

# 구형 배플을 가진 피스톤 음원간의 상호 방사임피던스 계산

박순종\*, 김무준\*\*, 김천덕\*\*\*

\*부경대학교 대학원 전자공학과, \*\*자연과학대학 물리학과, \*\*\*공과대학 전기·제어계측공학부

## Calculation of Mutual Radiation Impedance for Piston Sources with Spherical Baffle

Soon-Jong Park\*, Moo-Joon Kim\*\*, Chun-Duck Kim\*\*\*

\*Graduate School of Pukyong Nat'l Univ.

\*\*Dept. of Physics, Pukyong Nat'l Univ.

\*\*\*Div. of Electrical & Control Instrumentation Eng., Pukyong Nat'l Univ.

E-mail: ultrasj@mail1.pknu.ac.kr

※ 본 연구는 수중음향특화센터 (UARC 02-31) 지원을 받아 수행한 것입니다.

### 요약

구형 배플을 가진 피스톤 음원에 대한 방사임피던스 특성을 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 사용하여 수치해석하였다. 강체 구형 배플에 있어서 피스톤 음원의 방사면 크기에 따른 자기방사임피던스 변화와 피스톤 음원간의 상호방사임피던스 변화를 고찰하였다. 방사면의 크기에 따라 자기방사임피던스 변화 및 음원간의 상호방사임피던스 변화를 검토한 결과 알려진 해석해와 일치하였다. 또한, 비강체 구형 배플의 특성임피던스 변화에 따른 자기방사임피던스 및 음원간의 상호방사임피던스 특성 변화를 고찰하였다.

### I. 서론

음향변환기의 방사임피던스는 음향 방사 특성 및 음향변환기 설계에 있어 고려되어야 하는 중요한 요소이다[1][2]. 이러한 방사임피던스는 단일 음원의 경우 자기방사임피던스 특성이 고려되고, 복수 음원을 가지는 음향변환기에서는 음원간의 간섭을 고려하기 위하여 상호방사임피던스 특성도 중요하게 된다[3].

일반적으로 방사임피던스의 고려에는 무한크기의 강체 배플인 경우에 대한 해석 결과들을 이용하고 있으나 [4~6], 원판형 피스톤 음원에 있어서의 강체 배플의 크기와 비강체 배플의 재질 변화에 따른 방사임피던스의 변화를 고찰한 결과, 배플의 존재 유무 및 배플의 재질 변화에 따라 방사임피던스의 변화가 확인된바 있다[7].

배플의 형상 변화에 대한 방사임피던스의 연구는 구형 강체 배플에 대한 해석해가 알려져 있으나[3,5], 배플의 재질 변화를 고려한 방사임피던스의 결과는 알려져 있지 않다.

본 연구에서는 2차원 축대칭 유한요소와 하이브리드형 반무한요소가 결합된 음장해석용 알고리즘을 사용하여 그림 1과 같이 피스톤 음원이 강체 구형 배플에 끼워진 모델에 대하여 방사면의 크기 변화에 따른 자기방

사임피던스의 변화를 계산하고, 피스톤 음원간의 거리에 따른 상호방사임피던스 특성을 계산하여 알려진 해석해와 비교 검토하여 유효성을 확인한다. 또한, 구형 배플의 재질이 비강체일 경우를 고려하여 재질 변화에 따른 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스 특성 변화에 대하여 고찰한다.

