

Mexican Hat 함수를 이용한 선측 파고 계측

권순홍* · 이희성 · 정두진
부산대학교 조선해양공학과

Detection of hull side wave profile using the Mexican hat function

S. H. Kwon*, H. S. Lee*, D. J. Jung*

* Dept. of Naval Architecture & Ocean Engineering, Pusan National University

ABSTRACT: This paper presents the results of wave profile detection from video image using Mexican hat function. The Mexican hat function has been extensively used in the filed of signal processing to detect discontinuity in the images. The analysis was done on the numerical image and video images of waves which were taken in the circulating water channel. The results show that Mexican hat function is an excellent tool in the wave profile detection.

1. Introduction

선측 파형의 정확한 파악은 모델의 조파 저항 특성의 파악이나 Computational Fluid dynamics(CFD) 계산 결과 검증에 위해서 대단히 중요하다. 본 연구에서는 비디오 카메라로 촬영한 선측 파형의 이미지를 멕시코 모자 함수(Mexican Hat function)를 사용하여 해석함으로써 선측 파형을 분석하는 연구를 시도하였다. 신호 해석 분야에서 멕시코 모자 함수는 불연속면을 찾아내는데 많이 사용되어 왔다 (Antoine, et al, 1993, Grossmann, A. 1985, Ruskai M. B. et al., 1992). 본 연구에서는 이 함수를 파형 해석 분야에 사용해 보았다. 멕시코 모자 함수는 급격한 경사와 부호를 달리하는 함수의 특징을 가지고 있어서 본 연구에서 원하는 파형 분석에 적절한 함수이다. 본 논문에서 먼저 일반적인 연속 웨이블렛의 성질을 기술하고 웨이블렛 함수로 사용된 멕시코 모자 함수의 수학적인 특징을 기술하였다 (Daubechies, I. 1986, Daubechies, I. 1988, Daubechies, I. 1992). 회류수조에서 촬영된 선측 파형이미지에 대해서 해석을 수행한 결과를 제시하였다. 해석 결과 멕시코 모자 함수는 선측 파형 분석에 유용한 도구임을 알 수 있었다.

2. Mexican Hat wavelet transform

웨이브는 공간이나 시간의 함수로 진동하는 형태를 가진다. 사인 웨이브가 그 좋은 예로서, 푸리에 분석의 베이스 함수이다. 이는 임의의 구간에서 무한히 진동하므로, 에너지 역시 무한대가 되어, 스펙트럼 분석에 있어 가장 유명하고 유용한 방법이라 해도, 주파수 영역으로의 변환이 이루어지면 시간에 대한 정보를 볼 수 없다는 결점을 가지게 된다. 웨이블렛은 작은 웨이브이다. 여기서 쓰인 '작은'이란 말은 웨이브가 시간영역상의 유한한 부분을 차지한다는 말로서, 그 에너지 또한 유한하게 된다. 이러한 특성은 주어진 신호의 시간영역 분석을 할 수 있게 해 준다. 수학적인 형태로 표현해보면 식(1)과 같다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (1)$$

위 식에서 $f(t)$ 는 분석되어질 신호를 말한다. 식(1)을 만족하는 함수를 $L^2(R)$ 공간 함수라 한다. 여기서 R 는 실수를 의미하는 것이다.

먼저 푸리에 변환과 웨이블렛 변환의 특성을 살펴보자. 푸리에 변환의 경우, 시간 영역의 신호를 주파수 영역으로 변환시키면 시간에 대한 정보를 잃는 반면, 웨이블렛 변환은 이동과 지연의 두 가지 함수를 가지는 시간과 스케일(또는 레벨)의 정보를 포함한 시간-스케일 영역으로 변환된다. 만약 주기적 신호가 임의의 시간에 작은 불연속성을 가지게 된다면, 푸리에 변환으로 이

작은 차이를 알아내기는 힘들 것이다. 하지만, 웨이블릿 변환은 스케일 영역 뿐만 아니라 시간 영역에서도 이 작은 변화를 두드러지게 보여준다. 웨이블릿 변환이 동시에 시간영역과 주파수영역에서 정확한 위치 연관을 주지는 못한다 할지라도, 낮은 주파수에서의 긴 시간 정보를 줄 뿐만 아니라 높은 주파수에서의 짧은 시간 정보를 준다. 추가로, 웨이블릿 변환은 다양한 문제에 유연성 있게 적용할 교환 가능한 여러 베이스스 함수가 있다는 잇점이 있다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

