, *Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH'99)*, Vol. 33, pp. 49-56, 1999.

[11] K. Lee, *Principles of CAD/CAM/CAE Systems*, Addison Wesley, 1999.

[12] R. Ohbuchi, H. Masuda and M. Aono, A Shape-Preserving Data Embedding Algorithm for NURBS Curves and Surfaces, *Proceedings of Computer Graphics International 1999 (CGI '99)*, pp. 1-8, Canmore, Canada, June 4-11, 1999.

[13] G. Farin, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, 4th edition, Academic Press, 1996.

[14] G. Farin, *NURBS from Projective Geometry to Practical Use*, 2nd edition, AK Peters, 1999.

[15] R. Ohbuchi, H. Masuda Managing CAD Data as a Multimedia Data Type Using Digital Watermarking, *IFIP WC5.2 Fourth Workshop on Knowledge Intensive CAD*, May 2000