### II. 구형 배플을 가진 피스톤 음원의 방사임피던스

그림 1에 나타낸 것과 같이 방사각의 크기  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ 를

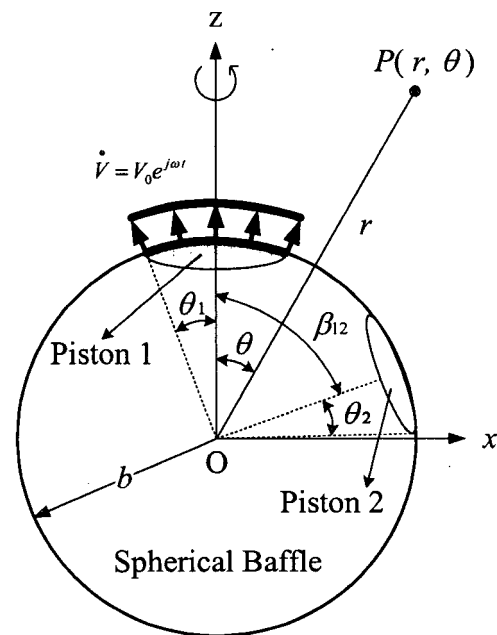


그림 1. 구형 배플을 가진 피스톤 음원

가지는 피스톤 음원 1, 2가 반경  $b$ 의 강체 구형 배플에 끼워져 있는 경우, 피스톤 음원 1의 진동에 의해  $\beta_{12}$  만큼 떨어져 있는 피스톤 음원 2에서의 상호방사 임피던스는 식 (1)과 같이 나타낸다[3].

$$\begin{aligned} \frac{Z_{r12}}{\rho c S} &= \frac{1}{\rho c S} (R_{12} + jX_{12}) \\ &= -\frac{j}{\sin^2 \theta_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{h_n^{(2)}(kb)}{h_n^{(2)'(kb)}(kb)} \cdot P_n(\cos \beta_{12}) \cdot I_{n1} \cdot I_{n2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$h_n^{(2)'(kb)} = \frac{n}{kb} \cdot h_n^{(2)}(kb) - h_{n+1}^{(2)}(kb)$$

$$I_{nv} = \int_{\cos \theta_v}^1 x P_n(x) dx \quad (v = \dots, 2)$$

여기에서  $h_n^{(2)}(x)$ ,  $P_n(x)$ 는 Hankel 형식의 구 Bessel 함수와 Legendre 함수이다.

한편 자기방사임피던스는 위 식 (1)에  $\beta_{12} = 0$ 로 하여 식 (2)와 같이 구해진다[3].

$$\begin{aligned} \frac{Z_{r11}}{\rho c S} &= -\frac{j}{\sin^2 \theta_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{h_n^{(2)}(kb)}{h_n^{(2)'(kb)}(kb)} \\ &\quad \cdot \left[ \int_{\cos \theta_1}^1 x P_n(x) dx \right]^2 \end{aligned} \quad (2)$$

위와같이 구형 배플에 존재하는 피스톤 음원의 방사 임피던스는 복잡한 급수 전개식으로 알려져 있으며, 음원을 포함한 배플의 형태가 비대칭이거나 배플의 재질이 강체가 아닌 경우에는 적용의 어려움이 따르게 된다.

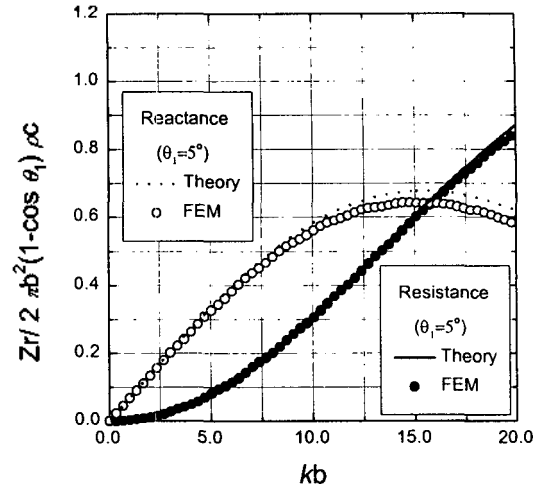
해석 대상으로 하는 구형 배플을 가진 피스톤 음원은 대칭인 3차원 구조를 가지고 있으므로, 축대칭 조건을 이용하여 2차원의 유한요소 알고리즘을 사용한 음장 해석으로도 충분하다. 따라서, Kagawa[8]등에 의해 개발된 2차원 축대칭 유한요소 및 하이브리드형 무한요소 결합된 알고리즘에 구형상을 적용할 수 있도록 전처리 단계에서 수정하여 사용한다.

자기방사임피던스의 계산은 방사면의 음압을 식 (3)에 나타낸 바와 같이 면적 적분하여 반작용력  $F_{11}$ 를 구한 후 방사면의 변위분포로 나누었으며, 상호방사임피던스는 피스톤 음원 2의 위치에 따른 반작용력  $F_{12}$ 을 구하여 피스톤 음원 1에서의 변위분포를 나누어 계산하였다.