웨이블릿함수 $\psi_{a,b}(t)$ 는 Grossman-Morlet의 정의에 의해 $\psi(t)$ 라는 mother wavelet에 scaling하고 shifting하는 것을 적용하여 식(2)과 같이 표현할 수 있다. 여기서 a 는 dilation 파라미터이고, b 는 translation 파라미터이며, $1/\sqrt{a}$ 는 각 norm을 identifying하기 위한 normalize term이다.

2차원 연속 웨이블릿 변환은 1차원 연속 웨이블릿 변환이 확장되어진 형태이고, 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$W_s(a, \vec{b}) = \frac{1}{a} \int \psi^*\left(\frac{1}{a}(\vec{x}-\vec{b})\right) s(\vec{x}) d\vec{x} \quad (3)$$

그리고 $s(\vec{x})$ 는 다음과 같은 식을 만족한다고 가정한다.

$$\|s\|^2 = \int |s(\vec{x})|^2 d\vec{x} < \infty \quad (4)$$

여기서 $\|\cdot\|$ 는 norm을 의미하는 것이다. $s(\vec{x})$ 는 일반적으로 이미지 프로세싱에 있어 각 화소의 gray level을 나타낸다.

2차원에 대한 계산을 하게 되면, 웨이블릿 변환의 결과는 세가지 parameter의 함수가 된다. 즉 2차원의 $s(\vec{x})$ 가 input으로 들어가면, output인 $W_s(a, \vec{b})$ 는 3차원이 되어 여러 다양한 분석이 가능토록 하여 준다.

즉, 웨이블릿 함수는 세가지 parameter에 의해 translation 되고 rotation 되며 dilation 되어진다.

본 연구에서 사용되어진 2차원 Mexican Hat wavelet은 다음과 같은 형태의 식을 가지고, Fig. 1과 같은 형상을 가진다.

$$\psi_H(t) = (2 - |t|^2) \exp\left(-\frac{1}{2}|t|^2\right) \quad (5)$$

이는 원래 Marr에 의해 소개되어진 real, rotation invariant 웨이블릿이다. 이 웨이블릿은 2차원 operator로서 작용하고, 모든 방향에서 singularity를 찾는다.

3. Experimental Results and Discussion

먼저 본 연구에서 도입되어진 Mexican hat 함수의 효율과 특성을 파악하고자 Fig. 2와 같은 사다리꼴의 신호를 분석해 보았다. Mexican hat 함수를 이용한 transform을 해 본 결과, Fig. 3과 같이 신호의 변화 부분을 잘 찾아준다는 것을 알 수 있었다.

이를 2차원에 적용시켜 보고자 Fig. 4와 같은 sine 형태의 데이터에서도 transform을 해 본 결과, Fig. 5와 같이 신호의 변화에 민감하다는 것을 알 수 있었다.

이제 이 함수를 이용하여 Fig. 6과 같은 파수조에서 촬영되어진 2차원 파의 파형을 찾는 시도를 해 보았다. 여기서도 Fig. 7에서 보여주는 결과처럼 뚜렷하게 물과 공기의 경계부분인 파의 표면을 잘 찾아준다는 것을 확인할 수 있었다.

이러한 결과들을 바탕으로, 향진하는 모형선의 선측 파형을 찾아보고자 하였다. 본 연구에서 분석되어진 이미지는 길이 5m, 폭 1.8m, 높이 1.2m의 관측부를 가진 회류 수조에서 촬영되어졌다. 촬영된 이미지에 상당한 영향을 미치는 조명은 할로겐 램프를 사용하여 관측부의 하단과 상단에서 동시에 비춰지도록 하였다. 선측 파형은 캠코더를 통해 획득하여 그림파일로 저장하였다.