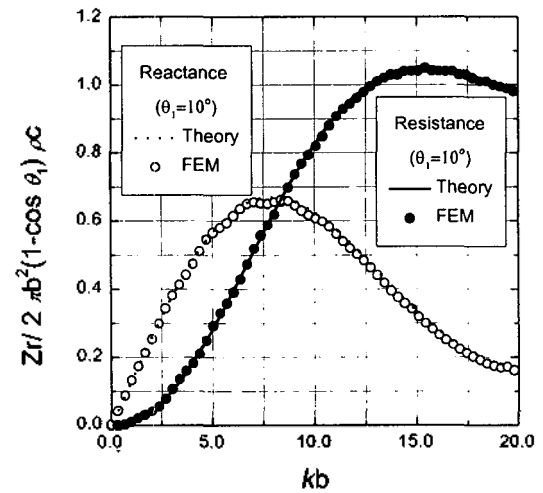
$$Z_{rF_n} = \frac{F_{12}}{j\omega u_n} = \frac{1}{j\omega u_n} \int \int_{\Gamma_{a2}} p_{a2} dS \quad (3)$$

$$Z_{rF_n} = \frac{F_{11}}{j\omega u_n} = \frac{1}{j\omega u_n} \int \int_{\Gamma_{a1}} p_{a1} dS$$

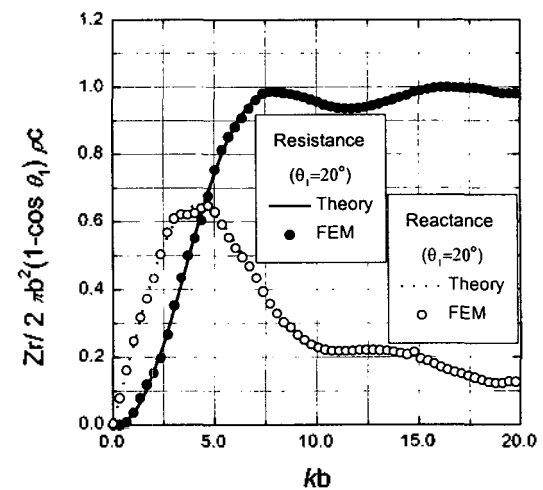
여기에서  $\Gamma_a$ 는 방사면,  $p_a$ 는 방사면에 있어서의 음압을 나타낸다.



(a)  $\theta_1 = 5^\circ$



(b)  $\theta_1 = 10^\circ$



(c)  $\theta_1 = 20^\circ$

그림 2. 방사면의 크기에 따른 자기방사임피던스 변화

구형 배플에 끼워진 피스톤 음원의 방사임피던스 해석에서 방사면은 일정 변위로 구동하는 것으로 초기조건을 설정하며, 방사면의 크기 변화 및 배플의 재질 변화에 영향을 고려하기 위하여 배플이 포함된 일정 영역까지는 유한요소로 분할되며, 가상 경계면에 하이브리드형 무한요소가 결합된다. 음향축을 z축으로 설정하여 이를 대칭으로 하고 있으며, 강체 배플에 따른 경계조건을 설정한다. 그리고, 비강체 배플인 경우에는 직접적으로 배플의 특성임피던스를 고려하여 해석을 수행한다.

### III. 해석결과

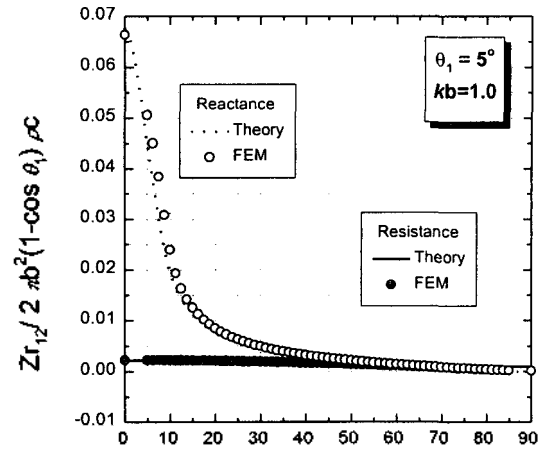
피스톤 음원 1이 일정 반경  $b$ 를 가지는 구형 강체 배플에 끼워져 있는 경우, 방사면의 각도  $\theta_1$ 를  $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ 로 변화시킨 경우에 대한 자기방사임피던스 밀도를 식 (2)로부터 구해진 해석해와 유한요소 해석해를 비교하여 그림 2에 나타내었다. 방사저항 밀도는 1.0에, 방사리액턴스 밀도는 0.0에 접근하는 일반적인 형태를 가지고 있고, 방사면의 각도 증가에 의해 전체 구면적에 대한 진동부분의 면적이 크게 됨에 따라 방사임피던스 밀도는 전체적으로 낮은  $kb$ 영역으로 이동하여 그 값은 증가한다는 것을 보이고 있다. 또한,  $\theta_1 = 5^\circ$ 인 그림 2-(a)의 경우  $kb > 10.0$ 의 영역에서 해석해와 약간의 오차를 나타내고 있으나, 다른 방사면의 각도에서는 잘 일치하고 있다. 이것은  $\theta_1 = 5^\circ$ 의 경우 방사면의 요소분할이 높은  $kb$ 의 영역에 대하여 충분히 이루어지지 못한 결과로 생각된다.

그림 3은 피스톤 음원 1에 의하여 피스톤 음원 2가 영향을 받는 상호방사임피던스 밀도를 방사면의 각도  $\theta_1 = \theta_2 = 5^\circ$ 로 설정하고, 피스톤 음원간의 떨어진 거리를 나타내는 각도  $\beta_{12}$ 에 대하여 나타낸 것으로,  $kb = 1.0, 10.0, 20.0$ 인 경우의 결과이며, 식 (1)에 설명한 해석해와 비교하여 나타내었다.

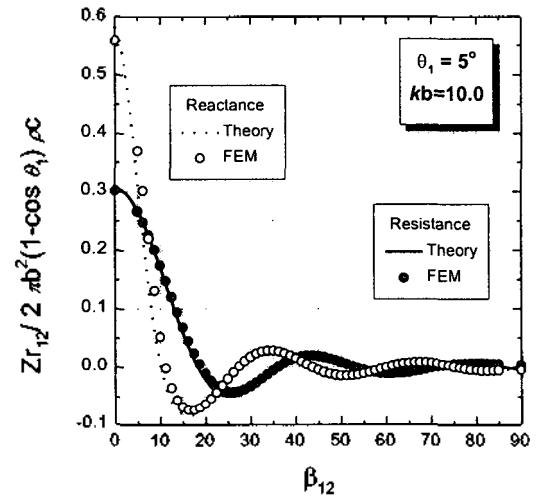
$kb = 1.0$ 인 경우인 그림 3-(a)의 결과는 매우 낮은 상호방사임피던스 밀도를 가지고 있으며,  $\beta_{12}$ 가 커짐에 따라 방사저항 밀도는 거의 변화를 가지지 않지만, 방사리액턴스 밀도는 지속적으로 감소를 하고 있다.

그림 3-(b)는  $kb = 10.0$ 인 경우의 상호방사임피던스 밀도이며, 그림 3-(a)의 결과보다 전체적으로 방사임피던스 밀도의 증가를 보이고 있으며,  $\beta_{12}$ 가 커짐에 따라 방사저항 밀도 및 방사리액턴스 밀도는 0.0으로 접근하는 형태를 가지면서 감소하고 있다. 방사저항의 경우  $\beta_{12} > 15^\circ$ 이면 20%이하로 감소하며, 방사리액턴스의 경우  $\beta_{12} > 10^\circ$ 이면 20%이하로 감소하였다.