Fig. 8은 회류 수조를 가동시킴으로써 발생된 모형선의 선측 파형을 촬영한 이미지이다. 이러한 이미지가 시각적으로 보기에는 공기와 물이 상당히 잘 구별되어 누가 보아도 수면을 찾을 수는 있으나, 이미지의 정확한 측정(파고, 파장, 파형 등)을 하기 위해 그레이 레벨로 수면을 구별해 주고자 하면 여러 가지 문제에 부딪히게 된다. 그 중에서도 가장 큰 문제는 수면이라 인식하여야 하는 그레이 레벨의 범위인데, 그 범위가 상당히 넓을 뿐만 아니라 정확하게 찾기도 어려워서 이를 위한 로직은 상당히 어렵고 복잡해지게 된다. 하지만 본 연구에서 제시한 Mexican Hat wavelet은 signal의 불연속점을 탁월하게 잘 찾아주는 도구로서, 분석하고자 하는 이미지의 그레이 레벨에 대한 특별한 조사없이도 dilation parameter만 절적히 선택하면 정확한 결과치를 얻어 낼 수 있다.

Fig. 8의 이미지를 단순하게 그레이 레벨로만 바꾸어 contour를 그린 것이 Fig. 9이고, 이를 Mexican Hat 함수를 통해 분석한 것이 Fig. 10이다. 그림에서 보여지는 바와 같이 본 연구에 도입된 Mexican hat wavelet은 그

레이 레벨 상에 급격한 변화가 있는 부분만을 부각시켜서 우리가 얻고자 하는 수면 형상만 남도록 이미지를 새로이 구성시켜 주었다.

선수부와 선체 중앙부를 확대 촬영하여 분석해 본 결과도 Fig. 11부터 Fig. 15까지에서 보여주는 바와 같이, 선측 파형의 윤곽이 상당히 잘 찾아지고 있음을 확인할 수 있었다.

4. Concluding Remarks

선측 파형에 대한 이미지를 분석하는데 있어 Mexican Hat 웨이블릿은 유용한 성질을 가지고 있다는 것을 확인할 수 있었다. 이미지를 분석하는데 있어 wavelet 함수의 *dailation parameter*만 적절히 선택해 주면 정확한 선측 파형을 찾아 줄 수 있음을 알 수 있었다.

Mexican Hat 웨이블릿은 사진 촬영이 가능한 여러 가지 파형분석에 있어 그 적용범위를 넓혀갈 수 있을 것이다.

References

- Antoine, J. P., Carrette, P., Murenzi, R and Piette, B. (1993). *Image analysis with two-dimensional continuous wavelet transform*, Signal Processing, 31, Elsevier, 241-272.
- Daubechies, I. (1986). *The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis*, IEEE Trans. Inform. Theory, 36, 961-1005.
- Daubechies, I. (1988). *Orthonormal bases of compactly supported wavelets*, Commun. On Pure and Appl. Math., 41, 909-996.
- Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*, SIAM.
- Grossmann, A. (1985). *Wavelet transform and edge detection*, in: Ph. Blanchard, L. Streit and M. Hazewinkel, eds., *Stochastic Processes in Physics and Engineering*, Reidel, Dordrecht.
- Ruskai M. B. et al., eds., (1992). *Wavelets and their Applications*, Jones and Bartlett, Boston.