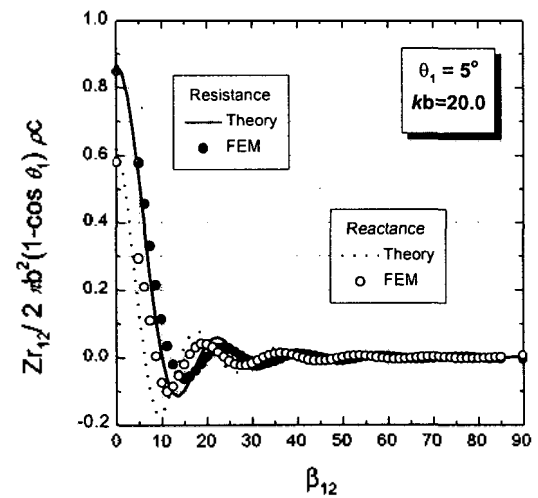
그림 3-(c)은  $kb = 20.0$ 인 경우의 상호방사임피던스 밀도를 나타내고 있으며, 그림 2-(a)에 나타낸 바와 같이  $kb = 20.0$ 인 영역에서는 오차를 가지고 있으므로 해석해와는 약간의 차이를 보이고 있으나, 같은 형태를 가짐을 알 수 있다.  $\beta_{12}$ 가 커짐에 따라 방사저항 밀도 및 방사리액턴스 밀도는  $kb = 10.0$ 에서의 결과와 유사한 형태로 0.0으로 접근하고 있다. 방사저항 및 방사리



(a)  $kb = 1.0$



(b)  $kb = 10.0$



(c)  $kb = 20.0$

그림 3. 상호방사임피던스 변화

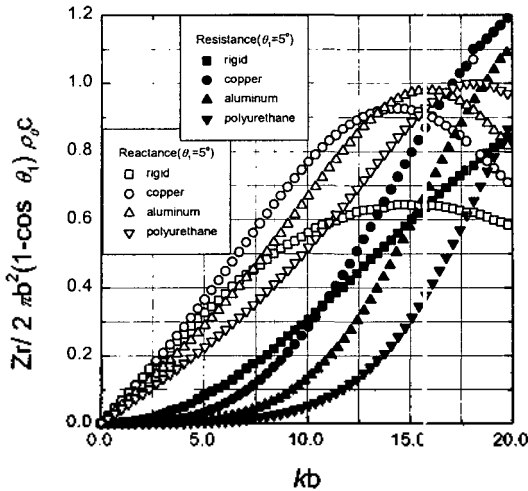


그림 4. 배플 재질에 따른 자기방사임피던스 변화

액턴스 모두  $\beta_{12} > 10^\circ$ 이면 20%이하로 감소하였다.

배플의 재질 변화에 따른 방사임피던스의 변화를 고찰하기 위하여 방사면의 각도  $\theta_1$ 가  $5^\circ$ 인 경우에 대하여 비강체 배플을 고려하여 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스를 계산하였다. 비강체 배플로는 동, 알루미늄, 폴리우레탄의 세가지 경우를 가정하였으며, 각 재질의 특성임피던스를 배플의 요소에 대입하였다.

그림 4는 비강체 배플에 대한 자기방사임피던스의 계산 결과로서 낮은  $kb$ 의 영역에서는 유사한 값을 나타내고 있지만,  $kb=10.0$  및  $kb=20.0$ 에서는 표 1에 나타난 바와같이 많은 변화량을 보이고 있다.

그림 5는 비강체 배플에 대하여  $kb=10.0$  영역에 있어서의 피스톤 음원간의 상호방사임피던스 결과를 나타낸 것이다. 그림 3-(b)에서와 마찬가지로  $\beta_{12}$ 가 커짐에 따라 방사저항 밀도 및 방사리액턴스 밀도는 0.0으로 접근하는 형태를 가지면서 감소하였다. 또한, 방사저항의 경우  $\beta_{12} > 15^\circ$ 이면 20%이하로 감소하며, 방사

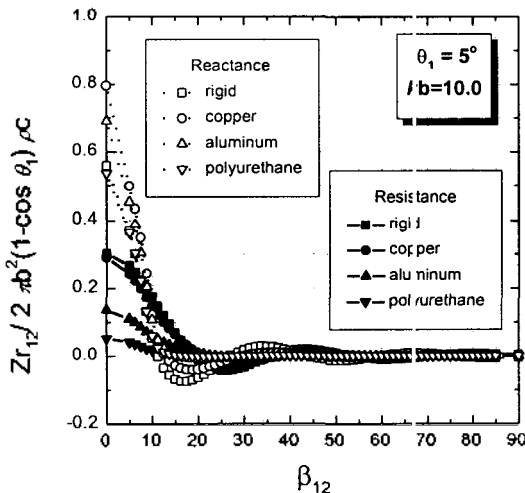


그림 5. 배플 재질에 따른 상호방사임피던스 변화

표 1. 배플 재질에 따른 자기방사임피던스 변화량

		Copper	Aluminum	Polyurethane
kb=10.0	R11	-7.6%	-56.6%	-83.5%
	X11	36.9%	18.8%	-7.9%
kb=20.0	R11	41.5%	30.9%	4.9%
	X11	19.6%	37.8%	65.2%

리액턴스의 경우  $\beta_{12} > 10^\circ$ 이면 20%이하로 감소하였다. 이러한 결과들로부터 구형 강체 배플을 가진 피스톤 음원의 경우 방사면의 크기가 커짐에 따라 자기방사임피던스 밀도는 저주파수 영역 쪽으로 이동함을 알 수 있고, 피스톤 음원의 방사면 각도가  $5^\circ$ 인 경우 상호방사임피던스의 계산 결과 피스톤 음원간의 거리  $\beta_{12}$ 가  $15^\circ$  이상이면 20% 이하로 감소한다는 것을 확인하였다. 또한, 배플 재질의 변화에 따라 자기방사임피던스 특성은  $kb > 10$  영역에서 많은 영향을 받으며, 피스톤 음원간의 거리가 멀어지면 배플의 재질 변화에는 영향을 많이 받지 않음을 알 수 있다.

## V. 결론

2차원 축대칭 유한요소 및 하이브리드형 무한요소 해석 알고리즘을 이용하여 구형 강체 배플을 가진 피스톤 음원의 크기 변화에 대하여 자기방사임피던스 특성을 계산하고, 상호방사임피던스 특성을 계산하여 해석해와 일치하는 결과를 얻었다.

실제의 응용을 고려하여 구형 비강체 배플을 가진 피스톤 음원에 대하여 배플의 특성임피던스 변화에 따른 자기방사임피던스 특성 변화를 고찰한 결과 높은  $kb$ 영역에서 상당한 영향을 받았으며, 상호방사임피던스 특성 해석에서는 피스톤 음원간의 거리가 멀어지면 배플의 재질 변화에 영향을 많이 받지 않음을 규명하였다.

## REFERENCES

1. C. Kim, H. Seo, D. Kim, J. Yoon, "Input Impedance Analysis of Piezoelectric Cylinder Transducer using Finite Element Method," J. Acoust. Soc. Kor. Vol. 11, No. 6, pp. 32-40, 1992.
2. M. Kim, C. Kim, K. Ha, "A New Calculation Method for the Radiation Impedance of Transducer with Regular Square Vibrating Surface," J. Acoust. Soc. Kor. Vol. 18, No. 1E, pp. 20-25, 1999.
3. T. Wakana, K. Kido, "A Self and Mutual Radiation Impedance of Piston Sources on a Sphere," J. IEICE. Jpn. Vol. 53-A, No. 2, pp. 105-109, 1970. (in Japanese).
4. Y. Kikuchi, *Ultrasonic Transducers* (Corona, Tokyo, 1969), pp. 347-349.
5. T. Hayasaka, S. Yosikawa, *Theory of Acoustic and Mechanical Vibration* (Corona, Tokyo, 1948), pp. 635-650 (in Japanese).
6. Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, *Fundamentals of acoustics* (Top, Seoul, 1981), pp. 191-193.
7. S. Park, M. Kim, C. Kim, "Variation of Radiation Impedance for Piston Source According to Baffle," J. Acoust. Soc. Kor. Vol. 20, No. 2E, pp. 46-50, 2001.
8. Y. Kagawa, et al, *FEM Program Selection-III* (Morikita, Tokyo, 1998), pp. 57-66 (in Japanese).