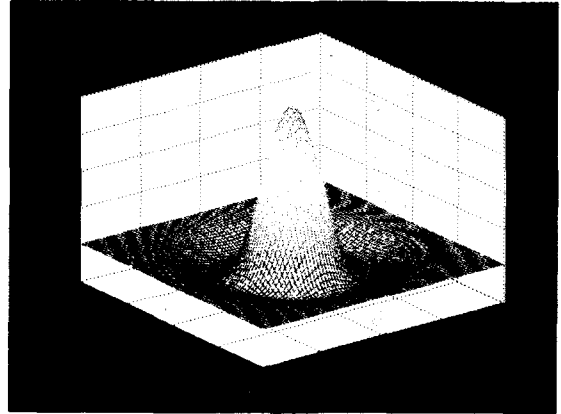


Fig. 1. 2-D Mexican Hat wavelet

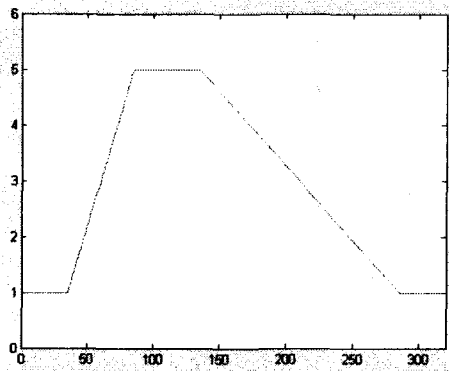


Fig. 2. Trapezoidal signal

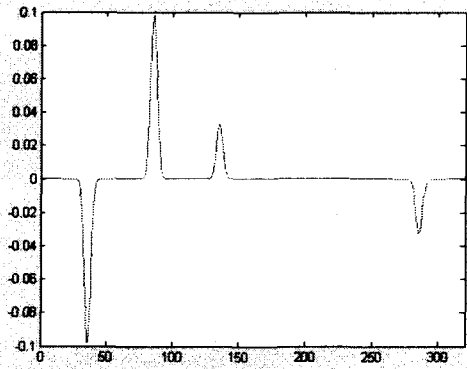


Fig. 3. Transformed Trapezoidal signal

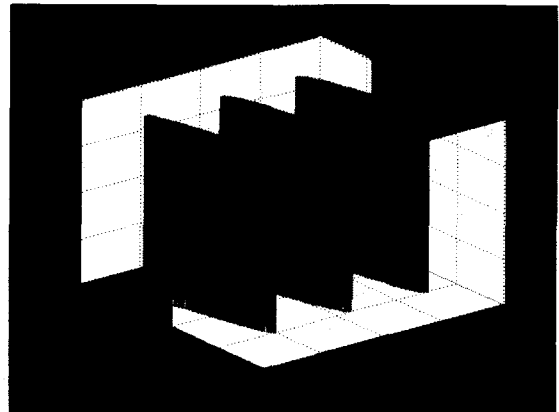


Fig. 4. Sine signal

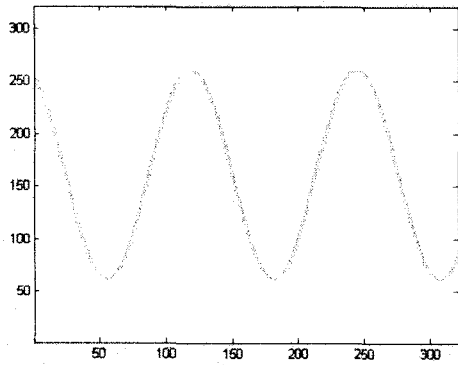


Fig. 5. Transformed sine signal

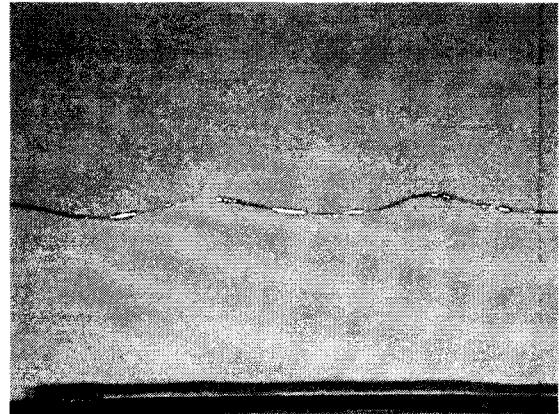


Fig. 6. Wave profile

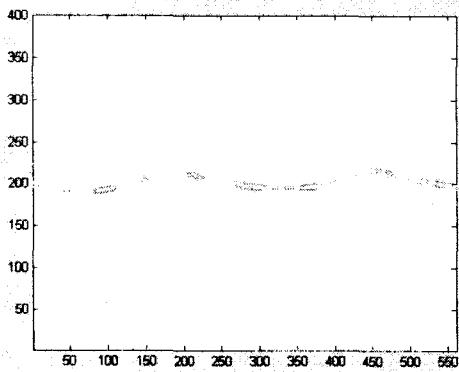


Fig. 7. Transformed wave profile



Fig. 8. Original picture of hull side profile

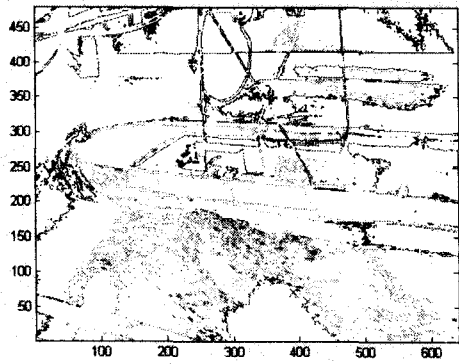


Fig. 9. Row picture of hull side profile

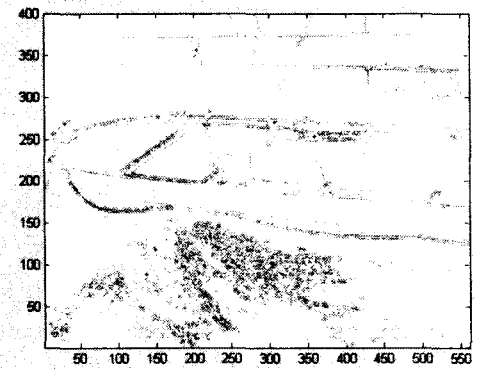


Fig. 10. Transformed picture of hull side profile

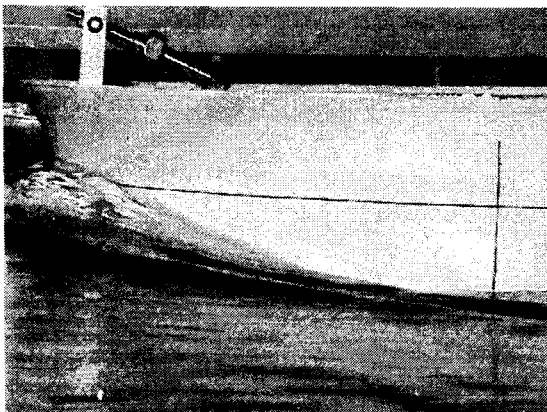


Fig. 11(a). Original picture of hull side profile

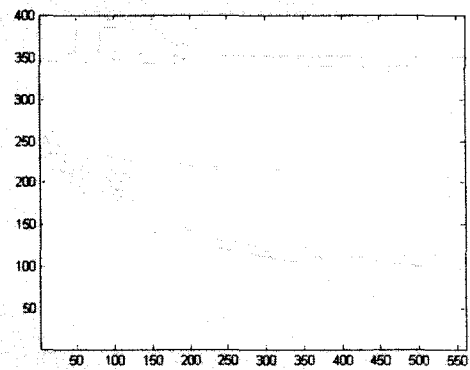


Fig. 11(b). Transformed picture of hull side profile

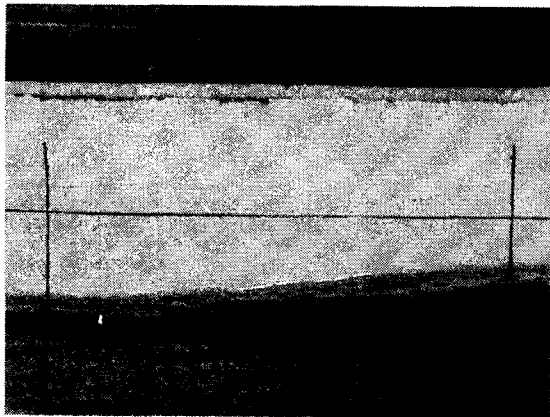


Fig. 12(a). Original picture of hull side profile

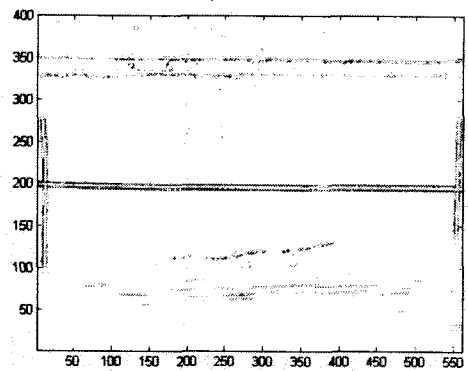


Fig. 12(b). Transformed picture of hull side profile

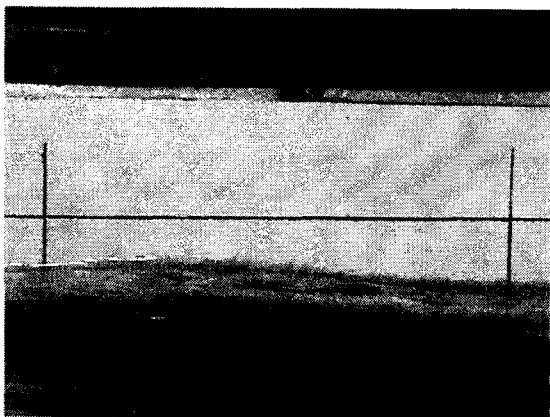


Fig. 13(a). Original picture of hull side profile

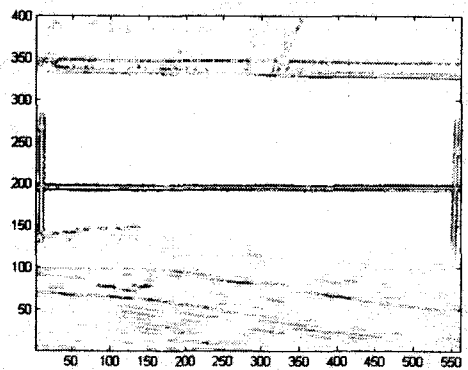


Fig. 13(b). Transformed picture of hull side profile

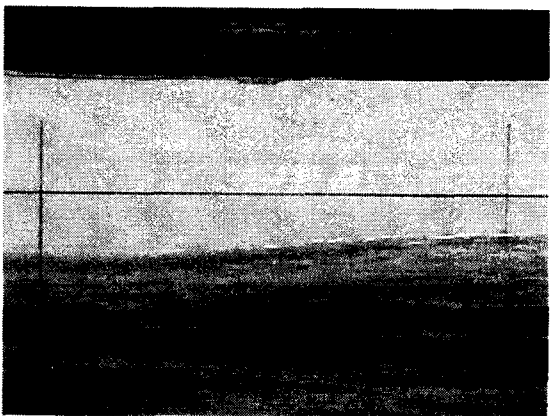


Fig. 14(a). Original picture of hull side profile

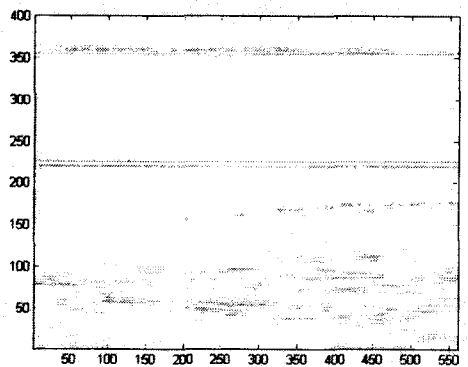


Fig. 14(b). Transformed picture of hull side profile

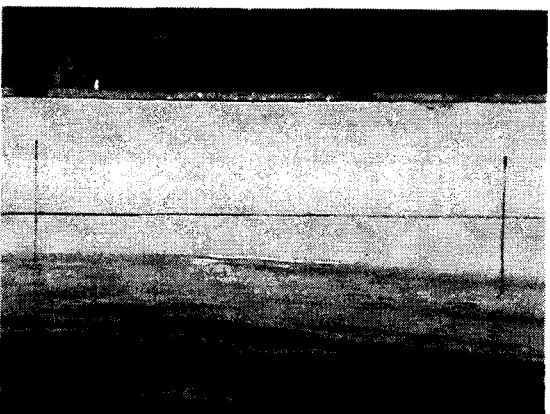


Fig. 15(a). Original picture of hull side profile

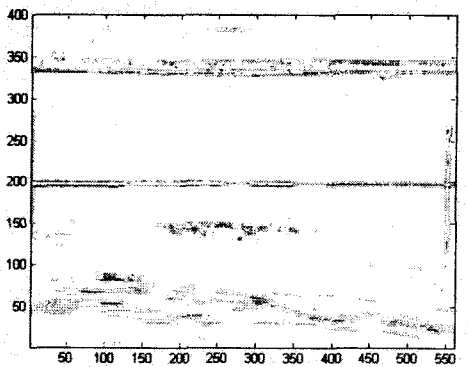


Fig. 15(b). Transformed picture of hull side profile